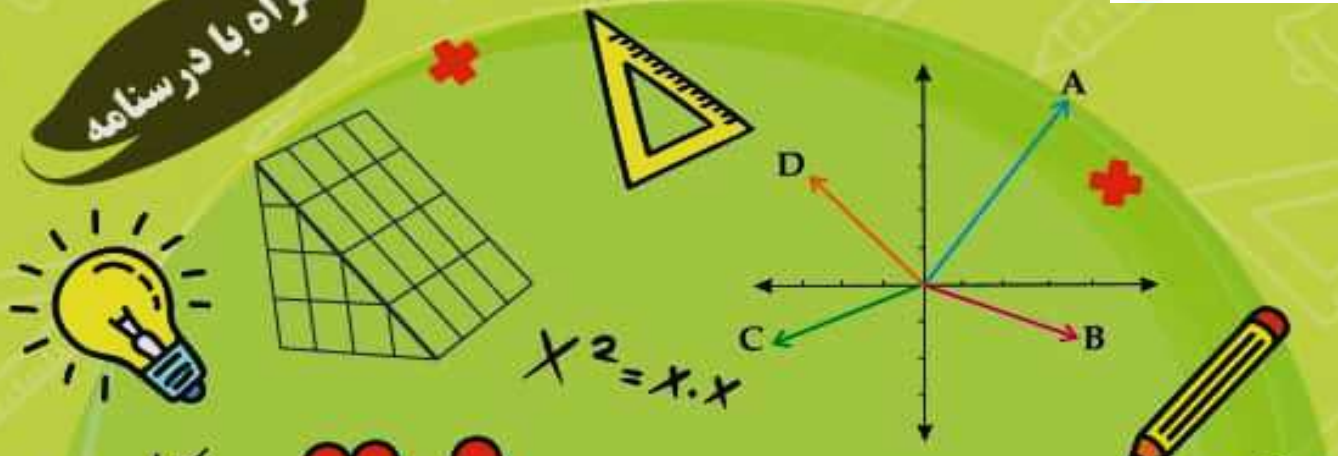
@riazicafe

همراه با درسنامه



ریاضی هفتم

- نکات و توضیحات کتاب ریاضی
- پایه هفتم
- دوره اوّل متوسطه
- گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

فصل ۱: راهبردهای حل مساله

مدرسه تعطیل است ولی آموزش تعطیل نیست.

بسمه تعالی

درسنامه ، نکات و تمرینات فصل اول ریاضی هفتم(حل مسئله) به قلم : ندا بهرامی نیا – عادل عباسی

چگونه مسئله را حل کنیم؟

حل هر مسأله ۴ مرحله دارد . وقتی با مساله ای مواجه می شوید این چهار مرحله را در ذهن خود مرور کنید.

اول :فهمیدن مسأله

دوم : انتخاب راهبرد(روش یا راه حل) مناسب

سوم : حل کردن مسأله

چهارم : بازگشت به عقب (در کتاب درسی (در دو صفحه پیش از شروع فصل اول) این مرحله ها توضیح داده شده است.)عزیزان به یاد داشته باشید نیازی به حفظ کردن نام راهبردها نیست ، در برخی از مسأله ها می توان به چند روش حل نمود.

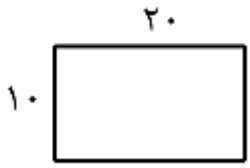
در اینجا ۸ راهبرد مرور می شود .



***راهبرد رسم شکل یکی از راهبردهای مناسب در پاسخ گویی به مسأله ها است:** حل کردن مساله با کشیدن شکل یا نمودار و یا یک مدل ریاضی. گاهی اوقات همان شکل پاسخ مسئله است و برخی مواقع شکل مشخص کننده ی راه حل مسئله خواهد بود.

مثال۱: یک استخر مستطیل شکل به طول ۲۰متر و عرض ۱۰ متر است. اگر به فاصله یک متر از لبه استخر دور تا دور آن نرده بکشیم، چند متر نرده لازم داریم؟

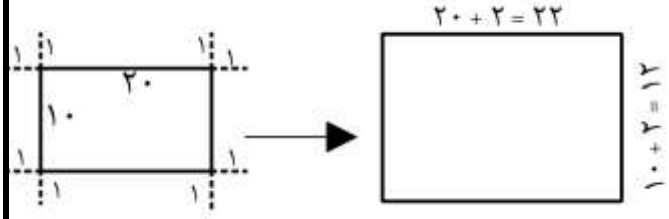
پاسخ:



یک مستطیل دلخواه رسم می کنیم(نشان دهنده شکل استخر است)

دور آن به فاصله ۱ متر از هرطرف یک خط می کشیم

یک مستطیل جدید رسم می شود(که نشان دهنده نرده ها است)



که طول آن ۲۲ = ۱ + ۱ + ۲۰ و

عرض آن ۱۲ = ۱+ ۱+ ۱۰ است . محیط این مستطیل جدید

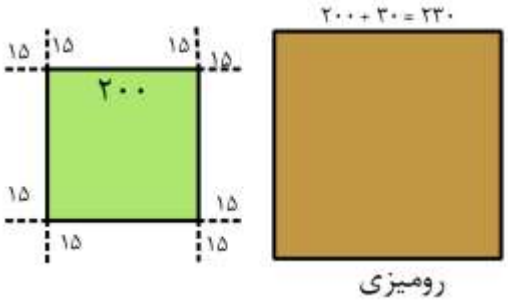
۶۸ = ۲۲ + ۱۲+ ۲۲ +۱۲ است . یعنی ۶۸ متر نرده لازم است.

@riazicafe

گروه آموزشی ریاضی متوسطه اول استان خوزستان

مثال۲: یک میز مربع شکل به مساحت ۴متر مربع است. برای زیبایی بیشتر روی این میز یک رومیزی پهن شده که از هر طرف ۱۵ سانتی متر بیشتر از ضلع میز است . میخواهیم دور آن را با نوار لبه دوزی کنیم چند سانتی متر نوار برای لبه دوزی رومیزی لازم است؟

پاسخ:



ابتدا دقت کنیم اگر مساحت مربع ۴مترمربع است بنابراین ضلع آن ۲ متر یا ۲۰۰ سانتی متر است.

به کمک رسم شکل طول ضلع رومیزی را محاسبه می کنیم. طبق شکل به هر طرف ۱۵ سانتی متر و در کل به هر ضلع ۳۰ سانتی متر اضافه می گردد.

طول نوار مورد نیاز برای لبه دوزی رومیزی برابر است با محیط رومیزی

پس: $۴ \times ۲۳۰ = ۹۲۰\ cm$

۹۲۰ سانتی متر نوار برای لبه دوزی این رومیزی مورد نیاز است.

مثال ۳ : توپی از ارتفاع ۳۶۰ سانتی متری زمین رها می شود پس از زمین خوردن به اندازه ثلث ارتفاع قبلی خود بالا می آید.

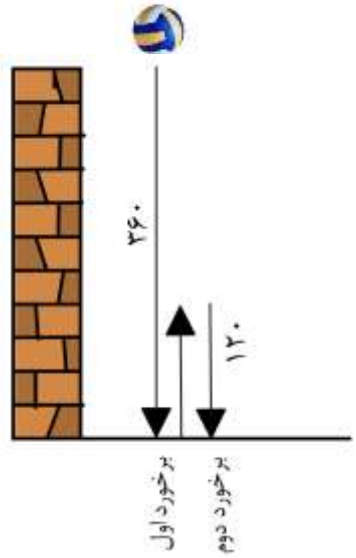
الف) مرتبه اول که زمین می خورد تا چه ارتفاعی بالا می آید؟

ب) از لحظه رها شدن تا دومین زمین خوردن چند سانتی متر حرکت کرده است؟

پاسخ:

الف) ارتفاع توپ از زمین ۳۶۰ سانتی متر است و ثلث آن یعنی ۱۲۰=۳÷۳۶۰پس وقتی توپ برای اولین بار به زمین برخورد می کند ۱۲۰سانتی متر بالا می رود.

ب) برای پاسخ به این قسمت شکل زیر را در نظر می گیریم. مرتبه اول که زمین می خورد ۱۲۰ سانتی متر بالا می آید و باز به سمت زمین می رود.



پس از لحظه ی رها شدن تا دومین برخوردش با زمین : ۶۰۰ = ۱۲۰+ ۱۲۰ +۳۶۰

۶۰۰ سانتیمتر حرکت کرده است

➢ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۲ کتاب را حل کنید.

***راهبرد الگو سازی (جدول نظام دار) : راهبرد دیگری است که به کمک آن پاسخ مسأله را می نویسیم،** دسته بندی داده ها با یک نظم منطقی به طوری که تمام حالتهای ممکن مسئله به دست آید. دقت داشته باشید که ممکن است نظم به کار رفته توسط شما با نظم و الگوی در نظر گرفته شده توسط دوستتان در همان مساله متفاوت باشد.

مثال۱ : دو عدد طبیعی بنویسید که حاصل ضرب آنها ۲۰ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد؟



پاسخ:

در یک جدول همه عددهای طبیعی که حاصل ضرب آنها ۲۰ باشد را می نویسیم:

عددهای اول جدول را به ترتیب از کوچک به بزرگ می نویسیم.

سپس یک ستون جدید به جدول اضافه می کنیم و حاصل جمع عددهای هر ردیف را می نویسیم:

عدد اول	عدد دوم	حاصل جمع
۱	۲۰	۲۰+۱=۲۱
۲	۱۰	۱۰+۲=۱۲
۴	۵	۵+۴=۹ ☑

با مقایسه ی پاسخ ها مشاهده می کنیم که کمترین حاصل جمع ، عدد ۹ است. بنابراین اعداد مورد نظر ۴ و ۵ هستند.

مثال۲: تعداد زیادی اسکناس ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومانی داریم، به چند روش می توان با آنها مبلغ ۱۰۰۰۰ تومان خرید کرد؟

پاسخ:

در یک جدول می توان حالت هایی را نوشت که جمع اسکناسهای ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰تومانی ۱۰۰۰۰ تومان شود :

حالت	اسکناس۲۰۰۰	اسکناس ۱۰۰۰
۱	۵	۰
۲	۴	۲
۳	۳	۴
۴	۲	۶
۵	۱	۸
۶	۰	۱۰



((پنج اسکناس ۲۰۰۰)) یا ((۴ اسکناس دوهزاری و ۲ اسکناس هزاری)) یا ((سه اسکناس ۲۰۰۰ و چهار اسکناس ۱۰۰۰)) یا((۲ اسکناس دوهزاری و ۶ اسکناس هزاری)) یا ((یک اسکناس ۲۰۰۰ و هشت اسکناس ۱۰۰۰)) یا ((۱۰ اسکناس هزاری))

یعنی به ۶ حالت می توان مبلغ ۱۰۰۰۰ تومان را با اسکناسهای ۱۰۰۰ و ۲۰۰۰ تومانی پرداخت کرد.

مثال ۳ : دو عدد طبیعی بنویسید که حاصل ضرب آنها ۳۶ و اختلاف آنها کمترین مقدار باشد؟

پاسخ:

اختلاف	عدد دوم	عدد اول
۳۶-۱=۳۵	۳۶	۱
۱۸-۲=۱۶	۱۸	۲
۱۲-۳=۹	۱۲	۳
۹-۴=۵ ☑	۹	۴

با بررسی اعداد ستون آخر مشاهده می شود که کمترین اختلاف ۵ است و اعداد مورد نظر ۴ و ۹ هستند.



مثال ۴: با انگشتان یک دست به چند حالت می توان عدد ۳ را نشان داد؟

پاسخ:

۵ انگشت یک دست را نامگذاری می کنیم: الف ب ج د ه

مرتبه اول همه حالت هایی که انگشت الف باشد را می نویسیم : ((الف ب ج)) یا ((الف ب د)) یا ((الف ب ه)) یا ((الف ج د)) یا ((الف ج ه)) یا ((الف د ه)) وقتی مطمن شدیم که همه را نوشتیم

انگشت الف را کنار گذاشته و همه حالت های انگشت ب را می نویسیم : ((ب ج د)) یا ((ب ج ه)) یا ((ب د ه))

سپس انگشت ب را کنار گذاشته و همه حالت های انگشت ج را می نویسیم : ((ج د ه))

یعنی ۱۰ = ۱ + ۳ + ۶ حالت(توجه : ((ب ج د)) یعنی انگشت دوم، سوم و چهارم دست خود را بالا بیاوریم عدد۳ مشخص شود)

این حالتها را می توان در جدول مقابل خلاصه کرد:

حالت	انگشت اول	انگشت دوم	انگشت سوم
۱	الف	ب	ج
۲	الف	ب	د
۳	الف	ب	ه
۴	الف	ج	د
۵	الف	ج	ه
۶	الف	د	ه
۷	ب	ج	د
۸	ب	ج	ه
۹	ب	د	ه
۱۰	ج	د	ه



➢ **با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۳ کتاب را حل کنید.**

***راهبرد حذف حالت های نامطلوب** : ابتدا با راهبرد الگوسازی تمام حالتها را می نویسیم سپس با توجه به شرایط مسئله به حذف حالتهای نادرست می پردازیم. کم کم به پاسخ صحیح نزدیک می شویم و در پایان تنها حالت ممکن به دست می آید.

مثال ۱: حاصل ضرب سن سه نفر۵۰ و مجموع آنها ۱۲ است. آن سه عدد را بنویسید.

پاسخ:

به کمک جدول نظام دار همه عددهایی را می نویسیم که حاصل ضرب ۵۰ داشته باشند:

	بررسی جمع	نفر سوم	نفر دوم	نفر اول
☒	۱+۱+۵۰=۵۲	۵۰	۱	۱
☒	۱+۲+۲۵=۲۸	۲۵	۲	۱
☒	۱+۵+۱۰=۱۶	۱۰	۵	۱
☑	۲+۵+۵=۱۲	۵	۵	۲

دقت کنیم نیازی به نوشتن حالت های تکراری نیست. بنابراین این سه نفر ۲ و ۵ و ۵ ساله هستند.



مثال ۲: کوچکترین عدد طبیعی ۳رقمی که بر ۱۵ بخش پذیر باشد را بنویسید؟

پاسخ:

به ترتیب عددها را می نویسیم ۱۰۰ و ۱۰۱ و ۱۰۲ و ۱۰۳ و ۱۰۴ و ۱۰۵ با بررسی بخش پذیری چهار عدد اول بر ۱۵ بخش پذیر نیستند و ۱۰۵ کوچکترین عدد سه رقمی است که بر۱۵ بخش پذیر است.

مثال ۳ : دوست شما یک عدد حسابی کمتر از ۱۰۰ در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سوال عدد مورد نظر را پیدا کنید و او فقط می تواند در پاسخ به سوالات شما از بله یا خیر استفاده کند. کدام یک از سوالات زیر مناسب تر است؟

الف) آیا عدد مورد نظر ۲۷ است؟ ب) آیا عدد مورد نظر یک رقمی است؟

ج) آیا عدد مورد نظر زوج است؟ د) آیا عدد مورد نظر از ۵۰ بزرگتر است؟

پاسخ:

الف) پرسش مناسبی نیست زیرا در صورتی که جواب خیر باشد فقط عدد ۲۷ را از بین اعداد مورد نظرحذف کرده ایم.

ب) پرسش مناسبی نیست چون اگر پاسخ خیر باشد۹۰ عدد باقی می مانند و فقط توانسته ایم ۱۰ عدد را حذف کنیم.

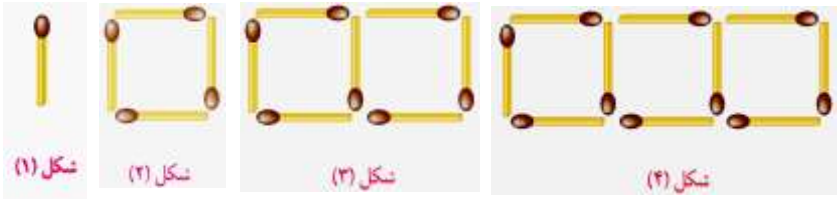
ج) پرسش مناسبی است زیرا در هر دو حالت پاسخ بله یا خیر نصف اعداد حذف می شوند.

د) پرسش مناسبی است زیرا در هر دو حالت پاسخ بله یا خیر نصف اعداد حذف می شوند.

➢ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۴ کتاب را حل کنید.

***راهبرد الگویابی** : برای حل مسأله هایی است که بین شکل ها یا عددها الگو و رابطه وجود داشته باشد . یعنی با یافتن یک رابطه ی عددی یا هندسی بین داده ها ، پاسخ سوال یا خواسته های مسئله روشن شود.

مثال ۱: شکل دهم از چند چوب کبریت ساخته شده است؟



پاسخ:

به جدول مقابل دقت کنید:

شماره شکل	شکل۱	شکل ۲	شکل ۳	شکل ۴	...
تعداد چوب کبریت	۱	۴=۱+۳	۷=۱+۳+۳	۱۰ = ۱+۳+۳+۳	...

با توجه به تعداد چوب کبریت ها و رابطه ی بین تعداد و شماره ی شکل برای شکل دهم الگوی زیر را داریم:

تعداد چوب کبریت شکل دهم = ۳×۹ +۱ . بنابراین شکل دهم ۲۸ چوب کبریت دارد.

مثال ۲ : سه عدد بعدی الگوها را بنویسید و رابطه را توضیح دهید.

الف) ..... و ..... و ..... و ۱۶ و ۱۱ و ۶ ب) ..... و ..... و ..... و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

پاسخ :

الف) هر عدد از جمع عدد ۵ با عدد قبلی بوجود آمده است پس: ۳۱ و ۲۶ و ۲۱ و ۱۶ و ۱۱ و ۶

ب) شماره شکل در خودش ضرب می شود یعنی : ۴۹ و ۳۶ و ۲۵ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

مثال ۳: با توجه به الگو بین تساوی ها حاصل را بنویسید.

۱=۱×۱

۱+۳=۲×۲

۱+۳+۵=۳×۳

.

.

.

۱+۳+۵+۷+۹+ . . . +۳۳=؟



پاسخ:

عددهای سمت چپ همه فرد هستند و برای محاسبه ی حاصل جمع آنها کافی است تعداد عددها را در خودش ضرب کرد. به طور مثال خط سوم حاصل جمع سه عدد ۱ و ۳ و ۵ برابر است با : ۳×۳

در تساوی آخر ۱۷ عدد فرد با هم جمع شده اند یعنی حاصل می شود : ۲۸۹ = ۱۷×۱۷

➢ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۵ کتاب را حل کنید.

*راهبرد حدس و آزمایش : حل کردن مساله از طریق حدس جواب و آزمایش آن در شرایط مسئله و تصحیح حدس ها با دلایل منطقی برای رسیدن به جواب صحیح. باید در بررسی حدس ها و استفاده از نتایج حاصله در انتخاب حدس بعدی بسیار دقت کرد.

مثال۱:در یک میدان سوارکاری ۲۰ اسب و سوارکار وجود دارد اگر تعداد ۵۶ پا وجود داشته باشد، چند اسب و چند سوارکار حضور دارند؟

پاسخ:

حدس اول: ۱۰ اسب(۴۰پا) و ۱۰ سوارکار(۲۰پا) . یعنی ۶۰ = ۲۰ + ۴۰ پا وجود دارد که متوجه می شوم حدس من نادرست است و چون جواب از ۵۶ بیشتر است پس باید تعداد اسب ها کمتر باشد.

حدس دوم: ۹اسب(۳۶پا) و ۱۱ سوارکار(۲۲پا) . یعنی ۵۸ = ۲۲ + ۳۶ پا که نادرست است و باز هم جواب بیشتر از ۵۶ است. پس مجددا تعداد اسب ها را کمتر می کنیم

حدس سوم: ۸اسب(۳۲پا) و ۱۲ سوارکار(۲۴پا) باشند یعنی ۵۶ = ۲۴ + ۳۲ که پاسخ درست است.

در هر مرحله جمع عددهای حدس باید ۲۰ باشد، مثلا مرحله دوم ۲۰ = ۹ + ۱۱ یا مرحله سوم ۲۰ = ۸ + ۱۲

می توان در یک جدول حدس ها را نوشت و بررسی نمود:

آزمایش و بررسی حدس	تعداد اسب	تعداد سوار کار
نادرست ۶۰ = ۲۰ + ۴۰	۱۰	۱۰
نادرست ۵۸ = ۲۲ + ۳۶	۹	۱۱
درست ۵۶ = ۲۴ + ۳۲	۸	۱۲



مثال ۲:دو زاویه مکمل هستند اگر زاویه بزرگتر از سه برابر زاویه کوچکتر به اندازه ۴ درجه بزرگتر باشد، اندازه هر زاویه را بنویسید.

پاسخ:

دو زاویه مکمل هستند یعنی جمع دو زاویه ۱۸۰ درجه است. زاویه بزرگتر از سه برابر زاویه کوچکتر به اندازه ۴ درجه بزرگتر است یعنی اگر زاویه کوچکتر مثلا ۳۰ درجه باشد زاویه بزرگتر ۹۴ =۴+۳۰×۳ درجه است.جدولی برای بررسی حدس ها تشکیل می دهیم.

حدس ۴۰ کوچکتر از ۱۸۰ شد و ۵۰ بزرگتر از ۱۸۰ پس حدس بعدی عددی بین ۴۰ و ۵۰ انتخاب شد. با بررسی حدس ۴۴ و ۱۳۶ به پاسخ مسئله می رسیم.

جمع دو زاویه و بررسی	زاویه بزرگتر	زاویه کوچکتر
نادرست۱۲۴ = ۹۴ + ۳۰	۹۴	۳۰
نادرست ۱۶۴ = ۱۲۴ + ۴۰	۱۲۴	۴۰
نادرست ۲۰۴ = ۱۵۴ + ۵۰	۱۵۴	۵۰
درست ۱۸۰ = ۱۳۶ + ۴۴	۱۳۶	۴۴

➢ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۵ کتاب را حل کنید.

* **راهبرد زیرمسأله** یعنی مرحله به مرحله جلو برویم تا در پایان به جواب برسیم . تبدیل یک مسئله ی پیچیده به چند مسئله ی کوچک و ساده تر. به طوری که با حل مسئله های کوچک و تقسیم شده ، مسئله ی اصلی حل شود.

مثال۱ : سارا هر روز ۱۷صفحه از کتابی را می خواند. پس از یک هفته نصف کتاب را خوانده است. کل کتاب چند صفحه است؟



پاسخ: زیر مسأله ها را می نویسیم و پاسخ می دهیم:

مسئله ی اول: سارا در یک هفته چند صفحه مطالعه کرده است؟ $۷ \times ۱۷ = ۱۱۹$

مسئله ی دوم: نصف چه عددی ۱۱۹ می باشد ؟ $۲ \times ۱۱۹ = ۲۳۸$

مثال۲ : آرش با ۱۰۰۰۰ تومان ۵ خودکار ۱۳۰۰ تومانی خرید. او می خواهد با بقیه پول خود مداد ۸۰۰ تومانی بخرد. آرش حداکثر چند مداد می تواند بخرد؟ چقدر پول برایش باقی می ماند؟

پاسخ: زیرمساله های زیر را تشکیل می دهیم:

مسئله ی اول: برای خرید ۵ خودکار چقدر باید پرداخت کرد؟ $۵ \times ۱۳۰۰ = ۶۵۰۰$

مسئله ی دوم: چقدر از پولش باقی مانده است؟ $۱۰۰۰۰ - ۶۵۰۰ = ۳۵۰۰$

مسئله ی سوم: چند مداد می تواند بخرد؟ برای پیدا کردن تعداد مدادها تقسیم زیر را انجام می دهیم.

۳۵۰۰	۸۰۰
−۳۲۰۰	۴
۳۰۰	

حداکثر ۴ مداد می تواند بخرد و با خرید این ۴ مداد ۳۰۰ تومان برایش باقی می ماند.

مثال۳ : میوه فروشی امروز ۴۰ کیلو سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلو پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ توامان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰تومان فروخت. این میوه فروش از این کار چقدر سود برده است؟

پاسخ: زیرمساله های زیر را تشکیل می دهیم:

مسئله ی اول: سود فروش هر کیلوگرم سیب و هرکیلوگرم پرتقال چقدر است؟

سود پرتقال : $۲۰۰۰ - ۱۵۰۰ = ۵۰۰$ سود سیب : $۳۰۰۰ - ۲۵۰۰ = ۵۰۰$

مسئله ی دوم: سود فروش ۴۰کیلوگرم سیب و ۸۰ کیلوگرم پرتقال چقدر است؟

کل سود پرتقال ها : $۸۰ \times ۵۰۰ = ۴۰۰۰۰$ کل سود سیب ها : $۴۰ \times ۵۰۰ = ۲۰۰۰۰$

مسئله ی سوم: کل سود حاصل از فروش سیب و پرتقال:

$۲۰۰۰۰ + ۴۰۰۰۰ = ۶۰۰۰۰$ تومان

➢ با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۷ کتاب را حل کنید.

***راهبرد حل مسأله ساده تر و مرتبط با مساله ی اصلی: یعنی ساده کردن مسئله یا در نظر گرفتن حالت خاص و ساده تر مسئله و حل آن به کمک یک الگویابی ، مسئله ی ساده را تعمیم داده تا مسئله ی اصلی حل شود.**

مثال۱ :قد یک بسکتبالیست ۱/۹۷متر است و طول بدن یک مورچه ۴۹میلی متر است. قد بسکتبالیست تقریبا چند برابر مورچه است؟



پاسخ:

قد بسکتبالیست تقریبا دو متر یا ۲۰۰ سانتی متر و طول بدن مورچه تقریبا ۵ سانتی متر است

پس: (تقریبا ۴۰برابر است) ۴۰ = ۵ ÷ ۲۰۰

مثال۲ :حاصل عبارت $\frac{۱}{۲۵۶}+...+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}$ **را بنویسید.**

پاسخ : ابتدا نمونه های ساده تر را حل میکنیم:

جمع دو کسر اول : $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{۲}{۴}+\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$ **جمع سه کسر اول:** $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}=\frac{۴}{۸}+\frac{۲}{۸}+\frac{۱}{۸}=\frac{۷}{۸}$

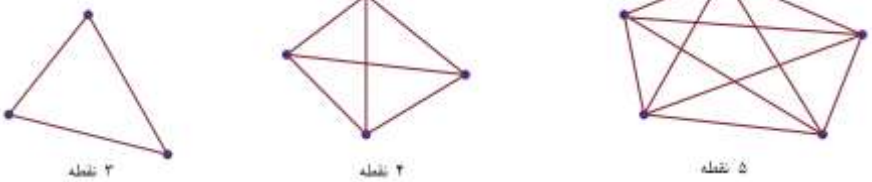
با مقایسه این دو نمونه این الگو مشاهده می شود که حاصل عبارت کسری است که مخرج آن بزرگترین عدد مخرج و صورت یک واحد از مخرج کوچکتر است.پس حاصل عبارت می شود : $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+...+\frac{۱}{۲۵۶}=\frac{۲۵۵}{۲۵۶}$

مثال۳ :اگر ۱۰ نقطه که هیچ سه نقطه آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم چند پاره خط داریم؟

پاسخ: مساله را برای تعداد نقاط کمتر حل می کنیم تا الگویی برای تعداد بیشتر به دست بیاید.

تعداد پاره خط ها را مشخص میکنیم سپس به کمک الگو پاسخ را می نویسیم:

تعداد پاره خط	تعداد نقطه
۳	۳
۶	۴
۱۰	۵



با دقت به تعداد نقطه ها و پاره خط ها به الگوی زیر می رسیم :

سه نقطه : $۳=\frac{۳\times۲}{۲}$ **چهار نقطه :** $۶=\frac{۴\times۳}{۲}$ **پنج نقطه :** $۱۰=\frac{۵\times۴}{۲}$

با توجه به الگوی مشاهده شده برای ۱۰ نقطه باید حاصل کسر $\frac{۱۰\times۹}{۲}$ **محاسبه گردد :** $\frac{۱۰\times۹}{۲}=۴۵$

➢ **با مرور مطالب برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۸ کتاب را حل کنید.**

***راهبرد روش های نمادین : یعنی به کاربردن نماد به جای آن چه در مسئله مجهول است. (در واقع نوشتن معادله یک نوع استفاده از راهبرد روش نمادین است)**

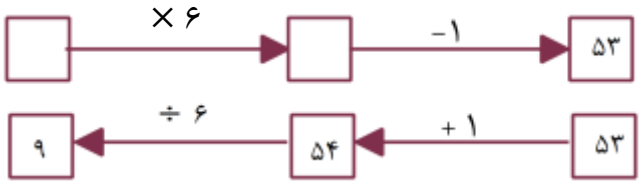
مثال۱ :عددی را ۶ برابر و یک واحد از آن کم کردیم، حاصل ۵۳ شد. عدد چیست؟

پاسخ:

اگر ◯ عدد جواب باشد بنابراین ۶ × ◯ −۱ = ۵۳

برای پیدا کردن جواب می توان از راه حدس و بررسی آن به پاسخ ۹ رسید و یا برعکس نمودار زیر را کامل کرد:





مثال۲ :حاصل جمع سه عدد متوالی ۲۷ می باشد. عدد کوچکتر را بنویسید.

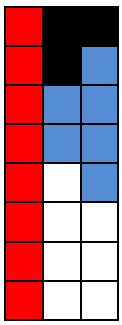
پاسخ: عدد کوچکتر را △ عدد وسط ۱+△ عدد بزرگتر ۲+△ در نظر می گیریم.

مسأله به صورت زیر نوشته می شود:

۲۷= ۲ + △ +۱ + △ + △ که پاسخ ۸ می باشد.

برای مرور راهبردهای بالا به حل تمرینات زیر می پردازیم:

۱) پارسا $\frac{۱}{۳}$ از ساعت های هر شبانه روز را می خوابد. $\frac{۱}{۸}$ را مطالعه می کند و $\frac{۱}{۴}$ از ساعت ها را در مدرسه می گذراند. چند ساعت برای سایر فعالیت های او باقی می ماند؟



پاسخ: راهبرد رسم شکل

یک شبانه روز ۲۴ ساعت است. شکل را به ۲۴ قسمت مساوی تقسیم و کسرهای $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۸}$ و $\frac{۱}{۴}$ را روی آن نمایش می دهیم. قسمت های رنگ نشده ساعات باقی مانده برای سایر فعالیت ها هستند.

پس در یک شبانه روز ۸ساعت برای خواب، ۳ساعت برای مطالعه، ۶ ساعت در مدرسه و باقی مانده ی آن ۷ ساعت است که برای سایر فعالیتها وقت صرف می شود.

۲) دو عدد طبیعی بنویسید که مجموع آنها ۱۱ و حاصل ضرب آنها بیشترین مقدار باشد؟

پاسخ: راهبرد الگوسازی(جدول نظام دار)

با تشکیل جدول نظام دار و نوشتن تمامی حالات و بررسی ضرب به پاسخ ۵ و ۶ می رسیم.

بررسی ضرب	عدد دوم	عدد اول
۱۰×۱=۱۰	۱۰	۱
۲×۹=۱۸	۹	۲
۳×۸=۲۴	۸	۳
۴×۷=۲۸	۷	۴
۵×۶= ۳۰	۶	۵

@riazicafe

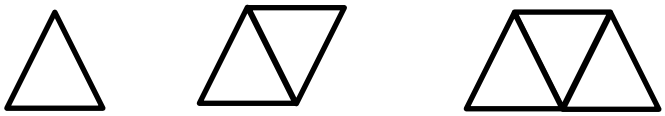
۳) با رقم های ۴و۰و۵و۸ چند عدد سه رقمی(بدون تکرار ارقام) می توان نوشت که بر ۶ بخش پذیر باشد؟

پاسخ: عددی بر ۶ بخشپذیر است که یکان آن زوج و مجموع ارقامش بر ۳ بخش پذیر باشد. پس باید از بین اعداد بالا ۳ عدد طوری انتخاب شود که مجموع آن ها بر سه بخشپذیر و حداقل یکی از این سه عدد زوج باشد تا در یکان قرار داده شود.

جمع ۴ و ۰ و ۸ و جمع ۵ و ۰ و ۴ بر سه بخش پذیر است بنابراین با این سه عدد تمامی اعداد زوج سه رقمی را می سازیم . تعداد این اعداد ۷ تاست.

عدد	یکان	دهگان	صدگان	حالت
۵۰۴	۴	۰	۵	۱
۵۴۰	۰	۴	۵	۲
۴۵۰	۰	۵	۴	۳
۸۰۴	۴	۰	۸	۴
۸۴۰	۰	۴	۸	۵
۴۰۸	۸	۰	۴	۶
۴۸۰	۰	۸	۴	۷

۴) شکل دهم با چند پاره خط کوچک ساخته می شود؟



پاسخ:راهبرد الگویابی

ابتدا در یک جدول شماره شکل و تعداد پاره خط های کوچک را می نویسیم:

شماره شکل	شکل۱	شکل۲	شکل۳	...	شکل دهم
تعداد پاره خط کوچک	۳ ۲+۱	۵ ۴+۱	۷ ۶+۱		۲۱ ۲×۱۰+۱

طبق جدول رابطه ی بین شماره شکل و تعداد پاره خطها برابر است با: ۱+ شماره شکل ×۲= تعداد پاره خط ها

۵)حاصل عبارت روبه رو را پیدا کنید. $۱\frac{۱}{۲} \times ۱\frac{۱}{۳} \times ۱\frac{۱}{۴} \times \ldots \times ۱\frac{۱}{۱۰۰} =$

پاسخ: راهبرد حل مساله ی ساده تر

مساله را برای تعداد اعداد کمتر حل می کنیم تا الگویی برای مساله در حالت کلی پیدا کنیم.

الف) $۱\frac{۱}{۲} \times ۱\frac{۱}{۳} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۴}{۲} = ۲$

ب) $۱\frac{۱}{۲} \times ۱\frac{۱}{۳} \times ۱\frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۴}{۳} \times \frac{۵}{۴} = \frac{۵}{۲}$

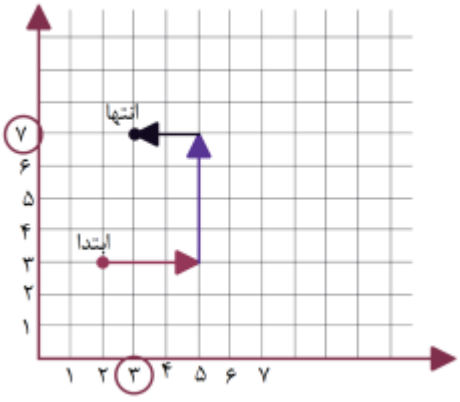
ج) $۱\frac{۱}{۲} \times ۱\frac{۱}{۳} \times ۱\frac{۱}{۴} \times ۱\frac{۱}{۵} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۴}{۳} \times \frac{۵}{۴} \times \frac{۶}{۵} = \frac{۶}{۲} = ۳$

با مشاهده ی پاسخ ها و ساده شدن تمامی صورت و مخرج ها به جز مخرج کسر اول و صورت کسر آخر برای مساله در حالت کلی پاسخ زیر را داریم:

$$۱\frac{۱}{۲} \times ۱\frac{۱}{۳} \times ۱\frac{۱}{۴} \times \ldots \times ۱\frac{۱}{۱۰۰} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۴}{۳} \times \frac{۵}{۴} \times \ldots \times \frac{۱۰۰}{۹۹} \times \frac{۱۰۱}{۱۰۰} = \frac{۱۰۱}{۲}$$



۶) سارا یک بازی روی صفحه شطرنج انجام می دهد. مهره ی او روی خانه ی $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ است. او ابتدا مهره اش را ۳ خانه به سمت راست ، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهره ی سارا روی کدام خانه قرار دارد؟



پاسخ: راهبرد رسم شکل

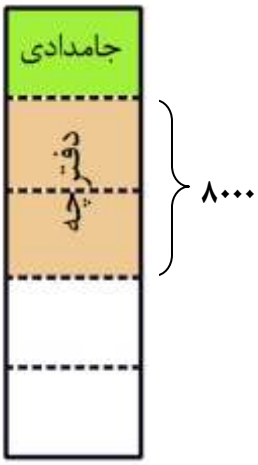
یک صفحه ی مختصات ترسیم و حرکت مهره را با بردار نشان می دهیم:

مختصات نقطه ی انتها برابر است با $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۷ \end{bmatrix}$

۷)سارا با $\frac{۱}{۵}$ پولش یک جامدادی و با نصف بقیه ی پولش یک دفترچه ی ۸۰۰۰ تومانی خرید.

الف) قیمت جامدادی چقدر است؟

ب) کل پول سارا چقدر است؟



پاسخ: راهبرد رسم شکل

ابتدا یک مستطیل به عنوان کل پول درنظر می گیریم.شکل را به پنج قسمت مساوی تقسیم و یک قسمت آن را قیمت جامدادی در نظر می گیریم.سپس نصف چهارتکه ی باقی مانده (یعنی دو قسمت) هزینه ی دفترچهی ۸۰۰۰تومانی است. پس هر قسمت کوچک نشان دهنده ی ۴۰۰۰ تومان است بنابراین:

الف) قیمت جامدادی ۴۰۰۰ تومان است.

ب) کل پول سارا برابر است با :تومان ۵×۴۰۰۰=۲۰۰۰۰

۸) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. $\left(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}+\cdots+\frac{۱}{۱۰۰}\right)+\left(\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۳}+\frac{۳}{۴}+\cdots+\frac{۹۹}{۱۰۰}\right)=$

پاسخ: راهبرد الگویابی

توجه کنیم بین دو پرانتز عمل جمع وجود دارد و عمل جمع جابه جایی پذیر است پس با جابه جاکردن کسرهایی که مخرج مساوی دارند الگوی زیر به دست می آید:

مثال: $\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۴}=\frac{۴}{۴}=۱$

$$\left(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}+\cdots+\frac{۱}{۱۰۰}\right)+\left(\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۳}+\frac{۳}{۴}+\cdots+\frac{۹۹}{۱۰۰}\right)=$$

جمع هر جفت از این کسرها ۱ واحد کامل است. و تعداد این اعداد ۹۹ تاست پس حاصل برابر است با :

$$\left(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}+\cdots+\frac{۱}{۱۰۰}\right)+\left(\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۳}+\frac{۳}{۴}+\cdots+\frac{۹۹}{۱۰۰}\right)=\underbrace{۱+۱+\cdots+۱}_{\text{۹۹ تا}}=۹۹\times۱=۹۹$$

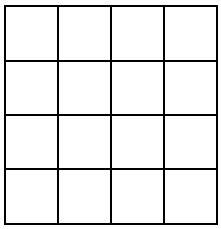
۹) رقم یکان عدد $\underbrace{۹ \times .. \times ۹ \times ۹ \times ۹}_{\text{۱۷ تا}}$ را به دست آورید.

۹×۹=۸۱
۹×۹×۹=۷۲۹
۹×۹×۹×۹=۶۵۶۱
۹×۹×۹×۹×۹=۵۹۰۴۹

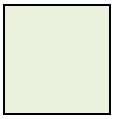
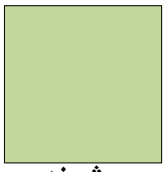
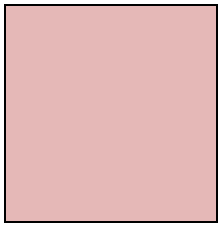
پاسخ: راهبرد الگویابی : به الگوی یکان حاصل ضرب های مقابل توجه کنید.
با توجه به الگوی یکان حاصل ضربها برای تعداد زوج رقم یکان حاصل ضرب ۱ و برای تعداد فرد یکان حاصل ضرب ۹ است. تعداد ۹ های مسئله ۱۷تا و عددی فرد است
بنابراین یکان حاصل عدد ۹ است.

۱۰) اگر از ۴ برابر عددی ۹ تا کم کنیم ، خود آن عدد به دست می آید. آن عدد را مشخص کنید.
پاسخ: راهبرد نمادین: به دنبال عددی هستیم که با قرار دادن آن در □ تساوی برقرار گردد. ۴× □ − ۹ = □
حدس اول: ۵ ۴×۵−۹ ≠ ☒ (حدس ۵ اشتباه است و سمت چپ بزرگتر از سمت راست تساوی است پس باید عددی کمتر حدس بزنیم.)
حدس دوم: ۳ ۴×۳−۹ = ☑

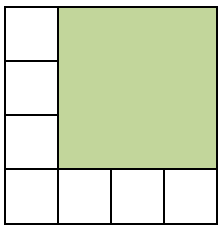
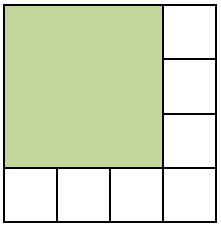
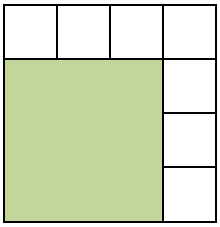
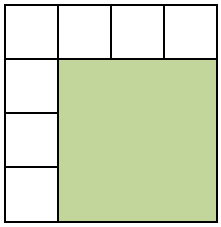
۱۱) در شکل مقابل چند مربع وجود دارد؟



پاسخ: راهبرد الگوسازی: برای شمارش همه ی مربع های شکل آن ها را از نظر اندازه دسته بندی می کنیم.

الف) ۱۶ مربع 
ب) ۹ مربع 
ج) ۴ مربع 
د) ۱ مربع 

به طور مثال، تمام مربع های قسمت ج به صورت زیر شمارش می شوند:

پس به طور کلی در شکل : ۳۰=۱+۴+۹+۱۶ مربع وجود دارد.این الگو برای مربعی به ضلع ۴ واحد است.
می توان الگو را به هر مربع به ضلع n تعمیم داد :
تعداد کل مربع های موجود برابر است با : $۱ + ۴ + ۹ + ۱۶ + \cdots + (n \times n)$

با مرور مطالب و مثالها و تمرینات حل شده، برای یادگیری بیشتر سوالات صفحه ۱۲-۹ کتاب را حل کنید.