فصل دو: دینامیک

– قوانین حرکت نیوتون –

نیرو: اثر دو جسم از راه دور یا نزدیک بر یکدیگر ← نماد: $\vec{F}$ (کمیتی برداری) ← یکا: $\frac{kg.m}{s^2}$ (که نیوتون نام‌گذاری شده N)

آثار نیرو

الف) تغییر سرعت جسم (اندازهٔ سرعت، جهت سرعت و یا هر دو)

ب) تغییر شکل جسم

– قانون اول نیوتون –

یک جسم، حالت سکون یا حرکت با سرعت ثابت خود را حفظ می‌کند، مگر آن‌که نیروی خالص غیر صفری به آن وارد شود.



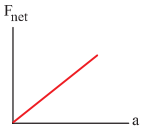
اگر کشتی ساکن یا در حال حرکت با سرعت ثابت باشد ⟵ { نیروی وزن = نیروی شناوری ؛ نیروی پیشران = نیروی مقاومت }

لختی

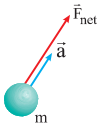
تمایل اجسام به حفظ حالت اولیهٔ خود را لختی می‌گویند و با جرم رابطهٔ مستقیم دارد.

– قانون دوم نیوتون –

هرگاه به جسم، نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد به جسم نسبت مستقیم دارد و در جهت نیروی خالص است و با جرم جسم نسبت وارون دارد.



$(F-a)$ شیب نمودار $= \frac{F_{net}}{a} = m$



$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \Rightarrow \vec{F}_{net} = m.\vec{a}$ (شتاب: m/s^2) (نیرو: N) (جرم: kg)

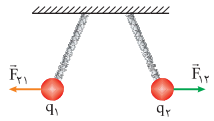
نکته

بردارهای یکه:

$\vec{F} = \pm\triangle\vec{i} \pm \square\vec{j} \Rightarrow |\vec{F}| = \sqrt{\triangle^2 + \square^2}$ (بردار نیرو؛ اندازهٔ نیرو) و $\vec{a} = \pm\bigcirc\vec{i} \pm \text{☁}\vec{j} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{\bigcirc^2 + \text{☁}^2}$ (بردار شتاب؛ اندازهٔ شتاب)

– قانون سوم نیوتون –

هرگاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیز به جسم اول نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا اما در خلاف جهت وارد می‌کند. به این دو نیرو، نیروهای کنش و واکنش می‌گوییم.



$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Rightarrow F_{12} = F_{21}$

ویژگی‌های نیروی کنش و واکنش:

الف) هم‌اندازه‌اند.

ب) هم‌راستا هستند.

پ) در خلاف جهت هم هستند.

ت) هم‌نوع‌اند. (هر دو الکتریکی یا هر دو مغناطیسی یا ...)

ث) به دو جسم مختلف وارد می‌شوند و قابل برایندگری نیستند.

– معرفی برخی از نیروهای خاص –

الف) نیروی وزن ($\vec{W}$)

نیروی گرانشی که از طرف زمین به جسم وارد می‌شود.

$\vec{W} = m\vec{g}$ (جرم جسم: kg) (نیروی وزن: N) (شتاب گرانش زمین: N/kg)

نکته

جهت این نیرو همواره به طرف مرکز زمین است.

نکته

وزن یک جسم وابسته به مقدار شتاب گرانش در محل‌های مختلف است.

افزایش ارتفاع ⟵ کاهش شتاب گرانش

@DaneshSad

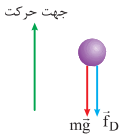
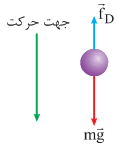
ب) نیروی مقاومت شاره ($\vec{f}_D$)

نیرویی که به جسم در حال حرکت در شاره (مایع یا گاز)، در خلاف جهت حرکت وارد می‌شود.

نکته

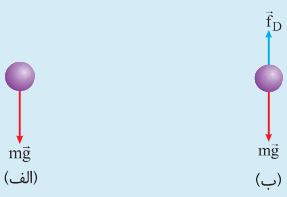
عوامل مؤثر بر نیروی مقاومت شاره:
- تندی حرکت جسم (رابطهٔ مستقیم با نیرو)
- اندازهٔ جسم (رابطهٔ مستقیم با نیرو)

محاسبهٔ شتاب حرکت جسم با وجود نیروی مقاومت هوا

	جسم در حال سقوط	پرتاب جسم به سمت بالا
شکل نمونه		
اندازهٔ شتاب	$a = \frac{mg - f_D}{m} = g - \frac{f_D}{m}$	$\lvert a\rvert = \frac{mg + f_D}{m} = g + \frac{f_D}{m}$
جهت شتاب	به سمت بالا	به سمت پایین

نکته

تندی حدی:



افزایش نیروی مقاومت شاره تا جایی ادامه پیدا می‌کند که با نیروی وزن برابر شود، پس:

$$mg = f_D$$

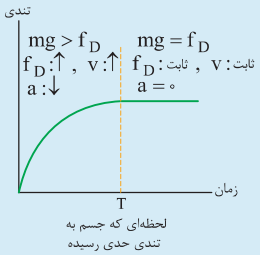
شتاب حرکت صفر شده و تندی جسم ثابت می‌شود، به این تندی حدی می‌گویند.

با افزایش تندی جسم، نیروی مقاومت شاره هم افزایش می‌یابد.

در لحظهٔ رهاشدن جسم، تنها نیروی وارده، نیروی وزن است.

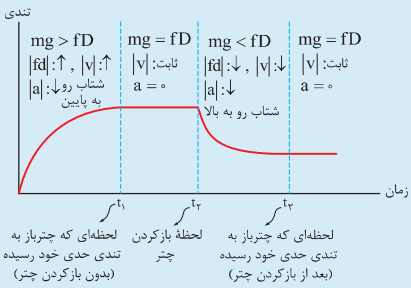
نکته

نمودار تندی ـ زمان برای جسم در حال سقوط:



نکته

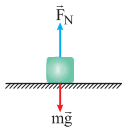
نمودار تندی ـ زمان برای چتربازی که بعد از رسیدن به تندی حدی چتر خود را باز می‌کند:



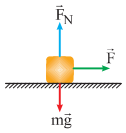
@DaneshSad

پ) نیروی عمودی سطح ($\vec{F}_N$)

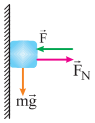
نیرویی که از طرف سطح، به طور عمود به جسم وارد می‌شود.



الف) جسم روی سطح ساکن است. $F_N = mg$



ب) جسم روی سطح افقی دارای حرکت است $F_N = mg$

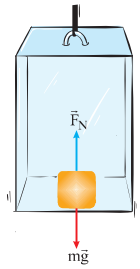


پ) جسم روی سطح قائم با نیروی F فشرده شود. $F_N = F$

آسانسور

– الف) حرکت آسانسور با سرعت ثابت –

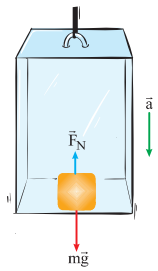
بدون توجه به جهت حرکت:



سرعت ثابت $\Rightarrow a = 0 \Rightarrow F_N = ma$

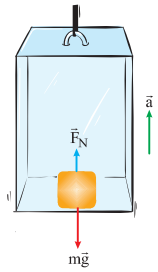
– ب) حرکت آسانسور با شتاب ثابت –

۱ شتاب آسانسور به طرف بالا



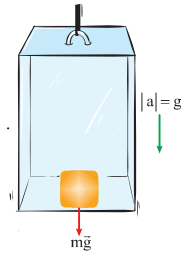
$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N = m(g+a)$

۲ شتاب آسانسور به طرف پایین



$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g-a)$

– پ) سقوط آسانسور –



$mg - F_N = ma \xrightarrow{a=g} mg - F_N = mg \Rightarrow F_N = 0$

@DaneshSad

نکته

جهت حرکت آسانسور	نوع حرکت آسانسور	جهت شتاب آسانسور	رابطه	مقایسه با وزن
به سمت بالا	تندشونده	به سمت بالا	$F_N = m(g+a)$	$F_N > mg$
	کندشونده	به سمت پایین	$F_N = m(g-a)$	$F_N < mg$
به سمت پایین	تندشونده	به سمت بالا	$F_N = m(g-a)$	$F_N < mg$
	کندشونده	به سمت پایین	$F_N = m(g+a)$	$F_N > mg$

– ت) نیرو اصطکاک (f) –

نیرویی که در اثر ناهمواری‌های بین دو سطح ایجاد می‌شود و از حرکت یک جسم روی یک سطح جلوگیری می‌کند.

نکته

	حالات مختلف نیروی اصطکاک	
	اصطکاک ایستایی (f_s)	اصطکاک جنبشی (f_k)
توضیح	جسم ساکن است و با اعمال نیروی خارجی به حرکت درنمی‌آید.	جسم در حال حرکت است.
رابطه	$f_s = F_{\text{محرک}}$	نیروی عمودی سطح (N) ↑ $f_k = \mu_k F_N$ ↓ ضریب اصطکاک جنبشی که به جنس سطح بستگی دارد.

نکته

نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه: مطابق شکل با افزایش نیروی وارد بر جسم، نیروی اصطکاک ایستایی افزایش یافته و در آستانهٔ حرکت آن، به حد بیشینهٔ خود می‌رسد.



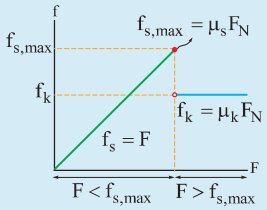
نیروی عمودی سطح (N) ↑ $f_{s,max} = \mu_s F_N$ ↓ ضریب اصطکاک ایستایی که به جنس سطوح بستگی دارد.

نکته

نمی‌دانیم جسم ساکن است یا متحرک ← $f_{s,max}$ حساب شود ← آیا $F > f_{s,max}$
- خیر ← اصطکاک از نوع ایستایی
- بله ← اصطکاک از نوع جنبشی

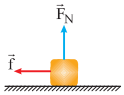
نکته

نمودار نیروی اصطکاک برحسب نیروی محرک:



– ث) نیروی واکنش سطح (R) –

برایند نیروهای اصطکاک و عمودی سطح

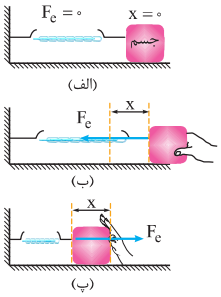




$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

@DaneshSad

– ج) نیروی کشسانی فنر (F_e) –



الف) فنر طول‌عادی دارد و جسم در نقطهٔ تعادل است. ب) فنر کشیده‌شده است و نیروی کشسانی رو به نقطهٔ تعادل به جسم وارد می‌کند. پ) فنر فشرده‌شده است و نیروی کشسانی رو به نقطهٔ تعادل به جسم وارد می‌کند.

تغییرات طول فنر نسبت به حالت تعادل (m)

$$F_e = k\,x$$

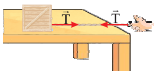
ثابت فنر (N/m) که به جنس فنر بستگی دارد.

نکته

نمودار اندازهٔ نیروی کشسانی فنر برحسب تغییر طول فنر:



– ج) نیروی کشسانی طناب (T) –



نیرویی که در هر نقطه از طناب برابر است با مقدار دو نیروی خلاف جهت هم که اگر طناب پاره شود، برای کنار هم نگه‌داشتن دو قسمت پاره‌شده نیاز است.

نکته

جهت این نیرو همواره از جسم به طرف طناب است. (مطابق شکل)

– تکانه (P) –

حاصل‌ضرب جرم جسم در سرعت آن:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

تکانه $\left(\frac{kg.m}{s}\right)$ — جرم (kg) — سرعت جسم (m/s)

نکته

جهت (علامت) تکانه و سرعت، همواره یکسان است.

– تغییرات تکانه (با فرض ثابت‌بودن جرم) –

$$\Delta p = m\Delta v$$

قانون دوم نیوتون به زبان تکانه:

$$\bar{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

برایند نیروی وارد بر جسم — مدت‌زمان اثر نیرو

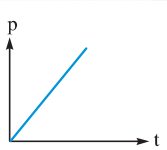
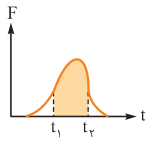
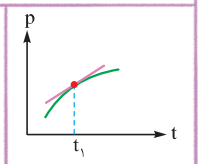
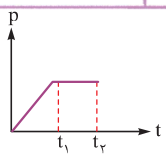
توجه آهنگ تغییرات تکانهٔ جسم، هم‌جهت و متناسب با نیروی وارده بر جسم است.

نکته

وضعیت تکانه و نیرو	وضعیت سرعت و شتاب	نوع حرکت جسم
هم‌جهت، $p.F_{net} > 0$	هم‌جهت، $av > 0$	تندشونده
خلاف جهت، $p.F_{net} < 0$	خلاف جهت، $av < 0$	کندشونده

@DaneshSad

نمودارها

نمودار تکانه ـ زمان	نمودار نیرو ـ زمان
 شیب: F_{net}	 (در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2) Δp = مساحت ناحیهٔ رنگی
 شیب خط مماس: F_{net}	
 $F_{net} > 0$: t_1 تا ۰ $F_{net} = 0$: t_2 تا t_1	

رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

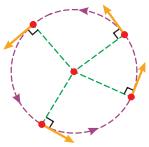
$$K = \frac{p^2}{2m} \ , \ K = \frac{1}{2}pv$$

نکته

روابط تکانه و انرژی جنبشی به صورت نسبتی:

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = (\frac{p_2}{p_1})^2 \times (\frac{m_1}{m_2}), K = \frac{1}{2}pv \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{p_2}{p_1} \times \frac{v_2}{v_1}$$

۱- حرکت دایره‌ای یکنواخت



حرکت دایره‌ای یکنواخت: حرکت جسمی که با تندی ثابت روی محیط دایره در حال حرکت است.

نکته

با توجه به شکل بالا، بردار سرعت در هر لحظه در حال تغییر است، پس شتاب حرکت برابر صفرنیست.

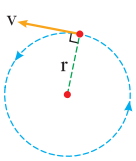
۲- دورهٔ تناوب (T)

دورهٔ تناوب: مدت‌زمانی که متحرک مسیر دایره‌ای را یک بار کامل طی می‌کند.

تعداد چرخش‌ها	مدت‌زمان
۱	T
n	t

$$\Rightarrow Tn = t \Rightarrow T = \frac{t}{n}$$

۳- اندازهٔ سرعت در حرکت دایره‌ای



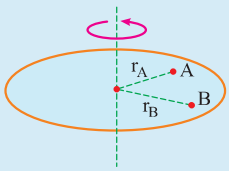
$$v = \frac{d}{\Delta t} \ , \ \Delta t = T \ , \ d = 2\pi r \Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$$

(مسافت (m)) ↑ ، شعاع دایره (m) ←، دورهٔ تناوب (s) ←

توجه $T = \frac{2\pi r}{v}$

نکته

یک دیسک حول محور عبوری از مرکزش با آهنگ ثابت در حال چرخش است، پس:



$$T_A = T_B \xrightarrow{v=\frac{2\pi r}{T}} \frac{v_A}{v_B} = \frac{r_A}{r_B}$$

@DaneshSad

۴- شتاب مرکزگرا در حرکت دایره‌ای ($\vec{a}_c$)

حرکت دایره‌ای یکنواخت، حرکتی شتاب‌دار به سمت مرکز دایره است.

$$a_c = \frac{v^2}{r} \xrightarrow{v=\frac{2\pi r}{T}} a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

نکته

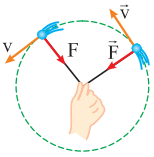
شتاب متحرک در هر لحظه بر مسیر حرکت و سرعت آن عمود است.

نکته

مقایسهٔ شتاب مرکزگرا در دو حالت:

$$\frac{a_{c1}}{a_{c2}} = \frac{r_1}{r} \times \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$$

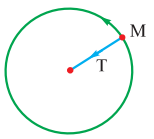
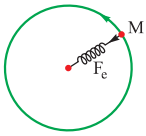
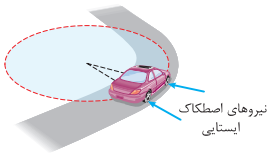
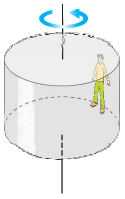
۵- نیروی مرکزگرا در حرکت دایره‌ای ($\vec{F}_C$)



$$F_c = F_{net} = ma \xrightarrow{a_c=\frac{v^2}{r}} F_c = m\frac{v^2}{r}$$

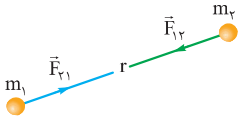
نکته

نیروی مرکزگرا در حالات خاص

	جسم متصل به طناب در صفحهٔ افقی	جسم متصل به فنر در صفحهٔ افقی	حرکت خودرو در پیچ افقی	حرکت جسم درون دیوارهٔ استوانه
شکل				
رابطه	$F = T = m\frac{v^2}{r}$	$F_c = kx = \frac{mv^2}{r}$	$f_s = F_c \Rightarrow f_s = m\frac{v^2}{r}$ $v_{max} = \sqrt{rg\mu_s}$	$\mu_s F_N = mg$ $F_N = F_c$ $\mu_s F_c = mg \Rightarrow F_c = \frac{mg}{\mu_s}$

۶- نیروی گرانشی

نیروی گرانشی میان دو جسم با حاصل‌ضرب جرم دو جسم نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آن‌ها نسبت وارون دارد.

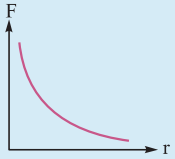


$$F = G\frac{\overbrace{m_1 m_2}^{\text{جرم دو ذره (kg)}}}{r^2 \rightarrow \text{فاصلهٔ دو جسم از هم (m)}}$$

$$G = 6/67 \times 10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2} \rightarrow \text{ثابت گرانش}$$

نکته

نمودار اندازهٔ نیروی گرانشی برحسب فاصلهٔ آن‌ها از هم.



@DaneshSad

۷- حرکت گرانشی

با توجه به نیروی گرانشی زمین و قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:

«همان‌طور که می‌بینید شتاب گرانشی مستقل از جرم است.»

$$\begin{cases} W = mg \\ F_{\text{گرانشی}} = G\dfrac{M_e\, m}{R_e^2} \end{cases} \xrightarrow{W=F_{\text{گرانشی}}} mg = G\frac{M_e.m}{R_e^2} \Rightarrow g = G\frac{M_e}{R_e^2}$$

$F_{\text{گرانشی}}$: نیروی گرانشی وارد بر جسم در سطح زمین (N)

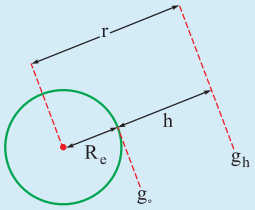
M_e: جرم زمین (kg)

m: جرم جسم (kg)

R_e: شعاع کرهٔ زمین (m)

نکته

شتاب گرانشی زمین در فاصلهٔ h از سطح آن:



$$g_h = G\frac{M_e}{r^2} = G\frac{M_e}{(R_e+h)^2}$$

$$g_\circ = G\frac{M_e}{R_e^2}$$

نکته

در مسائل ممکن است به جای جرم سیاره چگالی متوسط سیاره ($\bar{\rho}$) بیان شود:

$$\begin{cases} g = G\dfrac{M}{R^2} \\ \bar{\rho} = \dfrac{M}{V} = \dfrac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \end{cases} \Rightarrow g = \frac{3}{4}\pi R\, G\, \bar{\rho}$$

$\bar{\rho}$: چگالی متوسط سیاره

R: شعاع سیاره

$\frac{3}{4}\pi$: عددپی

G: ثابت گرانشی

نکته

نسبت شتاب گرانش در محل‌های مختلف:

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^2$$

g': شتاب گرانش در ارتفاع h

g: شتاب گرانش در سطح زمین

نکته

نسبت شتاب گرانش در دو سیارهٔ A و B:

$$\begin{cases} \text{سیارهٔ A: } M_A \text{ جرم، } R_A \text{ شعاع} \\ \text{سیارهٔ B: } M_B \text{ جرم، } R_B \text{ شعاع} \end{cases} \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^2$$

۸- حرکت ماهواره

کمیت	فرمول	رابطهٔ نسبتی
نیروی مرکزگرا	$F = G\frac{M_e m}{r^2}$	$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$
شتاب مرکزگرا	$a = \frac{GM_e}{r^2}$	$\frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$
تندی	$v = \sqrt{\frac{GM_e}{r}}$	$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$
دوره	$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_e}}$	$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3}$

@DaneshSad