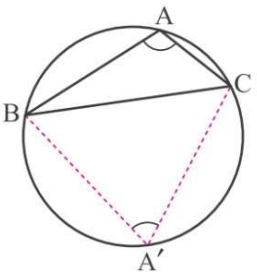
خرید آنلاین در gajmarket.com

۵ حال مثلث $ABC(\hat{A}>90^\circ)$ را در نظر بگیرید. نقطهٔ دلخواه A' روی کمان BC را به B و C وصل می‌کنیم. زوایای $\hat{A}$ و $\hat{A'}$ نسبت به هم چگونه‌اند؟ چرا؟



هر دو زاویهٔ A و A' محاطی‌اند و داریم:

$$\hat{A}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BA'C},\ \hat{A'}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BAC}\Rightarrow \hat{A}+\hat{A'}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BA'C}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{BAC}$$

$$=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{BA'C}+\overset{\frown}{BAC})=\frac{1}{2}(360^\circ)=180^\circ \Rightarrow \hat{A}\text{ و }\hat{A'}\text{ مکمل‌اند.}$$

$\hat{A}+\hat{A'}=180^\circ$ بنابراین $\hat{A'}$ زاویه‌ای حاده است.

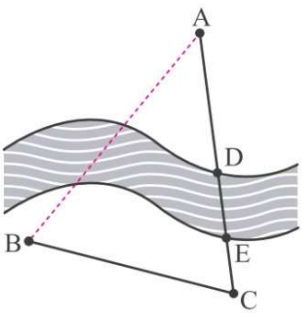
با توجه به آنچه از مثلثات می‌دانید، جاهای خالی را پر کنید: $\sin A=\sin(180^\circ-A')=\sin A'$

در مثلث $A'BC$ ، طبق نتیجهٔ قسمت (۳) می‌توانیم بنویسیم: $\frac{a}{\sin A'}=2R\Rightarrow\frac{a}{\sin A}=2R$

نتیجه: در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازهٔ هر ضلع به سینوس زاویهٔ روبه‌رو به آن برابر است با قطر دایرهٔ محیطی مثلث.

کار در کلاس

صفحهٔ ۶۵ کتاب درسی



می‌خواهیم روی یک رودخانهٔ عمیق بین دو نقطهٔ A و B در دو طرف رودخانه، پلی بنا کنیم. برای محاسبات مربوط به احداث پل، باید فاصلهٔ ابتدا و انتهای آن (یعنی طول AB) را به دست بیاوریم؛ اما امکان اندازه‌گیری مستقیم (به دلیل وجود رودخانه) وجود ندارد. برای این کار از نقطهٔ A در جهتی حرکت می‌کنیم تا با عبور از قسمت کم‌عمق رودخانه (DE) به نقطهٔ C برسیم و طول BC را اندازه‌گیری می‌کنیم؛ سپس با زاویه‌یاب (تئودولیت) زاویهٔ دید AC از نقطهٔ B $(\hat{B})$ و زاویهٔ دید AB از C $(\hat{C})$ را اندازه می‌گیریم. به صورت زیر نشان دهید با داشتن طول BC و زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ می‌توان فاصلهٔ AB را به دست آورد:

$$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C}\Rightarrow\frac{BC}{\sin(180^\circ-(B+C))}=\frac{AB}{\sin C}\Rightarrow AB=\frac{BC\times\sin C}{\sin(B+C)}$$

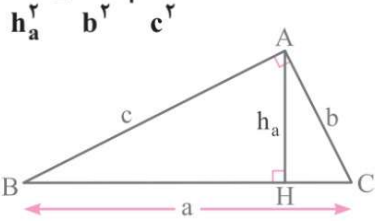
اگر $BC=3km$ و $\hat{B}=70^\circ$ و $\hat{C}=60^\circ$ به کمک ماشین حساب طول AB را به دست آورید.

$$AB=\frac{BC\times\sin C}{\sin(B+C)}=\frac{3\times\sin 60^\circ}{\sin(60^\circ+70^\circ)}\ \underset{\sin 130^\circ\approx 0/766}{\overset{\sin 60^\circ\approx 0/866}{=\!=\!=}}\ \frac{3\times 0/866}{0/766}\approx 3/391km$$

تمرین

صفحهٔ ۶۵ کتاب درسی

۱ ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC(\hat{A}=90^\circ)$ با ارتفاع $AH=h_a$ داریم: $\frac{1}{h_a^2}=\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$



می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، اضلاع قائمه حکم ارتفاع را هم دارند. حال مساحت مثلث را از دو راه به دست آورده و مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$S=\frac{1}{2}ah_a=\frac{1}{2}bc\Rightarrow ah_a=bc\Rightarrow h_a=\frac{bc}{a}\Rightarrow\frac{1}{h_a}=\frac{a}{bc}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{h_a^2}=\frac{a^2}{b^2c^2}\ \underset{a^2=b^2+c^2}{=\!=\!=\!\rightarrow}\ \frac{1}{h_a^2}=\frac{b^2+c^2}{b^2c^2}=\frac{b^2}{b^2c^2}+\frac{c^2}{b^2c^2}\Rightarrow\frac{1}{h_a^2}=\frac{1}{c^2}+\frac{1}{b^2}$$

@ciplooks
قبل از استفاده، حتماً برای پایه‌ی خود پیوش کنید