نسبت

در فصل قبل با مفهوم کسر و قوانین مربوط به آن آشنا شدید؛یکی از کاربردهای کسر که در این فصل از آن استفاده خواهیم کرد، مفهوم نسبت در کسر است. نسبت در واقع ارتباط یا مقایسه‌ی بین دو یا چند مورد می‌باشد که به صورت دو عدد در صورت و مخرج یک کسر نوشته می‌شود.

به مثال زیر دقت کنید.

مثال: یک آشپز برای تهیه‌ی عدس‌پلو برای هر ۳ پیمانه برنج، ۲ پیمانه عدس اضافه می‌کند، بنابراین در مقایسه‌ی مقدار برنج و عدس می‌توانیم بگوییم نسبت برنج به عدس، ۳ به ۲ یا $\frac{۳}{۲}$ است.



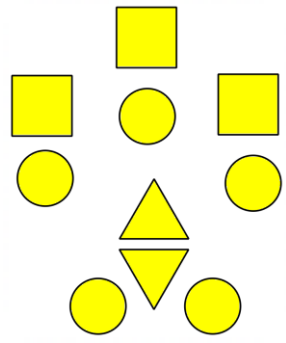
مثال: با توجه به شکل روبه‌رو، عبارت‌های زیر را کامل کنید.

الف) نسبت دایره‌ها به مثلث‌ها ..... به ..... می‌باشد که می‌توان آن را با کسر ..... نشان داد.

پاسخ: در شکل، ۵ دایره، ۲ مثلث و ۳ مربع دیده می‌شود. پس نسبت دایره‌ها به مثلث‌ها ۵ به ۲ یا $\frac{۵}{۲}$ است.

ب) نسبت مثلث‌ها به مربع‌ها ..... و نسبت مربع‌ها به کل شکل‌ها ..... است.

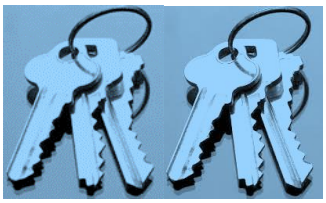
پاسخ: نسبت مثلث‌ها به مربع‌ها $\frac{۲}{۳}$ و نسبت مربع‌ها به کل شکل‌ها $\frac{۳}{۱۰}$ است.



نسبت‌های مساوی

همان‌طور که دیدیم نسبت دو عدد را می‌توان به صورت کسر نوشت. بنابراین تمام خاصیت‌ها و قوانین مربوط به کسرها مانند ساده‌کردن و کسرهای مساوی را می‌توان برای نسبت‌ها نیز در نظر گرفت.

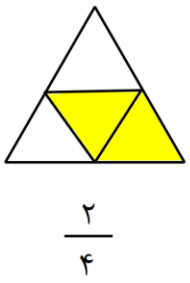
مثال: با توجه به شکل روبه‌رو، نسبت دسته کلید به کلید را بنویسید.



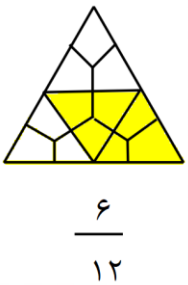
$$\frac{\text{دسته کلید}}{\text{کلید}} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

$\div ۲$ $\quad$ $\div ۲$

مثال: با یک تساوی نشان دهید که نسبت قسمت رنگ‌شده به کل شکل در هر دو مثلث با هم برابر است.



$$\frac{۲}{۴}$$



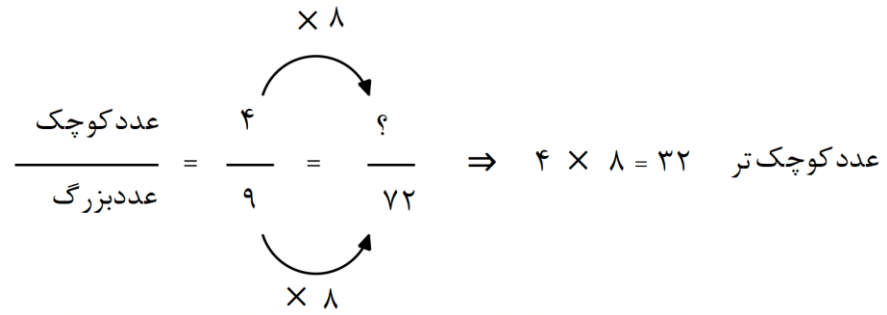
$$\frac{۶}{۱۲}$$

$\times ۳$ $\quad$ $\times ۳$

$$\frac{۲}{۴} = \frac{۶}{۱۲}$$

نکته: اگر دو طرف یک نسبت یعنی صورت و مخرج کسر مربوط به آن را در یک عدد ضرب کنیم و یا بر یک عدد تقسیم کنیم، نسبتی مساوی با همان نسبت حاصل می‌شود.

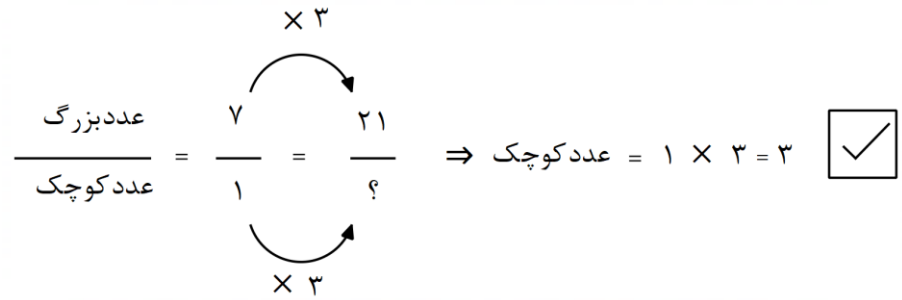
مثال: نسبت دو عدد برابر با $\frac{۴}{۹}$ می‌باشد، اگر عدد بزرگ‌تر برابر با ۷۲ باشد، عدد کوچک‌تر را به دست آورید.

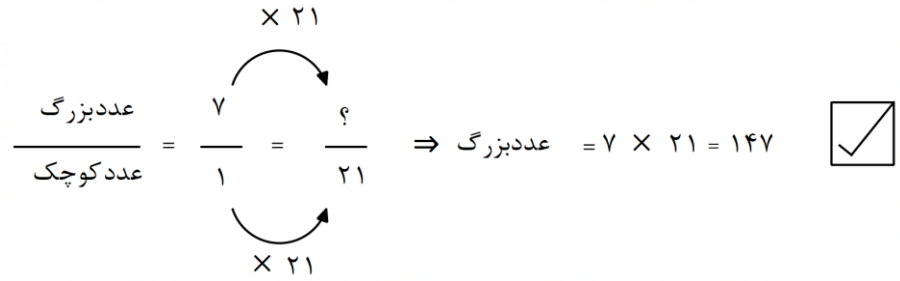


نکته: اگر نسبت دو مورد با یک عدد طبیعی بیان شده باشد، می‌توان آن را به صورت یک کسر با مخرج ۱ نوشت.

مثال: نسبت دو عددِ فرد ۷ است. اگر یکی از آن‌ها ۲۱ باشد، عدد دیگر کدام است؟

پاسخ: نسبت دو عدد $\frac{۷}{۱}$ می‌باشد، چون در سؤال مشخص نیست که عدد ۲۱، عدد بزرگ‌تر است یا کوچک‌تر، بنابراین دو حالت را باید در نظر گرفت:

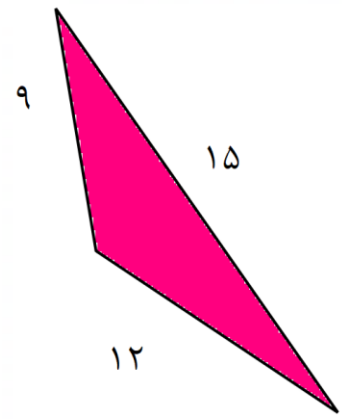




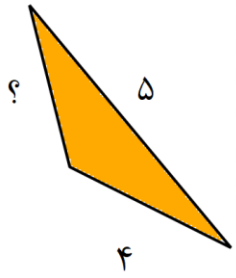
این سؤال دو پاسخ درست دارد، چرا که هر دو عدد فرد می‌باشند.

نکته: اگر تمامی قسمت‌های یک شکل یا یک عکس را هم‌زمان بزرگ کنیم، نسبت بین تمامی اجزای شکل بزرگ با تمامی اجزای شکل کوچک برابر است.

مثال: اگر نسبت بین ضلع‌های دو مثلث (الف) و (ب) با هم برابر باشد، ضلع کوچک مثلث (ب) را به دست آورید.



الف



ب

$$\frac{\text{ضلع بزرگ مثلث (ب)}}{\text{ضلع بزرگ مثلث (الف)}} = \frac{۵}{۱۵} = \frac{۱}{۳}$$

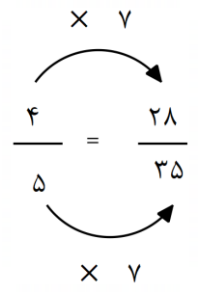
$$\frac{\text{ضلع میانی مثلث (ب)}}{\text{ضلع میانی مثلث (الف)}} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{ضلع کوچک مثلث (ب)}}{\text{ضلع کوچک مثلث (الف)}} = \frac{؟}{۹} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ؟ = ۳$$

$\times ۳$ (؟ ← ۱) و $\times ۳$ (۹ ← ۳)

تناسب

هر دو نسبت مساوی، با یکدیگر تشکیل تناسب می‌دهند. برای نمونه دو نسبت $\frac{۴}{۵}$ و $\frac{۲۸}{۳۵}$ با یکدیگر متناسب هستند.



در واقع در یک نسبت اگر یکی از اعداد چند برابر شود و عدد دیگر نیز به همان اندازه چند برابر شود، یک تناسب تشکیل خواهد شد.

برای نمونه بین تعداد چرخ‌های یک ماشین سواری با تعداد ماشین تناسب برقرار است.

$$\frac{\text{تعداد ماشین}}{\text{تعداد چرخ}} = \frac{۱}{۴} = \frac{۲}{۸} = \frac{۳}{۱۲} = \frac{۴}{۱۶} \times ۴$$

هم‌چنین می‌توانیم بگوییم اندازه‌ی ضلع مربع با اندازه‌ی محیط مربع متناسب است. یعنی اگر اندازه‌ی ضلع مربعی ۶ برابر شود، محیط مربع نیز ۶ برابر خوهد شد.

مثال: جدول زیر را کامل کنید و به سؤال زیر پاسخ دهید.

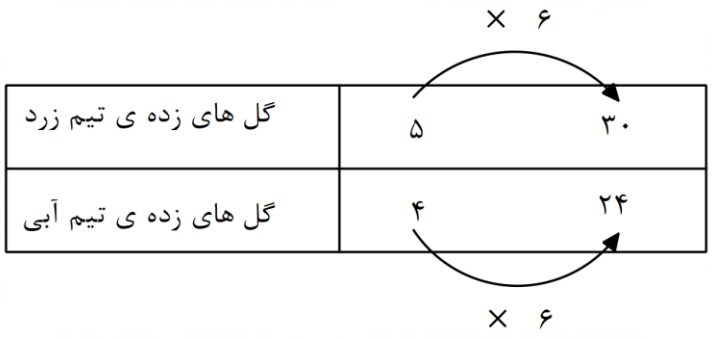
اندازه‌ی ضلع مربع	۱	۲	۳	۵	۹	۲۰
مساحت مربع	۱	۴	۹	۲۵	۸۱	۴۰۰

توضیح دهید که آیا اندازه‌ی ضلع یک مربع با اندازه‌ی مساحت مربع متناسب است؟

خیر. در جدول بالا می‌بینیم که نسبت‌های به وجود آمده با هم مساوی نیستند و این نشان می‌دهد که بین اندازه‌ی یک ضلع مربع و مساحت مربع تناسب برقرار نیست. یعنی اگر ضلع مربعی دو برابر شود، مساحت مربع دو برابر نمی‌شود، بلکه چهار برابر می‌شود. زمانی که بین دو یا چند نسبت تساوی برقرار است، می‌توان با کمک جدول تناسب مسئله را نیز حل کرد.

مثال: نسبت تعداد گل‌های زده‌ی تیم زرد به تیم آبی $\frac{۵}{۴}$ است. اگر تیم زرد ۳۰ گل زده باشد، تعداد گل‌های زده‌ی تیم آبی چند است؟

پاسخ:



تعداد گل‌های زده‌ی تیم آبی ۲۴ است.

نکته: در بعضی مسئله‌ها مجموع، اختلاف یا رابطه‌ی دیگری از اجزای دو نسبت (مانند محیط) در سؤال دیده می‌شود که در چنین مواردی ردیف دیگری به جدول اضافه می‌شود.

مثال: نسبت سن علی به زهرا $\frac{۳}{۷}$ است. اگر مجموع سن آن‌ها ۴۰ سال باشد، سن هر کدام را به دست آورید.

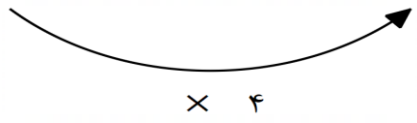
پاسخ:

مجموع نسبت‌ها: $۳ + ۷ = ۱۰$

سن علی: $۳ \times ۴ = ۱۲$

سن زهرا: $۷ \times ۴ = ۲۸$

سن علی	۳	؟=۱۲
سن زهرا	۷	؟=۲۸
مجموع	۱۰	۴۰



مثال: ناهید $\frac{۲}{۵}$ داود پول دارد. اگر اختلاف پول آن‌ها ۳۶۰۰۰ تومان باشد، ناهید چند تومان دارد؟

پاسخ:

پول ناهید	۲	۲۴۰۰۰
پول داود	۵	۶۰۰۰۰
اختلاف	۳	۳۶۰۰۰



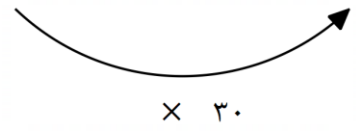
اختلاف نسبت‌ها: ۵ − ۲ = ۳

پول ناهید: ۲ × ۱۲۰۰۰ = ۲۴۰۰۰

مثال: محیط مستطیلی ۲۴۰ سانتی‌متر است. اگر نسبت عرض به طول آن $\frac{۱}{۳}$ باشد، مساحت مستطیل چند سانتی‌متر مربع است؟

پاسخ:

طول	۳	۹۰
عرض	۱	۳۰
محیط = ۲ × (عرض + طول)	۸	۲۴۰



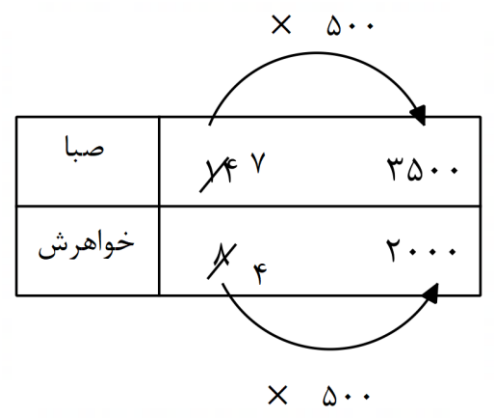
باید توجه داشت که در ردیف اضافه‌شده‌ی این جدول، محیط قرار می‌گیرد و محیط برابر است با مجموع طول و عرض ضرب در عدد ۲ که همین رابطه را برای نسبت‌ها باید در نظر گرفت.

مساحت مستطیل: ۹۰ × ۳۰ = ۲۷۰۰ سانتی متر مربع

نکته: گاهی در جدول تناسب، پیدا کردن رابطه‌ی ضرب یا تقسیم بین دو عدد دشوار است. درچنین مواردی می‌توان با ساده کردن نسبت اولیه مشکل را حل کرد.

مثال: نسبت پول صبا به پول خواهرش ۱۴ به ۸ است. اگر خواهرش ۲۰۰۰ تومان پول داشته باشد، صبا چند تومان دارد؟

پاسخ:



صبا ۳۵۰۰ تومان پول دارد.

درصد

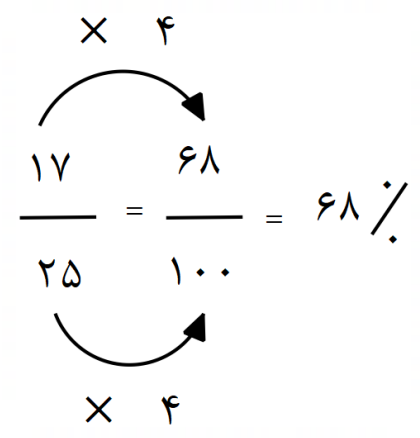
نسبت را می‌توان به صورت کسری که مخرج آن ۱۰۰ باشد، نوشت و آن را به صورت درصد بیان کرد. در این حالت می‌توان آن را با علامت ٪ نشان داد.

$\frac{۱}{۲} = \frac{۵۰}{۱۰۰} = ۵۰٪$ $\frac{۷}{۱۰} = \frac{۷۰}{۱۰۰} = ۷۰٪$

برای به دست آوردن درصد یک عدد می‌توان از جدول تناسب کمک گرفت و یا بدون جدول با نوشتن به صورت یک نسبت، نسبتی مساوی با آن نوشت که مخرجش ۱۰۰ باشد.

مثال: عدد ۱۷ چند درصد عدد ۲۵ است؟

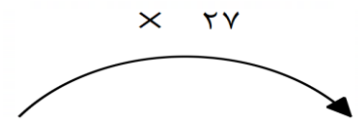
پاسخ:



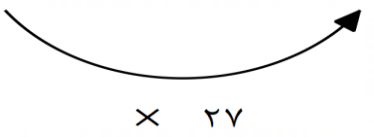
مسائل مختلفی از درصد بیان می‌شود که با کمک جدول تناسب می‌توان به راحتی آن‌ها را حل نمود.

مثال: ٪۴۰ از دانش‌آموزان دبستان شهید بابایی را به اردو برده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان این دبستان ۲۷۰ نفر باشد، چند نفر از دانش‌آموزان را به اردو نبرده‌اند؟

پاسخ:



؟	۴۰٪	دانش‌آموزان رفته به اردو
۲۷۰	۱۰۰٪	کل دانش‌آموزان



تعداد دانش‌آموزانی که به اردو رفته‌اند.

$$۴ \times ۲۷ = ۱۰۸$$

تعداد دانش‌آموزانی که به اردو نرفته‌اند.

$$۲۷۰ - ۱۰۸ = ۱۶۲$$

نکته: تخفیف اجناس با درصد بیان می‌شود. برای نمونه اگر کالایی با ٪۳۰ تخفیف به فروش برسد، خریدار از هر ۱۰۰ تومان ۳۰ تومان را پرداخت نمی‌کند و ۷۰ تومان از آن ۱۰۰ تومان را پرداخت می‌کند.

$$۱۰۰ - ۳۰ = ۷۰$$

مثال: احمد می‌خواهد یک دست کت و شلوار به قیمت ۴۲۰۰۰۰ تومان بخرد. اگر فروشنده به او ٪۲۰ تخفیف بدهد، او باید چند تومان به فروشنده بپردازد؟ چند تومان تخفیف گرفته است؟

پاسخ:

$$۱۰۰ - ۲۰ = ۸۰$$

پرداخت	۸۰	۳۳۶۰۰۰
تخفیف	۲۰	۸۴۰۰۰
کل	۱۰۰	۴۲۰۰۰۰

