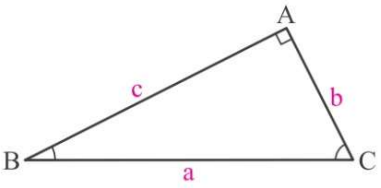
درس اول: قضیهٔ سینوس‌ها

فعالیت (۱) صفحهٔ ۶۲ کتاب‌درسی

در کتاب ریاضی ۱ (پایهٔ دهم) با تعریف نسبت‌های مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه آشنا شدید. با توجه به تعریف سینوس زاویه در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC، جاهای خالی را پر کنید:



$$\sin B = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{\sin B} = a$$

$$\sin C = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{\sin C} = a$$

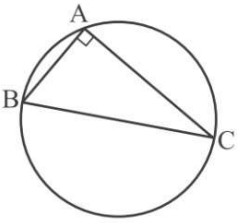
$$\sin A = \sin ۹۰^\circ = ۱ \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = a$$

بنابراین داریم:

در هر مثلث قائم‌الزاویه، نسبت اندازهٔ هر ضلع به سینوس زاویهٔ روبه‌رو به آن ضلع برابر است با اندازهٔ وتر مثلث.

فعالیت (۲) صفحهٔ ۶۳ کتاب‌درسی

در کتاب هندسهٔ ۱ دیدیم که عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث در یک نقطه همرس‌اند و در این کتاب دیدیم که این نقطه، مرکز دایرهٔ محیطی مثلث است. دایرهٔ محیطی مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC را رسم می‌کنیم. مرکز این دایره، کجاست و چرا قطر آن با وتر مثلث برابر است؟



زاویهٔ A قائمه و محاطی است. پس: $\hat{A} = ۹۰^\circ \Rightarrow \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{BC} = ۹۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BC} = ۱۸۰^\circ$

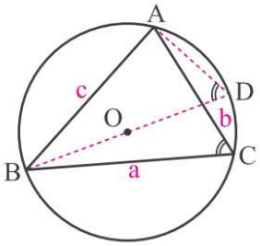
پس $\overset{\frown}{BC}$ یک نیم‌دایره است. در نتیجه وتر BC، قطر دایره است و مرکز دایره، وسط وتر BC است.

با توجه به نتیجهٔ فعالیت (۱) می‌توانیم بگوییم:

در هر مثلث قائم‌الزاویه، نسبت اندازهٔ هر ضلع به سینوس زاویهٔ روبه‌رو به آن ضلع برابر است با اندازهٔ قطر دایرهٔ محیطی مثلث.

فعالیت (۳) صفحهٔ ۶۳ و ۶۴ کتاب‌درسی

مثلث دلخواه ABC ($\hat{A} < ۹۰^\circ$) و دایرهٔ محیطی آن به مرکز O را در نظر می‌گیریم. قطر BD را رسم، و D را به A وصل می‌کنیم.



۱) زوایای $\hat{C}$ و $\hat{D}$ چرا با هم برابرند؟

زیرا هر دو زاویه، محاطی و روبه‌رو به کمان AB می‌باشند، پس: $\hat{D} = \hat{C} = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{AB}$.

اندازهٔ آنها برابر است با نصف کمان AB.

۲) چرا مثلث ABD در رأس A قائم‌الزاویه است؟

زیرا $B\hat{A}D$ محاطی و روبه‌رو به قطر BD است؛ پس: $B\hat{A}D = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{BD} = \frac{۱}{۲}(۱۸۰^\circ) = ۹۰^\circ$.

۳) با توجه به دو قسمت قبل، داریم:

$$\sin C = \sin D \ , \ \sin D = \frac{c}{۲R} \Rightarrow \sin C = \frac{c}{۲R} \Rightarrow \frac{c}{\sin C} = ۲R$$

۴) به‌طور مشابه خواهیم داشت:

$$\frac{a}{\sin A} = ۲R \quad , \quad \frac{b}{\sin B} = ۲R$$

gajmarket.com.ir خرید آنلاین
@cipbooks قبل از استفاده حتماً از مجوز آن از مرکز عضو شوید