فصل چهارم ریاضی دهم ادبیات و علوم انسانی

درس ۲ : معیارهای گرایش به مرکز ← مُد، میانه، میانگین

مُد: در بین داده های آماری، داده ای که بیشترین فراوانی را دارد مُد داده ها می باشد به بیان دیگر مقداری از متغیر است که بیشترین تعداد دفعات تکرار را داشته باشد.

* در فعالیتهای اقتصادی و انتخابات بیشتر از مُد استفاده می شود.

** ممکن است در یک تجربه ی آماری، بیشتر از یک مُد داشته باشیم یا اصلاً مُد نداشته باشیم.

میانه: اگر داده های آماری را بر ترتیب از کوچک به بزرگ (یا برعکس) مرتب کنیم داده ای که در وسط قرار می گیرد را میانه ی داده ها می گوئیم. ممکن است تعداد داده ها زوج باشد در این صورت دو داده ای که در وسط قرار می گیرند را با هم جمع نموده و حاصل را بر ۲ تقسیم می کنیم عدد بدست آمده میانه ی داده ها می باشد.

میانگین: اگر داده های آماری را با هم جمع کنیم و حاصل را بر تعداد داده ها تقسیم نمائیم عدد بدست آمده میانگین داده ها می باشد. میانگین داده های آماری x_1 و x_2 و ... و x_n را با $\bar{x}$ نشان می دهیم و داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} .$$

تذکر ۱: در ریاضیات مجموع را با نماد "Σ" (خوانده می شود سیگما) نشان می دهیم پس:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

تذکر ۲: در صورتی که داده ها دارای تکرار باشند (و به خصوص تعداد داده ها زیاد باشد) به جای استفاده از دستور بالا می توانیم فراوانی هر داده را در مقدار آن داده ضرب کنیم و سپس حاصل ها را با هم جمع نموده و بر تعداد کل داده ها تقسیم کنیم یعنی $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} F_i x_i}{n}$. $(1 \leq k \leq n)$

یا به صورت گسترده $\bar{x} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \cdots + F_k x_k}{n}$ که در آن $F_1 + F_2 + \cdots + F_k = n$

این گونه میانگین را میانگین وزن دار یا موزون می گوئیم.

داده ی دور افتاده: داده ای است که مقدار آن با مقادیر سایر داده ها متفاوت است یعنی یا مقدار آن خیلی بزرگتر یا خیلی کوچکتر از سایر داده ها می باشد.

مثلاً اگر داده های ما به صورت ۲۵، ۲۹، ۳۰، ۲۴، ۲۷، ۲۵، ۲، ۲۱، ۲۶، ۲۵، ۳۰، ۱۰۰ باشند آنگاه اعداد ۲ و ۱۰۰ داده های دور افتاده به حساب می آیند.

نکته: اگر در بین داده های آماری داده ی دور افتاده وجود داشته باشد، از میانه ی داده ها استفاده می کنیم. چون وضعیت عمومی جامعه ی آماری را بهتر نشان می دهد.

Scanned with CamScanner

۲

مثال ۱ : نمرات ۲۵ دانش آموز به شرح زیر بوده است :

۷ و ۱۱ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۷ و ۲۰ و ۱۹ و ۱۰ و ۲۰ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۴ و ۱۵ و ۶ و ۱۲ و ۱۷ و ۱۰ و ۱۲ و ۴ و ۱۹ و ۱۶ و ۸ و ۲۰ و ۱۲ و ۱۷

مُد و میانه و میانگین داده‌ها را بدست آورید.

حل : چون اعداد ۱۲ و ۱۷ هرکدام ۴ بار تکرار شده‌اند و تعداد دفعات تکرار آن‌ها از بقیه بیشتر است پس مُد داده‌ها می‌باشند.

برای تعیین میانه، داده‌ها را مرتب می‌کنیم داده‌ی سیزدهم میانه‌ی داده‌های باشد.

۲۰ و ۲۰ و ۲۰ و ۱۹ و ۱۹ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۷ و ۱۷ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۱۰ و ۸ و ۷ و ۶ و ۴

↓ میانه

برای محاسبه‌ی میانگین نیز داده‌ها را با هم جمع و حاصل را بر تعداد داده‌ها که ۲۵ می‌باشد تقسیم می‌کنیم بنابراین

$$\bar{x} = \frac{347}{25} = 13/88$$

مثال ۲ : سن افراد شرکت کننده در یک جلسه به شرح زیر است مُد، میانه و میانگین سن این افراد را بیابید.

۴۰ و ۴۸ و ۴۷ و ۵۰ و ۳۹ و ۲۹ و ۵۲ و ۴۳ و ۵۴ و ۳۷

حل : چون هرکدام از داده‌ها فقط یک بار تکرار شده‌اند پس مُد ندارند.

اگر داده‌ها را مرتب کنیم داریم : ۲۹ و ۳۷ و ۳۹ و ۴۰ و ۴۳ و ۴۷ و ۴۸ و ۵۰ و ۵۲ و ۵۴

چون تعداد داده‌ها عددی زوج است (ده تا) پس داده‌های پنجم و ششم را با هم جمع کرده و حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم تا میانه بدست آید یعنی :

$$\text{میانه} = \frac{47+43}{2} = \frac{90}{2} = 45$$

برای محاسبه‌ی میانگین نیز طبق دستور عمل می‌کنیم پس :

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{439}{10} = 43/9$$

مثال ۳ : وزن ۱۶ کودک در یک مهدکودک به شرح زیر است :

۳۲ و ۱۸ و ۲۰ و ۱۳ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۳ و ۱۵ و ۱۰ و ۱۴ و ۱۹ و ۱۲ و ۱۷ و ۱۵

مُد و میانه و میانگین داده‌ها را بدست آورید.

حل : عدد ۱۴ با سه بار تکرار مُد داده‌ها است.

با مرتب کردن داده‌ها داریم : ۳۲ و ۲۰ و ۱۹ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۵ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۳ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۰

$$\text{میانه} = \frac{15+15}{2} = 15$$

اگر مجموع داده‌ها را بیابیم و حاصل را بر ۱۶ تقسیم کنیم میانگین آن‌ها بدست می‌آید بنابراین :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{16} x_i}{n} = \frac{259}{16} = 16/2$$

سؤال : اگر نمرات شما در همه‌ی دروس مثل هم باشند (مثلاً همه‌ی دروس ۱۶) در مورد مُد و میانه و میانگین نمرات شما چه می‌توان گفت ؟

Scanned with CamScanner

در مثال‌های زیر قصد داریم برخی از خاصیت‌ها را در مورد میانگین بررسی کنیم.

مثال ۱ : میانگین داده های آماری ۸، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۶ را بدست آورید.

حل :

$$\bar{x}_1 = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{60}{5} = 12$$

مثال ۲ : اگر به هرکدام از داده های مثال ۱ پنج واحد اضافه کنیم میانگین را بدست آورید و نتیجه را بیان کنید.

حل :

داده‌ها : ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۲۱ $\longrightarrow \bar{x} = \frac{85}{5} = 17 = 12 + 5 = \bar{x}_1 + 5$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ اگر به هرکدام از داده های آماری مقداری اضافه شود به میانگین نیز همان مقدار اضافه می‌شود.

مثال ۳ : اگر از هرکدام از داده های مثال ۱ سه واحد کم کنیم میانگین را بیابید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

حل :

داده‌ها : ۵، ۷، ۹، ۱۱، ۱۳ $\longrightarrow \bar{x} = \frac{45}{5} = 9 = 12 - 3 = \bar{x}_1 - 3$

نتیجه : اگر از هرکدام از داده های آماری مقداری کم کنیم از میانگین نیز همان مقدار کم می‌شود.

مثال ۴ : اگر هرکدام از داده های آماری مثال ۱ را در عدد ۴ ضرب کنیم میانگین را محاسبه کنید چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

حل :

داده‌ها : ۳۲، ۴۰، ۴۸، ۵۶، ۶۴ $\longrightarrow \bar{x} = \frac{240}{5} = 48 = 12 \times 4 = \bar{x}_1 \times 4$

نتیجه : اگر هرکدام از داده های آماری را در عددی ضرب کنیم میانگین نیز در همان عدد ضرب می‌شود.

مثال ۵ : اگر هرکدام از داده های آماری مثال ۱ را بر ۲ تقسیم کنیم میانگین را بیابید و نتیجه را بیان کنید.

حل :

داده‌ها : ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ $\longrightarrow \bar{x} = \frac{30}{5} = 6 = \frac{12}{2} = \frac{\bar{x}_1}{2}$

نتیجه : اگر هرکدام از داده های آماری را بر عددی غیر صفر تقسیم کنیم میانگین نیز بر همان عدد تقسیم می‌شود.

تمرین : سؤالات بالا را در مورد میانه و مُد بررسی کنید.

مسئله : اگر میانگین داده های آماری ۲، ۹، ۶، ۷، ۳، ۵ برابر ۵ باشد مقدار x را بیابید و سپس مُد و میانه‌ی داده ها را بدست آورید.

حل :

$$\bar{x} = \frac{5+3+7+6+x+2}{6} \Rightarrow \frac{5}{1} = \frac{x+23}{6} \Rightarrow x+23 = 30 \Rightarrow x = 30 - 23 = 7$$

پس داده ها عبارتند از : ۲، ۳، ۵، ۶، ۷، ۷

بنابراین مُد داده ها برابر ۷ و میانه‌ی داده ها برابر $\frac{5+6}{2} = 5/5$ می‌باشد.

مسئله : اگر میانگین داده های آماری ۱۶، ۱۹، ۱۲، ۱۰، ۹، ۱۳، ۱۰ برابر ۱۴ باشد مقدار x و سپس مُد و میانه‌ی داده ها را بیابید.

حل :

$$\bar{x} = \frac{10+13+x+10+12+19+16}{7} \Rightarrow \frac{14}{1} = \frac{80+x}{7} \Rightarrow 80+x = 98 \Rightarrow x = 98-80 \Rightarrow x = 18$$

پس داده ها عبارتند از ۹، ۱۰، ۱۰، ۱۲، ۱۳، ۱۶، ۱۸، ۱۹ بنابراین :

مُد داده‌ها = ۱۰

میانه = ۱۲

Scanned with CamScanner

تمرین :

۱) کدام یک از جملات زیر درست و کدام یک نادرست هستند ؟

الف - مُد داده ها همواره در داده ها وجود دارد.

ب - میانه ی داده ها همواره از خود داده هاست .

پ - میانگین داده ها همواره در بین داده هاست .

ت - میانه و میانگین داده ها می توانند با هم برابر باشند.

۲) جملات زیر را کامل کنید :

الف - اگر تعداد داده ها زوج باشد میانه ی داده ها در صورتی در بین داده ها ست که .....

ب - اگر داده ها را مرتب کنیم آنگاه نیمی از داده ها بزرگتر از ..... می باشند .

پ - وقتی با ..... مواجه هستیم بهتر است از .... استفاده کنیم تا از .....

ت - بهترین معیار در کارهای تولیدی و اقتصادی .... می باشد.

۳) میانگین داده های ۱۲ و ۸ و ۸ و ۹ و ۱۱ و ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۰ را بدست آورید.

۴) میانگین داده های ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ را بدست آورید.

۵) میانگین داده های ۱۲ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۱ را بدست آورید.

۶) میانگین داده های ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ را بدست آورید.

با سلام و آرزوی سلامتی برای شما دانش آموزان عزیز و اولیای گرامیتان لطفاً پس از مطالعه ی مطالب ارائه شده فعالیتها و کار در کلاس های کتاب را مطالعه نمائید و سپس تمرینات بالا را حل کنید. در صورت داشتن سؤال یا اشکال می توانید آنرا در گروه مطرح نمائید تا پاسخ شما داده شود.

با تشکر خالقی

* لطفاً برای مقابله با ویروس کرونا در منزل بمانید و بهداشت را کاملاً رعایت فرمائید.

Scanned with CamScanner

ریاضی دهم انسانی درس سوم از فصل ۴ (معیارهای پراکندگی)

در درس دوم معیارهای گرایش به مرکز (مُد و میانه و میانگین) را بررسی کردیم این معیارها اگرچه اطلاعاتی در مورد جامعه به ما می دهند ولی این اطلاعات، کامل نیستند مخصوصاً در مورد مقایسه‌ی گروه‌هایی که میانگین یا میانه‌ی برابر دارند. به همین خاطر از معیارهای پراکندگی کمک می‌گیریم.

در جزوه‌ای که برای درس دوم در اختیارتان قرار گرفته در صفحه‌ی آخر چند تمرین وجود دارد که با هم تمرین ۳ و ۴ و ۵ و ۶ آن را حل می‌کنیم تا به اهمیت معیارهای پراکندگی پی ببرید.

تمرین ۳ : میانگین داده های ۱۲ و ۸ و ۸ و ۹ و ۱۱ و ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۰ را بدست آورید.

حل: با توجه به تعریف میانگین داریم:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{۱۴۴}{۱۲} = ۱۲$$

همچنین اگر داده ها را مرتب کنیم داریم:

۸ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۶

$$\text{میانه} = \frac{۱۲+۱۲}{۲} = ۱۲$$

در این تمرین مُد داده ها نیز اعداد ۱۲ و ۱۶ و ۸ می باشند که هرکدام دو بار تکرار شده اند.

تمرین ۴ : میانگین داده های ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ را بدست آورید.

حل:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{۱۴۴}{۱۲} = ۱۲$$

با مرتب کردن داده ها داریم:

۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ بنابراین

$$\text{میانه} = \frac{۱۲+۱۲}{۲} = ۱۲$$

همچنین اعداد ۱۰ و ۱۲ و ۱۴ مُد داده ها هستند.

تمرین ۵ : میانگین داده های ۱۲ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۱ را بدست آورید.

حل:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{۱۴۴}{۱۲} = ۱۲$$

اگر داده ها را مرتب کنیم داریم:

۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۷ و ۱۸ پس

$$\text{میانه} = \frac{۱۱+۱۱}{۲} = ۱۱$$

و مُد داده ها عدد ۱۰ می باشد.

تمرین ۶ : میانگین داده های ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ را بدست آورید.

حل: می دانیم که:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{۱۴۴}{۱۲} = ۱۲$$

از طرفی با جمع دو داده‌ی وسط و تقسیم بر ۲ کردن داریم:

$$\text{میانه} = \frac{۱۰+۱۴}{۲} = ۱۲$$

و اعداد ۱۰ و ۱۴ مُد داده ها هستند.

همانطور که ملاحظه می‌شود در تمرینات بالا میانگین برابر ۱۲ است اما وضعیت داده ها یکسان نیست همینطور در تمرینات ۳ و ۴ و ۶ میانه‌ی داده ها ۱۲ شده است ولی نمی‌توانیم بگوئیم که داده ها مثل هم هستند.

Scanned with CamScanner

معیارهای پراکندگی

با وجود مساوی بودن میانگین و میانه می بینیم که مد داده ها متفاوت است و پراکندگی داده ها نیز یکسان نیست. به همین خاطر مجبور به کمک گرفتن از معیارهای پراکندگی می باشیم. در ادامه به بررسی معیارهای پراکندگی می پردازیم:

دامنه‌ی تغییرات داده ها: اگر بزرگترین داده را منهای کوچکترین داده کنیم دامنه‌ی تغییرات داده ها بدست می آید. دامنه‌ی تغییرات داده ها را با R نشان می دهیم و داریم:

$$R = Max - Min$$

مثال: دامنه‌ی تغییرات داده‌های تمرین ۳ و ۴ را بدست آورید.

داده های تمرین ۳: ۱۲ و ۸ و ۸ و ۹ و ۱۱ و ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ و ۱۵ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۰ $\longrightarrow R = ۱۶ - ۸ = ۸$

داده‌های تمرین ۴: ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۲ $\longrightarrow R = ۱۴ - ۱۰ = ۴$

همانطور که دیدیم میانگین و میانه‌ی هر دو دسته داده برابر ۱۲ بود ولی دامنه‌ی تغییرات آنها متفاوت می باشد.

مثال: دامنه‌ی تغییرات داده‌های تمرین ۶ را بدست آورید و آن را با تمرین ۴ مقایسه کنید.

داده های تمرین ۶: ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۴ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ $\longrightarrow R = ۱۴ - ۱۰ = ۴$

همانطور که ملاحظه می شود میانگین و میانه و دامنه‌ی تغییرات هر دو دسته داده در تمرین ۴ و ۶ یکسان می باشند در حالیکه داده ها مثل هم نیستند پس لازم است از شاخص دیگری به نام انحراف معیار یا شاخص واریانس کمک بگیریم.

انحراف معیار داده ها: این شاخص میزان انحرافات داده ها از میانگین را نشان می دهد و با نماد "سیگما" (σ) نشان داده می شود. یعنی بیانگر میزان پراکندگی داده ها می باشد.

برای محاسبه‌ی انحراف معیار ابتدا اختلاف هر داده با میانگین داده ها را بدست می آوریم و حاصل را به توان ۲ می رسانیم سپس میانگین این اعداد بدست آمده را محاسبه می کنیم و در پایان جذر آن را می گیریم یعنی اگر $\bar{x}$ میانگین داده های آماری x_1 و x_2 و ... و x_n باشد آنگاه داریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + \cdots + (x_n-\bar{x})^2}{n}}$$

واریانس داده ها: توان دوم انحراف معیار را واریانس داده ها می گوئیم که آن را با نماد σ^2 یا V نشان می دهیم یعنی: $V = \sigma^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + \cdots + (x_n-\bar{x})^2}{n}$ یا به طور خلاصه می نویسیم: $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$.

Scanned with CamScanner

مثال ۱: انحراف معیار و واریانس داده های آماری ۱۱ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۳ را بدست آورید.

حل: ابتدا باید میانگین را محاسبه کنیم و در فرمول قرار دهیم پس داریم:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{35}{5} = 7$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+(x_3-\bar{x})^2+(x_4-\bar{x})^2+(x_5-\bar{x})^2}{5}} = \sqrt{\frac{(3-7)^2+(4-7)^2+(7-7)^2+(10-7)^2+(11-7)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{16+9+0+9+16}{5}} = \sqrt{\frac{50}{5}} = \sqrt{10} \Rightarrow \sigma^2 = 10$$

مثال ۲: انحراف معیار و واریانس داده های آماری ۹، ۸، ۵، ۲ و ۱ را بیابید.

حل: مانند مثال قبل عمل می کنیم بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{25}{5} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1-5)^2+(2-5)^2+(5-5)^2+(8-5)^2+(9-5)^2}{5}} = \sqrt{\frac{16+9+0+9+16}{5}} = \sqrt{\frac{50}{5}} = \sqrt{10} \Rightarrow \sigma^2 = 10$$

* اگر دقت کنیم هرکدام از داده های این مثال، دو واحد از داده های مثال ۱ کمتر می باشند در درس قبل گفتیم که اگر از هرکدام از داده های آماری مقداری کم کنیم میانگین نیز به همان اندازه کم می شود ولی همانطور که می بینیم انحراف معیار و واریانس تغییر نکرده اند.

مثال ۳: انحراف معیار و واریانس داده های آماری ۱۴ و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۶ را بدست آورید.

حل: همانند دو مثال قبل عمل می کنیم پس:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{50}{5} = 10$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(6-10)^2+(7-10)^2+(10-10)^2+(13-10)^2+(14-10)^2}{5}} = \sqrt{\frac{16+9+0+9+16}{5}} = \sqrt{\frac{50}{5}} = \sqrt{10} \Rightarrow \sigma^2 = 10$$

* با دقت نظر در داده های این مثال، متوجه می شویم که هرکدام از داده های این مثال، سه واحد از داده های مثال ۱ بیشتر هستند و به میانگین سه واحد اضافه شده در حالیکه انحراف معیار و واریانس تغییر نکرده اند.

مثال ۴: انحراف معیار و واریانس داده های آماری ۲۲ و ۲۰ و ۱۴ و ۸ و ۶ را بیابید.

حل: با توجه به فرمولهای قبل داریم:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{70}{5} = 14$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(6-14)^2+(8-14)^2+(14-14)^2+(20-14)^2+(22-14)^2}{5}} = \sqrt{\frac{64+36+0+36+64}{5}} = \sqrt{\frac{200}{5}} = \sqrt{40} = \sqrt{4\times10} = 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = 40$$

* اگر به داده های این مثال توجه کنیم، ملاحظه می شود که هرکدام از این داده ها دو برابر داده های مثال ۱ هستند و میانگین و انحراف معیار دو برابر شده اند و انحراف معیار چهار برابر شده است.

در حالت کلی اگر داده های آماری را در عدد مثبتی ضرب کنیم میانگین در همان عدد، انحراف معیار نیز در همان عدد و واریانس در مربع آن عدد ضرب می شود.

Scanned with CamScanner

مثال ۵ : انحراف معیار و واریانس داده های آماری ۲۰ و ۲۰ و ۲۰ و ۲۰ و ۲۰ و ۲۰ و ۲۰ و ۲۰ را بیابید.

حل : چون داده‌ها با هم مساویند پس میانگین آنها برابر با خود داده ها می باشد یعنی :

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{160}{8} = 20$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(20-20)^2+(20-20)^2+(20-20)^2+(20-20)^2+(20-20)^2+(20-20)^2+(20-20)^2+(20-20)^2}{8}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{0}{8}} = 0 \Rightarrow \sigma^2 = 0$$

نتیجه : اگر داده های آماری همگی با هم مساوی باشند آنگاه میانگین آنها برابر با خود داده هاست و انحراف معیار و واریانس آنها برابر صفر می باشد.

نکته‌ی مهم : طبق یک قانون در آمار : الف - تقریباً ۶۸ درصد داده ها بین یک برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند یعنی ۶۸ درصد داده ها متعلق به فاصله‌ی $(\bar{x}-\sigma, \bar{x}+\sigma)$ می باشند.

ب - تقریباً ۹۶ درصد داده ها بین دو برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند یعنی ۹۶ درصد داده‌ها متعلق به فاصله‌ی $(\bar{x}-2\sigma, \bar{x}+2\sigma)$ می باشند.

ج - تقریباً ۹۹/۹ درصد داده ها بین سه برابر انحراف معیار از میانگین قرار دارند یعنی ۹۹/۹ درصد داده‌ها در فاصله‌ی $(\bar{x}-3\sigma, \bar{x}+3\sigma)$ قرار می‌گیرند.

مثال : نمرات یک دانش آموز در ۱۲ درس به شرح زیر می باشد :

۱۱ و ۱۷ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۸ و ۱۲ و ۲۰ و ۸ و ۱۴ و ۱۳ و ۱۹ و ۱۷

میانگین و میانه و مُد و انحراف معیار و واریانس این نمرات را بدست آورید.

حل : با استفاده از فرمولها داریم :

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} = \frac{180}{12} = 15$$

اگر داده ها را مرتب کنیم داریم : ۸ و ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ ⟵ میانه $= \frac{15+16}{2} = 15/5$

چون ۱۷ دوبار تکرار شده پس مُد داده ها می باشد.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(8-15)^2+(11-15)^2+(12-15)^2+(13-15)^2+(14-15)^2+(15-15)^2+(16-15)^2+(17-15)^2+(17-15)^2+(18-15)^2+(19-15)^2+(20-15)^2}{12}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{49+16+9+4+1+0+1+4+4+9+16+25}{12}} = \sqrt{\frac{138}{12}} = \sqrt{11/5} \simeq 3/4 \Rightarrow \sigma^2 = 11/5$$

اگر فاصله‌ی $(\bar{x}-\sigma, \bar{x}+\sigma)$ را بدست آوریم داریم : $(11/6, 18/4)$ حال اگر داده هایی که در این بازه قرار دارند را بشماریم ۸ تا می باشند و اگر درصد بگیریم داریم :

$$\frac{8}{12} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{8 \times 100}{12} \simeq \%67$$

که با نکته‌ای که در بالا گفته شد مطابقت دارد برای دو مورد دیگر نیز می توانیم این کار را انجام دهیم.

Scanned with CamScanner

چارک‌ها در داده‌های آماری: اگر داده‌های آماری را مرتب کنیم و میانه‌ی آن‌ها را به ترتیبی که قبلاً گفتیم بدست آوریم، داده‌ها به دو بخش کمتر از میانه (قبل از میانه) و بیشتر از میانه (بعد از میانه) تقسیم می‌شوند حال اگر در هر بخش، میانه‌ی داده‌ها را بدست آوریم کل داده‌ها به چهار بخش تقسیم می‌شوند.

میانه‌ی داده‌های قبل از میانه‌ی اصلی را چارک اول و میانه‌ی اصلی را چارک دوم و میانه‌ی داده‌های بعد از میانه‌ی اصلی را چارک سوم می‌گوییم و به ترتیب با Q_1 و Q_2 و Q_3 نشان می‌دهیم.

دامنه‌ی میان چارکی: در مواقعی که داده‌ی دور افتاده داشته باشیم به جای استفاده از انحراف معیار از دامنه‌ی میان چارکی استفاده می‌کنیم که آن را با "IQR" نمایش می‌دهیم که تصور خوبی از چگونگی توزیع داده‌ها را برایمان فراهم می‌آورد که در فصل پنجم در قسمت نمودار جعبه‌ای به آن می‌پردازیم.

دانش‌آموزان عزیز ضمن آرزوی سلامتی برای همه‌ی شما و خانواده‌های محترمتان لطفاً مطالب کتاب درسی را مرور بفرمائید و فعالیت‌ها و کار در کلاس‌های کتاب را انجام دهید و جواب‌های خود را با جواب‌هایی که در فایل‌های ارسال شده وجود دارد مقایسه کنید ضمناً جزوه‌ی دست نویسی که برایتان ارسال کرده‌ام را به دقت بخوانید و تمرینات زیر و تمرینات کتاب درسی را حل نمائید.

تمرین ۱: انحراف معیار و واریانس داده‌های آماری ۳، ۶، ۳، ۱، ۳، ۸، ۵، ۲ را بدست آورید.

تمرین ۲: اگر داده‌های تمرین ۱ را در عدد -2 ضرب کنیم واریانس و انحراف معیار داده‌ها را بیابید چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

تمرین ۳: اگر داده‌های تمرین ۱ را در ۳ ضرب کنیم و سپس به هرکدام یک واحد اضافه کنیم واریانس و انحراف معیار داده‌های بوجود آمده را بدست آورید چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

تمرین ۴: اگر به داده‌های تمرین ۱ یک واحد اضافه کنیم و سپس هرکدام را در ۳ ضرب کنیم واریانس و انحراف معیار داده‌های بوجود آمده را بدست آورید آیا نتیجه‌ی کار با تمرین ۳ یکسان است؟

تمرین ۵: اگر انحراف معیار داده‌ها برابر صفر باشد چه نتایجی می‌توان گرفت؟

* چنانچه مایلید تمرینات بیشتری انجام دهید به فایل ارسالی (کتاب کار دهم انسانی) در کانال مراجعه نمائید و در صورت داشتن اشکال یا سؤال، در همان جا سؤالتان را مطرح نموده تا پاسخ شما را برایتان ارسال کنم.

باماندن در خانه، سالم و موفق و پیروز باشید.

خالقی

Scanned with CamScanner