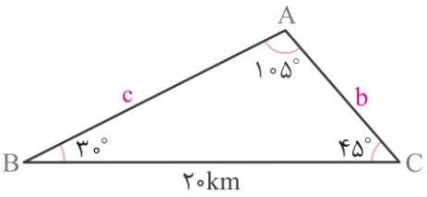
خرید آنلاین در gajmarket.com

۲ **دو ایستگاه رادار، که در فاصلهٔ ۲۰ کیلومتری از هم واقع‌اند، هواپیمایی را با زاویه‌های ۳۰ و ۴۵ درجه رصد کرده‌اند. فاصلهٔ هواپیما را از دو ایستگاه به دست آورید.**



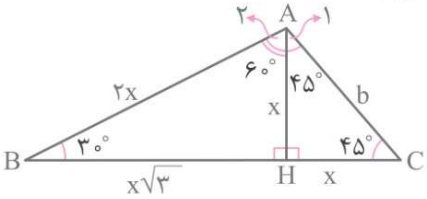
روش اول (به کمک ماشین حساب): $\hat{A} = ۱۸۰^\circ - (۳۰^\circ + ۴۵^\circ) = ۱۰۵^\circ$

$$\Rightarrow \sin A = \sin ۱۰۵^\circ = \sin ۷۵^\circ \simeq ۰/۹۶۶$$

$$\text{قضیهٔ سینوس‌ها} \Rightarrow \frac{۲۰}{\sin A} = \frac{b}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{c}{\sin ۴۵^\circ} \Rightarrow \frac{۲۰}{۰/۹۶۶} = \frac{b}{\frac{۱}{۲}} = \frac{c}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}$$

$$b = \frac{۲۰ \times \frac{۱}{۲}}{۰/۹۶۶} \simeq ۱۰/۳۵\,km \;,\; c = \frac{۲۰ \times \frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۰/۹۶۶} \simeq ۱۴/۶۴\,km$$

روش دوم: ارتفاع AH را رسم کرده و فرض می‌کنیم $AH = x$. در این صورت داریم:



$$\overset{\Delta}{AHC}: \hat{C} = ۴۵^\circ \Rightarrow \hat{A}_۱ = ۴۵^\circ \Rightarrow CH = AH = x \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AC = b = \sqrt{x^۲ + x^۲} = x\sqrt{۲}$$

$$\overset{\Delta}{ABH}: \hat{B} = ۳۰^\circ \Rightarrow AB = ۲AH = ۲x \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} BH = \sqrt{(۲x)^۲ - x^۲} = x\sqrt{۳}$$

$$BC = ۲۰ \Rightarrow x\sqrt{۳} + x = ۲۰ \Rightarrow x(\sqrt{۳}+۱) = ۲۰ \Rightarrow x = \frac{۲۰}{\sqrt{۳}+۱} = \frac{۲۰(\sqrt{۳}-۱)}{(\sqrt{۳}+۱)(\sqrt{۳}-۱)} = ۱۰(\sqrt{۳}-۱) \qquad (*)$$

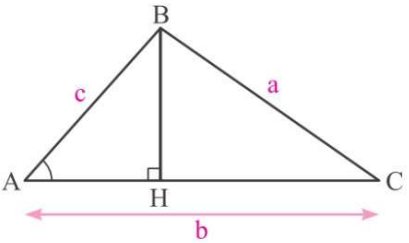
$$\Rightarrow AC = x\sqrt{۲} \overset{(*)}{=} ۱۰(\sqrt{۳}-۱)(\sqrt{۲}) \simeq ۱۰/۳۵km$$

$$AB = ۲x \overset{(*)}{=} ۲ \times ۱۰(\sqrt{۳}-۱) = ۲۰(\sqrt{۳}-۱) \simeq ۱۴/۶۴km$$

درس دوم: قضیهٔ کسینوس‌ها

فعالیت(۱) صفحهٔ ۶۶ و ۶۷ کتاب‌درسی

در مثلث ABC($\hat{A} < ۹۰^\circ$) ، ارتفاع BH را رسم کرده‌ایم. با توجه به تعریف نسبت‌های مثلثاتی در مثلث‌های قائم‌الزاویه، جاهای خالی را پر کنید:



$$\cos A = \frac{AH}{c} \Rightarrow AH = c \times \cos A \quad \text{و} \quad CH = b - AH = b - c.\cos A$$

$$\sin A = \frac{BH}{c} \Rightarrow BH = c \times \sin A$$

$$\Delta BHC: BC^۲ = BH^۲ + CH^۲ \Rightarrow a^۲ = (c.\sin A)^۲ + (b - c.\cos A)^۲$$

حال به کمک اتحادهای جبری و اتحاد مثلثاتی $\sin^۲ A + \cos^۲ A = ۱$ ، نشان دهید: $a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc.\cos A$

$$a^۲ = (c.\sin A)^۲ + (b - c.\cos A)^۲ = c^۲.\sin^۲ A + b^۲ - ۲bc.\cos A + c^۲.\cos^۲ A$$

$$= c^۲(\underbrace{\sin^۲ A + \cos^۲ A}_{۱}) + b^۲ - ۲bc\cos A = c^۲ + b^۲ - ۲bc\cos A$$

@cipbooks
قبل از استفاده حتماً از کتابخانه عضو شوید