خرید آنلاین در gajmarket.com

پرسش متن ..... صفحهٔ ۳ کتاب‌درسی

این مسئله را با استفاده از ترکیبیات نیز می‌توان حل کرد. آن را حل کرده و دو روش را با هم مقایسه کنید.

برای تشکیل هر وتر در دایره، نیاز به دو نقطهٔ متمایز روی محیط آن داریم. بنابراین مسئله را می‌توان به صورت ترکیبیاتی، این چنین مطرح کرد: «تعداد راه‌هایی که می‌توان از ۲۰ نقطهٔ متمایز، دو نقطه را انتخاب کرد چندتاست؟»

چون ترتیب انتخاب نقاط، اهمیت ندارد، داریم:

$$\binom{20}{2}=\frac{20!}{2!\times(20-2)!}=\frac{20!}{2!\times18!}=\frac{20\times19\times\cancel{18!}}{2\times1\times\cancel{18!}}=\frac{\overset{10}{\cancel{20}}\times19}{\cancel{2}_{1}}=190$$

همان‌طور که دیده می‌شود، جواب‌های به دست آمده از هر دو روش، یکسان است.

نکته

همواره داریم:

$$1+2+3+\ldots+n=\binom{n}{2}=\frac{n(n+1)}{2}$$

فعالیت ..... صفحهٔ ۳ کتاب‌درسی

دنبالهٔ حسابی زیر را، که در آن a جملهٔ اول، d قدر نسبت و n تعداد جملات آن است، در نظر بگیرید.

$$a\ ,\ a+d\ ,\ a+2d\ ,\ \ldots\ ,\ a+(n-2)d\ ,\ a+(n-1)d$$

مجموع جملات این دنباله را S_n می‌نامیم و می‌نویسیم:

$$S_n=a+(a+d)+(a+2d)+\ldots+(a+(n-2)d)+(a+(n-1)d)$$

حال، جملات S_n را از آخر به اول بنویسید و با جمع جملات متناظر دو عبارت اخیر، $2S_n$ را به دست آورید. نتیجه خواهید گرفت:

$$S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$$

$$\begin{aligned}
S_n &= a \quad + \quad (a+d) \quad +\cdots+ (a+(n-2)d) + (a+(n-1)d)\\
&\ \ \updownarrow \qquad\quad \updownarrow \qquad\qquad\quad \updownarrow \qquad\quad \updownarrow\\
+S_n &= (a+(n-1)d) + (a+(n-2)d) +\cdots+ \quad (a+d) \quad + \quad a\\
\hline
2S_n &= \underbrace{(2a+(n-1)d)+(2a+(n-1)d)+\cdots+(2a+(n-1)d)+(2a+(n-1)d)}_{n\ \text{تا}}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2S_n=n[2a+(n-1)d]\Rightarrow S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$$

کار در کلاس ..... صفحهٔ ۴ کتاب‌درسی

① **نشان دهید در یک دنبالهٔ حسابی اگر a_1 و a_n به ترتیب جملات اول و آخر باشند، آنگاه:** $S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$

می‌دانیم در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول a_1 و قدر نسبت d، جملهٔ آخر (جملهٔ nاُم) برابر است با:

$$a_n=a_1+(n-1)d \qquad (1)$$

از طرفی می‌دانیم در این دنباله، مجموع n جملهٔ اول به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_n=\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]\overset{(1)}{=}\frac{n}{2}[a_1+\underbrace{a_1+(n-1)d}_{a_n}]\Rightarrow S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$$

@ciphooks قبل از استفاده حتماً در کانال سی ای پی بوک عضو شوید