خرید آنلاین در gajmarket.com

**۲ کدام‌یک از موارد زیر درست و کدام‌یک نادرست است؟ دلیل بیاورید.**

**الف) اگر دامنهٔ دو تابع با هم برابر و برد آنها نیز با یکدیگر برابر باشند، دو تابع برابرند.**

نادرست است، زیرا ممکن است به ازای یک x در دامنه، مقادیر یکسان نداشته باشند. مانند:

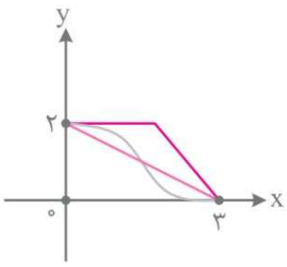
$f = \{(۲ , ۱) , (۱ , ۲)\} , g = \{(۱ , ۱) , (۲ , ۲)\}$

همان‌طور که دیده می‌شود، دامنه و برد دو تابع f و g با هم برابر است ولی چون $f(۱) \neq g(۱)$ بنابراین دو تابع مساوی نیستند.

**ب) برد و هم‌دامنهٔ تابع می‌توانند یکی باشند.** درست است، برد تابع همواره زیرمجموعهٔ هم‌دامنه است و چون یکی از زیرمجموعه‌های هر مجموعهٔ دلخواهی، خود آن مجموعه است، بنابراین برد و هم‌دامنه می‌توانند یکی باشند.

**پ) هم‌دامنهٔ تابع زیرمجموعه‌ای از برد آن است.** نادرست است، همان‌طور که گفته شد، برد، زیرمجموعه‌ای از هم‌دامنهٔ تابع است.

**ت) بی‌شمار تابع وجود دارد که دامنهٔ آن بازهٔ [۳ , ۰] است.** درست است، به نمودارهای روبه‌رو توجه کنید. هر نمودار بیانگر یک تابع است. بی‌شمار از این نمودارها می‌توان رسم کرد.

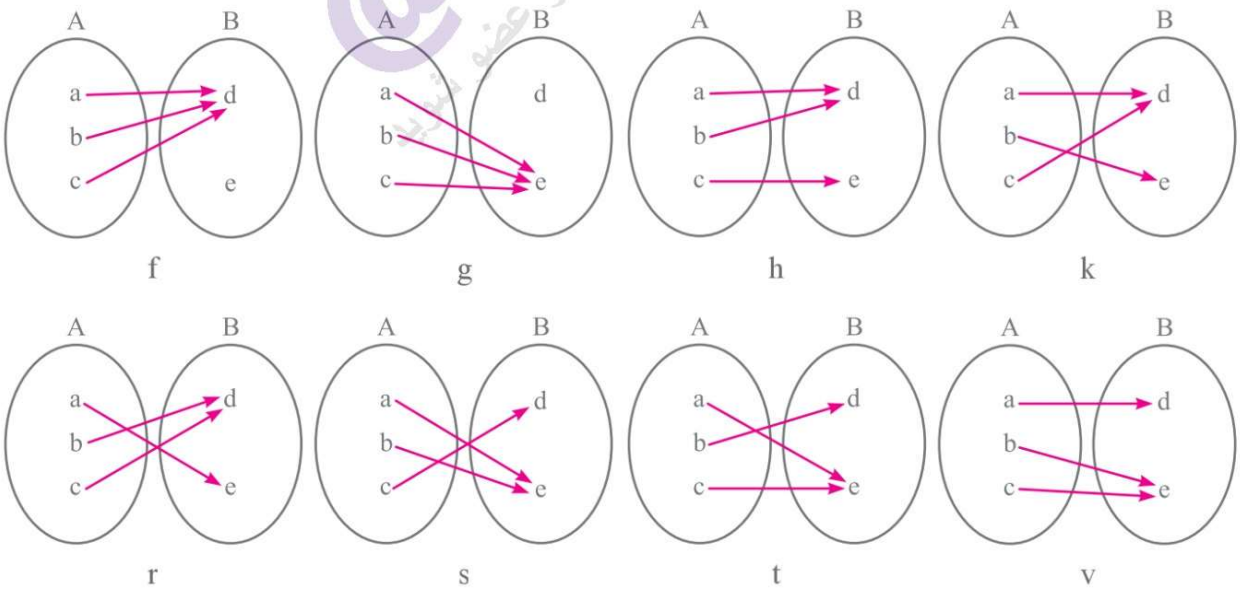



**۳ تابعی مثال بزنید که دامنهٔ آن مجموعهٔ اعداد حقیقی مثبت باشد، چه تعداد از این توابع وجود دارند؟**

$f(x) = \frac{۱}{\sqrt{x}} \Rightarrow D_f = (۰ , +\infty) = \mathbb{R}^+$

دقت کنید که اگر k عددی حقیقی باشد، آنگاه تمام توابع به فرم $g(x) = \frac{۱}{\sqrt{x}} + k$ نیز دامنه‌ای برابر با اعداد حقیقی مثبت دارند که تعداد آنها بی‌شمار است. توجه داشته باشید که توابع زیاد دیگری با ضابطه‌های متفاوت نیز وجود دارد که دامنهٔ آنها $\mathbb{R}^+$ است.

**۴ همه تابع‌های از مجموعهٔ $A = \{a , b , c\}$ به مجموعهٔ $B = \{d , e\}$ را بنویسید (از نمودار پیکانی کمک بگیرید).**




**نکته**

تعداد کل توابعی که از مجموعهٔ A (با n عضو) به مجموعهٔ B (با m عضو) می‌توان نوشت، برابر $m^n$ است.

@ciphooks
قبل از استفاده حتما در کنار معلم خود بررسی کنید

خرید آنلاین در gajmarket.com

**۵) تابع‌های مساوی را مشخص کنید.**

| | |
|---|---|
| $\begin{cases} f:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ f(x)=\lvert x\rvert \end{cases}$ | $\begin{cases} r:[0,+\infty)\to\mathbb{R} \\ r(a)=5a \end{cases}$ |
| $\begin{cases} g:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ g(x)=5x \end{cases}$ | $\begin{cases} s:\mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ s(a)=5a \end{cases}$ |
| $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ <br> $h(x)=\begin{cases} x & x\geq 0 \\ -x & x<0 \end{cases}$ | $\begin{cases} t:\mathbb{R}-\{0\}\to\mathbb{R} \\ t(x)=5x \end{cases}$ |

$$D_f = D_h = \mathbb{R},\quad f(x)=\lvert x\rvert=\begin{cases} x & ; x\geq 0 \\ -x & ; x<0 \end{cases}=h(x) \Rightarrow f=h$$

$$D_g = D_s = \mathbb{R},\quad g(x)=5x=s(x) \Rightarrow g=s$$

دقت داشته باشید که توابع r و t به دلیل متفاوت بودن دامنه‌هایشان با سایر توابع، با هیچ تابعی برابر نیستند.

**۶) تابع f در همهٔ شرایط زیر صدق می‌کند. f را رسم کنید و ضابطهٔ آن را بنویسید.**

**الف) دامنهٔ f مجموعهٔ اعداد حقیقی است و $f(2)=3$ و $f(-5)=-2$.**

**ب) f در بازهٔ $[0,2]$ ثابت است.**

**پ) تابع f به هر عدد بزرگ‌تر از ۲ مربع آن را نسبت می‌دهد.**

**ت) تابع f برای اعداد منفی، خطی است و نمودار آن محور xها را در نقطه‌ای به طول $-3$ قطع می‌کند.**

این تابع، روی اعداد منفی، خطی است. چون $f(-5)=-2$، تابع از نقطهٔ $A(-5,-2)$ می‌گذرد. از طرفی، تابع f محور xها را در $x=-3$ قطع می‌کند، پس از نقطهٔ $B(-3,0)$ نیز می‌گذرد؛ بنابراین:

$$\text{شیب خط} = m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{0-(-2)}{-3-(-5)}=\frac{2}{2}=1$$

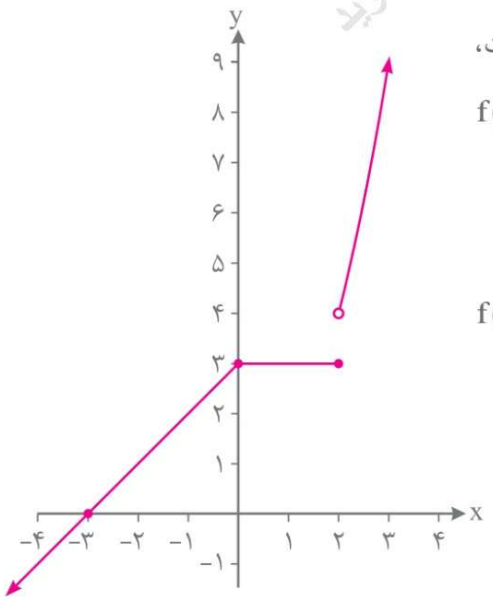
$$\text{معادلهٔ خط: } y-y_B=m(x-x_B) \Rightarrow y=x+3 \Rightarrow f(x)=x+3$$

همچنین، تابع روی بازهٔ $[0,2]$ ثابت است. از آنجایی که $f(2)=3$ است،

پس برای تمام xهای عضو بازهٔ $[0,2]$ داریم: $f(x)=3$

در نهایت، برای هر $x>2$ نیز $f(x)=x^2$ است؛ بنابراین:

$$f(x)=\begin{cases} x+3 & ; x<0 \\ 3 & ; 0\leq x\leq 2 \\ x^2 & ; x>2 \end{cases}$$




@cipbooks
قبل از استفاده شما در کنکور، برای آزمون خود بخوانید

خرید آنلاین در gajmarket.com

**۷) با استفاده از یک تابع خطی و با در دست داشتن طول استخوان بازو (از آرنج تا شانه) می‌توان طول قد یک انسان بزرگ‌سال را برآورد کرد:**

**تابع خطی برای مردان** $M(x)=۲/۸۹x+۷۰/۶۴$

**تابع خطی برای زنان** $F(x)=۲/۷۵x+۷۱/۴۸$

**که در آنها x طول استخوان بازو برحسب سانتی‌متر است.**

**الف) اگر طول استخوان بازوی یک مرد ۳۵ سانتی‌متر باشد، طول قد او چقدر است؟**

$$M(x)=۲/۸۹x+۷۰/۶۴ \xrightarrow{x=۳۵} M(۳۵)=۲/۸۹\times ۳۵+۷۰/۶۴=۱۷۱/۷۹$$ سانتی‌متر

**ب) اگر قد یک مرد ۱۸۵ سانتی‌متر باشد، طول استخوان بازوی او چقدر است؟**

$$M(x)=۲/۸۹x+۷۰/۶۴ \xrightarrow{M(x)=۱۸۵} ۱۸۵=۲/۸۹x+۷۰/۶۴$$

$$\Rightarrow ۲/۸۹x=۱۸۵-۷۰/۶۴ \Rightarrow ۲/۸۹x=۱۱۴/۳۶ \Rightarrow x=\frac{۱۱۴/۳۶}{۲/۸۹}\simeq ۳۹/۵۷$$ سانتی‌متر

**پ) برای تابع F(x) نیز مشابه الف و ب یک سؤال طرح کنید و به آن پاسخ دهید.**

۱) اگر طول استخوان بازوی یک زن ۳۵ سانتی‌متر باشد، طول قد او چقدر است؟

$$F(x)=۲/۷۵x+۷۱/۴۸ \xrightarrow{x=۳۵} F(۳۵)=۲/۷۵\times ۳۵+۷۱/۴۸=۱۶۷/۷۳$$ سانتی‌متر

۲) اگر قد یک زن ۱۸۵ سانتی‌متر باشد، طول استخوان بازوی او چقدر است؟

$$F(x)=۲/۷۵x+۷۱/۴۸ \xrightarrow{F(x)=۱۸۵} ۱۸۵=۲/۷۵x+۷۱/۴۸ \Rightarrow ۲/۷۵x=۱۸۵-۷۱/۴۸ \Rightarrow ۲/۷۵x=۱۱۳/۵۲$$

$$\Rightarrow x=\frac{۱۱۳/۵۲}{۲/۷۵}=۴۱/۲۸$$ سانتی‌متر

توجه داشته باشید که ما از همان اعداد قسمت‌های (الف) و (ب) استفاده کردیم به این جهت که بتوان تفاوت اندازه‌ها در مردان و زنان را به راحتی در این موضوع مشاهده کرد.

@zipbooks
قبل از استفاده، متن کامل سلب مسئولیت را در کانال تلگرامی ما بخوانید. عضو شوید