استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





## درس اول: شمارش

هدف کلی ما از این درس این است که ما بدون شمردن، تعداد حالات یک عمل را شمارش کنیم که در این درس از اصل جمع، اصل ضرب، جایشگت، تبدیل و ترکیب استفاده می‌کنیم.

**اصل جمع:** اگر بتوان عملی را به $m$ طریق و عمل دیگری را به $n$ طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد. در این صورت به $m+n$ طریق می‌توان عمل اول یا عمل دوم را انجام داد.

**تعمیم:** اگر فقط یک عمل را بتوان به $m$ یا $n$ یا $k$ یا ... حالت مختلف انجام داد. آنگاه تعداد کل حالت‌های انجام کار برابر است با: $m+n+k+...$

**نکته:** حرف «یا» نشان‌دهنده‌ی اصل جمع است، عمل در یک مرحله انجام می‌پذیرد.

**سوال ۱:** علی برای اینکه از خانه به سر کار برود، یکی از ۷ خط اتوبوس (یا) ۵ خط تاکسی (یا) دو خط مترو را می‌تواند استفاده کند، تعداد کل حالت‌هایی که می‌تواند از خانه به سر کار برود برابر است با: $۷+۵+۲=۱۴$

**سوال ۲:** به چند طریق می‌توان فقط یک خودکار یا یک مداد یا یک روان‌نویس را از بین چهار خودکار با چهار رنگ مختلف و پنج مداد با رنگ‌های متفاوت و سه روان‌نویس با رنگ‌های متمایز انتخاب کرد؟ $۵+۴+۳=۱۲$

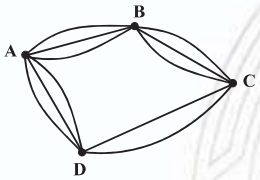
**سوال ۳:** می‌خواهیم از بین ۷ بازیکن تیم پرسپولیس و ۴ بازیکن تیم استقلال و ۱۰ بازیکن تیم تراکتور یک بازیکن را انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم این بازیکن را انتخاب کنیم.

**اصل ضرب:** اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله‌ی اول به $m$ طریق «و» در مرحله دوم هرکدام از این $m$ طریق به $n$ روش انجام‌پذیر باشند، در کل آن عمل از $m \times n$ طریق انجام‌پذیر است. (قابل تعمیم)

**نکته:** حرف «و» نشان‌دهنده‌ی اصل ضرب است و در اصل ضرب، عملی در دو یا چند مرحله و به طور همزمان انجام‌پذیر است.

**مثال:** مدیر عامل در صفحه ۴ کتاب

**کار در کلاس صفحه ۴:** بین ۴ شهر $A, B, C, D$ در شکل زیر راه‌هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان:




الف) از شهر $A$ به شهر $C$ از طریق شهر $B$ سفر کرد؟

ب) از شهر $A$ به شهر $C$ سفر کرد؟

ج) از شهر $B$ به شهر $D$ سفر کرد؟

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵



**فاکتوریل:** برای ضرب یک عدد طبیعی و بزرگتر یا مساوی یک در تمام اعداد طبیعی کوچکتر از خودش از نماد فاکتوریل (!) استفاده می‌کنیم.

$$0!=1$$

$$1!=1$$

$$2!=2\times1=2$$

$$3!=3\times2!=3\times2\times1=6$$

$$4!=4\times3!=4\times3\times2\times1=24$$

قرارداد: $0!=1$ , $1!=1$

**سوال ۴:** حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

۱) $5!=$

۲) $\frac{10!}{8!}=$

۳) $\frac{3!\times5!\times0!}{7!\times1!}=$

۴) $3!\times2=$

۵) $\frac{n!.(n+1)!}{(n+2)!.(n-1)!}=$

**سوال ۵:** درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

۱) $\frac{6!}{3!}=2$

۲) $5!-3!=2!$

۳) $2!\times2!=4!$

۴) $\frac{(n+1)!(n-1)!}{n!.(n-2)!}=n^2-1$



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





**جایگشت:** هر حالت از کنار هم قرار گرفتن $n$ شی متمایز را یک جایگشت $n$ تایی از آن $n$ شی می‌نامیم و تعداد این جایگشت‌ها برابر است با $n!$

**مثال:** با حروف کلمه «پرستو» و بدون تکرار حروف چند کلمه‌ی ۵ حرفی می‌توان نوشت؟

**مثال:** اگر افراد $A,B,C$ بخواهند در یک همایش سخنرانی کنند. این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است؟

**نکات جایگشت ارقام:**

۱- در چیدمان اعداد از اصل ضرب استفاده می‌کنیم.

۲- باید برای اینکه عدد $n$ رقمی بسازیم حواسمان باشد که رقم اول از سمت چپ صفر نباشد.

۳- برای زوج و فرد بودن اعداد، باید به رقم یکان توجه شود.

۴- برای زوج بودن اعداد دو حالت را بررسی می‌کنیم:

۱- رقم یکان صفر باشد ۲- رقم یکان اعداد زوج موجود دیگر باشد.

۵-

الف) اگر برای ساختن یک عدد $n$ رقمی تکرار ارقام لحاظ شود اگر صفر بین اعداد نباشد که هر خانه برابر $n$ می‌شود و از اصل ضرب استفاده کرده و در هم ضرب می‌کنیم ولی اگر صفر نباشد خانه اول از چپ $n-1$ را قرار می‌دهیم و بقیه $n$ هستند.

ب) اگر بدون تکرار ارقام در نظر گرفته شود برای خانه اول از سمت چپ دقیقاً مثل حالت قبل عمل می‌کنیم ولی در قسمت بدون تکرار ارقام خانه سمت چپی یک واحد کم شده و خانه بعدی با خانه اول برابر است و از دو خانه اول از سمت چپ به بعد یک واحد از خانه‌ها کم می‌شود.

**سوال ۶:** با ارقام $۹,۴,۵,۶,۳,۲$ و بدون تکرار ارقام چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت؟



rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





**سوال ۷:** با ارقام ۹,۶,۵,۶,۳,۲ و با تکرار ارقام چند عدد ۴ رقمی می‌توان ساخت؟

**سوال ۸:** با ارقام ۶,۵,۴,۳,۲,۱,۰ و بدون تکرار ارقام چند عدد ۴ رقمی می‌توان نوشت؟

**کار در کلاس صفحه ۶:** با ارقام ۵,۴,۳,۱,۲,۰

الف) چند عدد ۵ رقمی و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد ۵ رقمی فرد و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

پ) چند عدد پنج رقمی زوج و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

**سوال ۹:** با حروف «ق»، «ب»، «ن»، «ح» و «و» چند کلمه ۵ حرفی می‌توان ساخت که حروف نقطه‌دار در آن‌ها همیشه کنار هم باشند؟

## جایگشت r شی از n شی متمایز (تبدیل یا ترتیب):

فرض کنید $n$ شی متمایز موجود است و می‌خواهیم $r$ شی از آن‌ها را طوری انتخاب کنیم که ترتیب قرار گرفتن آن‌ها کنار هم مهم باشد. در این صورت تعداد حالت‌های انتخابی را با $P(n,r)$ نشان داده و به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$$

**نکته:** در تبدیل ترتیب قرار گرفتن اشیاء مهم است و بجای استفاده از اصل ضرب از رابطه بالا استفاده می‌کنیم.



rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





**مثال:** با ارقام ۱ تا ۷ چه تعداد ارقام ۴ رقمی (بدون تکرار ارقام) می‌توان نوشت؟

**مثال:** به چند طریق می‌توان سه کتاب از بین ۵ کتاب متمایز انتخاب کنیم و در یک ردیف بچینم؟

**سوال ۱۰:** با حروف کلمه ولایت و بدون تکرار حروف:

الف) چند کلمه‌ی ۵ حرفی می‌توان نوشت؟

ب) چند کلمه‌ی ۳ حرفی می‌توان نوشت که به «ی» ختم شوند؟

پ) چند کلمه‌ی ۵ حرفی می‌توان نوشت که با «و» شروع به «ل» ختم شوند؟

**نکته:** در جایگشت افراد یا اشیا بعضی اوقات در سوال مطرح می‌شود که دو شی یا بیشتر در کنار هم قرار بگیرند. برای حل این سوالات ابتدا جایگشت را محاسبه کرده سپس در جایگشت اشیا داخل بسته ضرب می‌کنیم.

**مثال:** با حروف کلمه «محمدپور» بدون تکرار حروف چند کلمه ۷ حرفی می‌توان نوشت که در آن‌ها حروف «م» و «پ» در کنار هم باشند؟



rezamath74

**سوال ۱۱:** به چند طریق می‌توان ۴ خواهر و ۳ برادر را در کنار هم در یک صف قرارداد به‌طوری‌که:

الف) ۴ خواهر کنار هم باشند.

ب) ۳ برادر کنار هم باشند.

پ) هیچ دو پسری کنار هم قرار نگیرند.

ت) هیچ دو دختری کنار هم قرار نگیرند. (مهم)

**ترکیب:** فرض کنید $n$ شی متمایز موجود است و می‌خواهیم $r$ شی را از بین آن‌ها انتخاب کنیم، به‌شرطی که ترتیب قرار گرفتن آن‌ها کنار هم مهم نباشند. در این صورت تعداد حالت‌های انتخابی را با $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش داده، خواهیم داشت:

$$C(n,r)=\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

**نکته:**

$$a)\binom{n}{۰}=۱ \qquad \rightarrow \binom{۳}{۰}=۱$$

$$b)\binom{n}{۱}=n \qquad \rightarrow \binom{۳}{۱}=۳$$

$$c)\binom{n}{n}=۱ \qquad \rightarrow \binom{۳}{۳}=۱$$

$$d)\binom{n}{n-۱}=n \qquad \rightarrow \binom{۳}{۳-۱}=\binom{۳}{۲}=۳$$

$$e)\binom{n}{۲}=\frac{n(n-۱)}{۲} \qquad \rightarrow \binom{۳}{۲}=\frac{۳(۳-۱)}{۲}=۳$$

$$f)\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r} \qquad \rightarrow \binom{۳}{۲}=\binom{۳}{۱}=۳$$

$$g)\binom{n}{r}+\binom{n}{r+۱}=\binom{n+۱}{r+۱} \quad \text{یا} \quad \binom{n-۱}{r}+\binom{n-۱}{r-۱}=\binom{n}{r}$$



دانلود از سایت ریاضی سرا

rezamath74

**مثال صفحه ۹:** به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب از بین ۷ کتاب، انتخاب کنیم و به دوستانمان هدیه بدهیم؟

**کاردر کلاس صفحه ۲:** به چند طریق می‌توان از بین ۹ نفر یک تیم والیبال ۶ نفره تشکیل داد؟

**مثال:** مجموعه ۸ عضوی $A=\{1,2,...,8\}$ چند زیر مجموعه ۳ عضوی دارد (مثال کتاب کار در کلاس صفحه ۱۰)

**نکته:** تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه $n$ عضوی برابر $2^n$ است.

**نکته:** تعداد زیر مجموعه‌های $r$ عضوی از یک مجموعه $n$ عضوی برابر $\binom{n}{r}$ است.

**مثال:** مجموعه $A=\{1,2,...,8\}$ چند زیر مجموعه ۳ عضوی فاقد عضو ۳ دارد؟

**نکته:** تعداد زیر مجموعه‌های $r$ عضوی از یک مجموعه $n$ عضوی فاقد $k$ عضو برابراست با :

$$\binom{n-k}{r}$$

**مثال:** مجموعه $A=\{1,2,...,8\}$ چند زیر مجموعه ۳ عضوی شامل عضو ۷ دارد؟



دانلود از سایت ریاضی سرا

rezamath74

**نکته:** تعداد زیر مجموعه‌های $r$ عضوی از یک مجموعه $n$ عضوی شامل $k$ عضو برابراست با :

$$\binom{n-k}{r-k}$$

**مثال:** مجموعه $A=\{1,2,...,8\}$ چند زیر مجموعه ۳ عضوی شامل ۵ و ۷ و فاقد ۳ دارد؟

**سوال ۱۲:** مجموعه $A=\{1,2,4,6,8,9\}$ مفروض است: (تمرین ۶ صفحه ۱۱ کتاب)

الف) چند زیر مجموعه‌ی سه عضوی دارد؟

ب) چند زیر مجموعه‌ی سه عضوی شامل رقم ۸ دارد؟

**سوال ۱۳:** یک دوره بازی فوتبال بین ۱۰ تیم فوتبال، به صورت رفت و برگشت انجام می‌شود. اگر همهٔ تیم‌ها با هم بازی داشته باشند در پایان دوره چند بازی انجام شده است؟ (تمرین ۴ صفحه ۱۱)

**نکته:** برای حل سوال بالا می‌توان هم از ترکیب استفاده کرد و هم از ترتیب، با این تفاوت که باید در ترکیب مقدار بدست آمده را دو برابر کنیم یعنی ما فقط بازی رفت یا برگشت را حساب کرده‌ایم.

**سوال ۱۴:** روی محیط دایره ۱۲ نقطه وجود دارد. مشخص کنید:

الف) با این دوازده نقطه، چند تعداد مثلث می‌توان تشکیل داد؟

ب) چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟



rezamath74

**سوال ۱۵:** دو پاره‌خط موازی وجود دارد که روی اولی ۴ نقطه و روی دومی ۵ نقطه وجود دارد.

الف) چه تعداد مثلث می‌توان ساخت؟

ب) چه تعداد پاره‌خط بین این دو پاره‌خط می‌توان ساخت؟ (به واسطه این ۹ نقطه)

**نکات تکمیلی:**

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵



## سوالات امتحان نهایی گذشته از این درس

۱- ارقام ۱ تا ۹ مفروض‌اند: (بدون تکرار ارقام) (دی ۹۷)

الف) چند عدد ۵ رقمی می‌تون نوشت؟

ب) چند عدد ۴ رقمی زوج می‌توان نوشت؟

۲- مجموعه ۸ عضوی $\{1,2,3,...,8\}$، چند زیر مجموعه سه عضوی دارد؟ (خرداد ۹۸)

۳- الف) حاصل عبارت $\binom{9}{6}$ برابر ..... می‌باشد. (شهریور ۹۸)

ب) به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۸ کتاب انتخاب کنیم؟

پ) به چند طریق می‌توان با ارقام ۱ تا ۷ عددی چهار رقمی ساخت؟ (تکرار مجاز نیست)

۴- مجموعه ۵ عضوی $\{1,2,4,6,8\}$، چند زیر مجموعه دو عضوی دارد؟ (دی ۹۸)

۵- به چند طریق می‌توان ۴ کتاب را از بین ۹ کتاب انتخاب کرد؟ (خرداد ۹۹)

۶- با ارقام $7,9,8,5,4,3,2,1$ چند عدد ۳ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟ (خرداد ۹۹)

۷- به چند طریق می‌توان ۳ توپ همرنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟ (خرداد ۹۹)

۸- آیا تساوی $\frac{6!}{3!}=2$ برقرار است؟ (خرداد ۹۹)

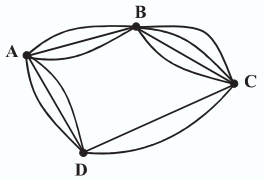


www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵



۹- مطابق شکل زیر بین شهرهای $D,C,B,A$ راه‌هایی وجود دارد که همه دو طرفه‌اند. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر $A$ به شهر $C$ مسافرت کرد؟ (خرداد ۹۹)




۱۰- به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و به دوستمان هدیه بدهیم؟ (خرداد ۹۹)

۱۱- با حروف کلمه خورشید و بدون تکرار حروف (با معنی و بی معنی) (شهریور ۹۹)

الف) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که به «د» ختم شوند؟

ب) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که با «ی» شروع و به «خ» ختم شوند؟

۱۲- می‌خواهیم از بین ۱۰ خودروی سواری، ۱۲ خودروی وانت و ۶ خودروی کامیون یک خودرو انتخاب کنیم، به چند طریق می‌توانیم این خودرو را انتخاب کنیم؟ (شهریور ۹۹)

۱۳- مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می‌تواند: (دی ۹۹)

الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟

ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟

۱۴- با ارقام $1,2,4,7,9$ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟ (دی ۹۹)



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

## درس دوم: احتمال

**پدیده یا آزمایش تصادفی:** به پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی که نتیجه‌ی آن‌ها قبل از اجرای آزمایش به طور قطع مشخص نیست گوییم.

**نکته:** در پدیده تصادفی از همه‌ی نتیجه‌ها خبر داریم اما نمی‌دانیم که کدام یک قرار است رخ دهد.

**پدیده قطعی:** پدیده قطعی به پدیده‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از انجام آزمایش مشخص است.

**برآمد:** به هر یک از این نتایج ممکن برای یک آزمایش تصادفی، برآمد گوییم.

**مثال:** کار در کلاس صفحه ۱۳ و تمرین ۱ صفحه ۲۵

کدام یک از پدیده‌های زیر قطعی و کدام یک تصادفی است.

الف) وجود دانش‌آموزی که سن او بیشتر از ده سال باشد، در کلاس پایه دوازدهم.

ب) در ابتدای مسابقه فوتبال، پرتاب سکه‌ای که در یک طرف آن عدد ۱ و در طرف دیگرش عدد ۲ حک شده باشد.

پ) مشاهده دو مهره سفید، پس از خارج کردن دو مهره از جعبه‌ای که در آن ۷ مهره سفید وجود دارد.

ت) پیش‌بینی نتیجه بازی فوتبال بین دو تیم، قبل از بازی

ث) پنجر شدن ماشین در مسیر حرکت به سمت خانه

**فضای نمونه‌ای:** مجموعه‌ای شامل همهٔ برآمدهای ممکن در یک پدیده تصادفی را فضای نمونه‌ای می‌گویند و این مجموعه را با $S$ نشان می‌دهند.

**نکته:** تعداد اعضای فضای نمونه را با $n(s)$ نمایش می‌دهند.

**مثال:** فضای نمونه‌ای پرتاب یک تاس را بنویسید.

**مثال:** فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه و تعداد اعضای آن را بنویسید.

## تعداد اعضای فضاهای نمونه‌ای مهم در کتاب درسی:

۱- اگر سکه‌ای را $n$ بار یا $n$ سکه را یک بار پرتاب کنیم، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای آن برابراست با:

$$n(s) = ۲^n$$

۲- اگر تاسی را $n$ بار یا $n$ تاس را یک بار پرتاب کنیم، تعداد اعضای فضای نمونه‌ای آن برابراست با:

$$n(s) = ۶^n$$

۳- تعداد اعضای فضای نمونه‌ای جنسیت $m$ فرزند برابراست با:

$$n(s) = ۲^m$$

۴- اگر $n$ تاس و $m$ سکه را با هم پرتاب کنیم تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابراست با:

$$n(s) = ۲^m \times ۶^n$$

۵- اگر بخواهیم $r$ شی را از بین $n$ شی انتخاب کنیم $(۰ < r \leq n)$ تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابراست با:

$$n(s) = \binom{n}{r}$$

۶- تعداد اعضای نمونه‌ای قرار گرفتن $n$ شی یا اجسام یا اعداد کنار هم برابر است با : $n(s) = n!$

**مثال:** فضای نمونه‌ای و تعداد اعضای آزمایش‌های زیر را مشخص کنید.

الف) پرتاب ۳ سکه

ب) پرتاب ۲ تاس

پ) پرتاب یک تاس و یک سکه

**پیشامد:** هر زیر مجموعه از مجموعه فضای نمونه $(s)$ را یک پیشامد گوییم.



rezamath74

**پیشامد غیرممکن یا نشدنی ($\varnothing$):** از آنجا که $\varnothing \subseteq S$ در پس $\varnothing$ یک پیشامد روی $S$ است و ان را پیشامد نشدنی می‌گوییم.

**پیشامد ممکن یا شدنی یا حتمی ($S$):** هر مجموعه زیر مجموعه خودش است $(S \subseteq S)$ پس $S$ یک پیشامد فضای نمونه‌ای $S$ است و به آن پیشامد حتمی گوییم.

**نکته:** تعداد همه‌ی پیشامدهای یک فضای نمونه $n$ عضوی برابراست با: $2^n$

**مثال:** سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. تمام پیشامدهای فضای نمونه‌ای آن را بنویسید.

**کار در کلاس ۱۶:**

دو تاس را پرتاب می‌کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

الف) اعداد روشده از دو تاس مانند هم باشد.

ب) مجموع اعداد برآمده از دو تاس برابر ۷ باشد.

پ) مجموع اعداد برآمده از دو تاس ۱۳ باشد.

ت) حاصل ضرب اعداد برآمده از ۲ تاس کمتر از ۳۷ باشد.

**نکته:** برای اینکه یک پیشامد رخ دهد، کافی است یکی از برآمدهای آن در آزمایش تصادفی به وقوع بپیوندد

**تذکر:** برآمد به هر یک از عضوهای فضای نمونه‌ای (S) گوییم. اما پیشامد زیر مجموعه‌ای از فضای نمونه‌ای (S) است یا بهتر است بگوییم، پیشامد مجموعه‌ای از برآمدهاست.

**سوال:** تمرین ۵ صفحه ۲۵

هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۴,۳,۲,۱ می‌توان نوشت، روی کارت‌هایی می‌نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت‌ها یک کارت را به طور تصادفی خارج می‌کنیم.

الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد.

پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.

**سوال:** تمرین ۶

خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است.

الف) فضای نمونه‌ای مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چیست؟

ب) پیشامد A که در آن هر سه فرزند از یک جنس باشند.

پ) پیشامد B که در آن فقط یک فرزند دختر باشد.

ت) پیشامد C که در آن حداقل ۲ فرزند پسر باشد.

ث) پیشامد D که در آن حداکثر یک فرزند پسر باشد.

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵

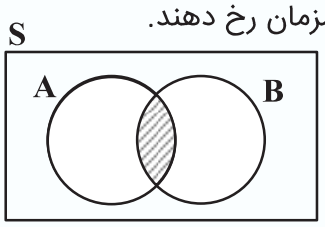


**نکته:** زمانی صحبت از حداقل $a$ شی یعنی هم شی $a$ و هم بیشتر از $a$ مدنظر ماست ولی اگر صحبت از حداکثر شی $b$ باشد یعنی $b$ شی و کمتر از $b$ مدنظر ماست. این روند تا جایی ادامه می‌دهیم که دیگر برآمدی با این شرایط موجود نباشد.

## اعمال روی پیشامدها:

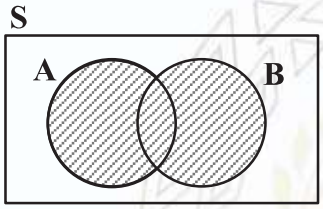
فرض کنید $A$ و $B$ دو پیشامد از فضای نمونهٔ $S$ باشند، آنگاه:

الف) پیشامد $A\cap B$ وقتی رخ می‌دهد که، که پیشامدهای $A$ و $B$ همزمان رخ دهند.



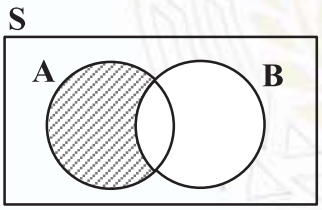

$$A\cap B=\{x\in S\,|\,x\in A\overset{\text{و}}{\wedge}x\in B\}$$

ب) پیشامد $A\cup B$ زمانی رخ می‌دهد که پیشامدهای $A$ یا $B$ رخ دهند یا به عبارت دیگر حداقل یکی از پیشامد $A$ یا $B$ رخ دهد.



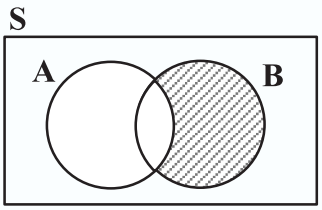

$$A\cup B=\{x\in S\,|\,x\in A\overset{\text{یا}}{\vee}x\in B\}$$

پ) پیشامد $A-B$ زمانی رخ می‌دهد که پیشامد $A$ رخ دهد ولی پیشامد $B$ رخ ندهد. یا به عبارت دیگر فقط $A$ رخ دهد.



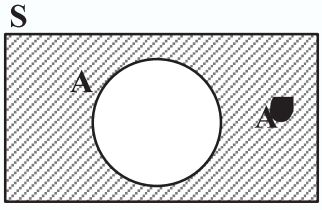

$$A-B=\{x\in S\,|\,x\in A\wedge x\notin B\}$$

ت) پیشامد $B-A$ زمانی رخ می‌دهد که پیشامد $B$ رخ دهد ولی پیشامد $A$ رخ ندهد. (فقط $B$ رخ دهد.)




$$B-A=\{x\in S\,|\,x\in B\wedge x\notin A\}$$

ث) پیشامد $A'$ زمانی رخ می‌دهد که پیشامد $A$ رخ ندهد.




$$A'=\{x\in S\,|\,x\notin A\}$$



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





**مثال:** اگر $S=\{۱,...,۲۰\}$ و داشته باشیم $A$ پیشامد اعداد بخش‌پذیر ۲ و $B$ پیشامد اعداد بخش‌پذیر ۳. آنگاه مطلوب است محاسبه:

الف) پیشامد آنکه عددی بر ۲ و ۳ بخش‌پذیر باشد.

ب) پیشامد آنکه عددی بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشد.

پ) پیشامد آنکه عددی بر ۲ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۳ بخش‌پذیر نباشد.

ت) پیشامد آنکه عددی بر ۳ بخش‌پذیر باشد ولی بر ۲ بخش‌پذیر نباشد.

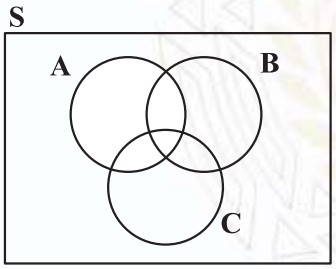
ث) پیشامد عددی که بر ۳ بخش‌پذیر نباشد.

و) پیشامد عددی که بر ۲ بخش‌پذیر نباشد.

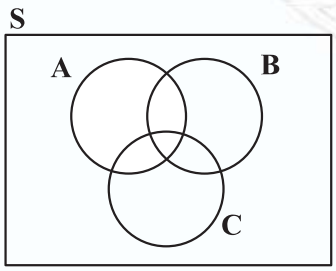
**کار در کلاس صفحه ۱۸:**

فرض کنید $A,B,C$ سه پیشامد در فضای نمونه‌ای $S$ باشند، با توجه به نمودار ون داده شده هر یک از عبارت‌های زیر را هاشور بزنید سپس، عبارت مجموعه‌ای مربوط به هر پیشامد را مانند نمونه بنویسید.

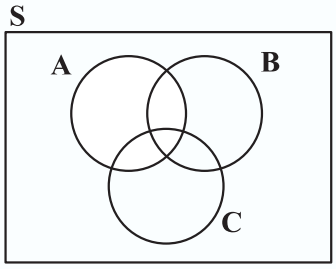
الف) فقط پیشامد $A$ و پیشامدهای $B$ یا $C$ رخ ندهد.



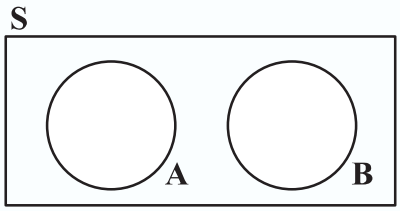

ب) پیشامدهای $A$ و $B$ رخ دهند ولی پیشامد $C$ رخ ندهد.




پ) پیشامدهای $A$ یا $B$ رخ دهند ولی پیشامد $C$ رخ ندهد.



**پیشامد ناسازگار:** هرگاه $A$ و $B$ دو پیشامد از فضای نمونه $S$ باشند. به‌طوری که $A \cap B = \varnothing$، در این صورت دو پیشامد $A$ و $B$ ناسازگارند.




**مثال:** در پرتاب تاس داریم:

الف) پیشامد زوج آمدن و فرد آمدن

ب) پیشامد اعداد ظاهر شده بیشتر از ۴ و اعداد ظاهر شده کمتر از ۴

**مثال:** پیشامد $A$ و متمم آن یعنی $A'$ ناسازگار هستند چون $A \cap A' = \varnothing$



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵



## تعداد اعضای اشتراک و اجتماع پیشامدها:

۱) $n(A') = n(S) - n(A)$

۲) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

۳) $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

۴) $n(A' \cup B') = n((A \cap B)') = n(S) - n(A \cap B)$

۵) $n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(S) - n(A \cup B)$

**نکته:** در تمام روابط بالا اگر $A$ و $B$ ناسازگار باشند داریم: $n(A \cap B) = \varnothing$

**مثال:** خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر $A$ پیشامد آن باشد که دو فرزند اول خانواده دختر باشد و $B$ پیشامد آنکه فرزند سوم پسر باشد، پیشامد $A' \cup B'$ چند عضو دارد؟

**کار در کلاس صفحه ۱۸:**

خانواده‌ای صاحب ۳ فرزند است. پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

الف) پیشامد $A$ که در آن هر سه فرزند از یک جنس باشند.

ب) پیشامد $B$ اینکه دو فرزند پسر یک فرزند دختر باشند.

ج) پیشامد $C$ که در آن حداقل ۲ فرزند دختر باشد.

د) آیا پیشامدهای $B$ و $A$ ناسازگارند؟

و) آیا پیشامدهای $C$ و $A$ ناسازگارند؟

هـ) آیا پیشامدهای $C$ و $B$ ناسازگارند؟



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





**احتمال:** اگر $S \neq \varnothing$ باشد و یک فضای نمونه متناهی برای یک پدیده تصادفی باشد. $n(S)$ تعداد برآمدها برای وقوع باشد و $A$ پیشامدی در $S$ باشد که $n(A)$ تعداد اعضای پیشامد $A$ باشد، احتمال وقوع پیشامد $A$ را با $P(A)$ نمایش می‌دهیم و مقدار آن برابراست با:

$$\text{احتمال وقوع یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد پیشامد}}{\text{تعداد فضای نمونه‌ای}}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

**مثال:** یک تاس را پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه:

الف) عدد رو شده بزرگتر از ۵ باشد.

ب) عدد رو شده مضربی از ۳ باشد.

پ) عدد رو شده مرکب باشد.

ت) عدد رو شده اول باشد.

ث) عدد رو شده اول و زوج باشد.

هـ) عدد رو شده اول و فرد باشد.

و) عدد رو شده بزرگتر از ۶ باشد.

ی) عدد رو شده کوچکتر از ۷ باشد.

د) عدد رو شده اول باشد ولی فرد نباشد.

ن) عدد رو شده اول نباشد.

**نکته:**

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

احتمال پیشامد حتمی

پیشامد غیر ممکن

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵



**نکته:** برای هر پیشامد $A$ و $B$ دلخواه داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

**نکته:** اگر $A$ و $B$ پیشامدی ناسازگار باشند. چون $A \cap B = \varnothing$ پس:

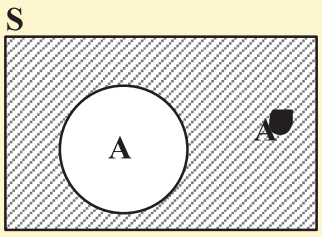
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

**نکته:** اگر $A$ و $B$ در پیشامد دلخواه از فضای نمونه‌ای $S$ باشند، آنگاه:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

**تذکر:** $A \cap B = \varnothing$ ( $A$ و $B$ ناسازگار باشند) $\leftarrow$ $P(A - B) = P(A)$

**نکته:** اگر $P(A)$ احتمال وقوع پیشامد $A$ باشد و در فضای نمونه $S$ باشد، در این صورت احتمال واقع نشدن آن پیشامد را با $P(A')$ نمایش می‌دهیم و داریم: $P(A) + P(A') = 1$ که این در پیشامد $A$ و $A'$ را متمم هم گوییم.




$$P(A) = 1 - P(A')$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

**نکته:** بعضی اوقات بجای محاسبه احتمال $P(A)$، می‌توانیم $P(A')$ را محاسبه کرده و طبق نکته بالا $P(A)$ را محاسبه کنیم (چون ممکن است بدست آوردن $P(A)$ زمان‌بر و مشکل باشد)

**سوال:** در یک فروشگاه ورزشی تعدادی پیراهن ورزشی شامل ۴ پیراهن قرمز، ۴ پیراهن آبی و ۲ پیراهن زرد در یک رخت‌آویز قرار دارند. شخصی درخواست می‌کند که فروشنده به طور تصادفی ۳ پیراهن انتخاب کند و برای او بفرستد:

الف) احتمال اینکه ۳ پیراهن از یک رنگ باشند را محاسبه کند.

ب) احتمال اینکه رنگ ۳ پیراهن متفاوت باشد را محاسبه کنید.

پ) احتمال اینکه حداقل ۲ پیراهن قرمز باشند را محاسبه کنید.

ت) احتمال اینکه رنگ پیراهن آبی نباشد، محاسبه کنید.

ث) احتمال اینکه حداکثر ۲ پیراهن آبی باشند را محاسبه کنید.



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

**سوال:** یک تاکسی دارای ۵ سرنشین است. مطلوب است محاسبهٔ احتمال اینکه :

الف) هر پنج نفر آنها در ماه فروردین متولد شده باشند.

ب) هر پنج نفر آنها در یک ماه متولد شده باشند.

پ) تولد هیچ دوتای آنها در یک ماه نباشد.

**سوال:** درون کیسه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره آبی و ۲ مهره سبز قرار دارد. ۳ مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آنکه حداقل ۲ مهره همرنگ باشند را بدست آورید.

**سوال:** با چه احتمالی از ۴ فرزند یک خانواده، فقط یکی از آن‌ها پسر است؟

**نکته:** تعداد اعضای پیشامد $r$ تعداد از $n$ تعداد فرزند دختر یا پسر برابراست با: $\binom{n}{r}$

## سوالات امتحانات نهایی

۱- خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است: (دی ۹۷)

الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید.

ب) احتمال آن‌که هر سه فرزند از یک جنس باشند را به‌دست آورید.

۲- از جعبه‌ای که شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است، ۲ سیب را به طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه: (خرداد ۹۸)

الف) هر دو سیب سالم باشند.

ب) یک سیب سالم و یک سیب لکه‌دار.

۳- تاسی را پرتاب می‌کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید. (خرداد ۹۸)

الف) پیشامد اینکه عدد روشده زوج و اول باشد؟

ب) پیشامد اینکه عدد روشده اول باشد ولی زوج نباشد؟

۴- از جعبه‌ای که شامل ۹ سیب سالم و ۲ سیب لکه‌دار است، ۴ سیب را به طور تصادفی برمی‌داریم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه سه سیب سالم و یک سیب لکه‌دار باشد. (خرداد ۹۸)

۵- خانواده‌ای دارای ۲ فرزند است: (خرداد ۹۸)

الف) فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده بنویسید.

ب) احتمال آنکه هر دو فرزند از یک جنس باشد را بدست آورید.

پ) احتمال اینکه حداکثر یک فرزند پسر باشد را بدست آورید.

۶- تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم، پیشامدهای زیر را مشخص کنید. (دی ۹۸)

الف) پیشامد اینکه مجموع دو عدد روشده برابر چهار باشد.

ب) پیشامد اینکه عدد روشده در هر دو تاس یکسان باشد ولی زوج نباشد.

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵



۷- از جعبه‌ای که شامل ۷ مهره قرمز و ۳ مهره سفید است، ۳ مهره را به طور تصادفی برمی‌داریم، مطلوب است محاسبه احتمال اینکه دو مهره قرمز و یک مهره سفید باشد. (دی ۹۸)

۸- یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. (دی ۹۸)

الف) فضای نمونه‌ای را بنویسید.

ب) احتمال آنکه سکه پشت و تاس زوج بیاید را بدست آورید.

پ) احتمال آن‌که عدد ظاهر شده برای تاس حداکثر ۳ باشد را بدست آورید.

۹- خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. (خرداد ۹۹)

الف) فضای نمونه‌ای برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید.

ب) مطلوب است احتمال آنکه هر سه فرزند از یک جنسیت نباشد.

۱۰- یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. مطلوب است محاسبه احتمال اینکه تاس حداکثر ۳ یا سکه رو بیاید. (خرداد ۹۹)

۱۱- روی محیط دایره ۵ نقطه وجود دارد. مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد. (خرداد ۹۹)



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

## درس سوم: چرخه آمار و احتمال در حل مسائل

### گام‌های چرخه آمار در مسائل:

**گام اول «بیان مسأله»:** طرح یک پرسش دقیق و شفاف مهم‌ترین گام برای رسیدن به پاسخ است.

لغات کلیدی: فهم مسأله – تعریف دقیق مسأله

**گام دوم «طرح و برنامه‌ریزی»:** اندازه‌گیری یا سنجش اولین قدم برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر موردنظر است.

در واقع سعی می‌کنیم اطلاعات توصیفی (کیفی) را به اطلاعات کمی (عددی) تبدیل کنیم.

لغات کلیدی: شیوه اندازه‌گیری – روش نمونه‌گیری – روش کار

**نکته:** در این گام حضور افراد متخصص در تیم هدایت‌کننده پژوهش مهم است.

**نکته:** در این گام موارد زیر تصمیم‌گیری می‌شوند:

الف) چگونگی اندازه‌گیری متغیرهای موردنظر

ب) چگونگی نمونه‌گیری

پ) شیوهٔ حل داده‌ها

**گام سوم «گردآوری و پاکسازی داده‌ها»:** تصحیح اشتباه‌های احتمالی در مرحله اندازه‌گیری، گردآوری و یا ثبت داده‌ها (بخصوص در نرم‌افزارها)

لغات کلیدی: گردآوری – سازماندهی – پاک‌سازی

**گام چهارم «تحلیل داده‌ها»:** گزارش شاخص‌ها و ارائه نمودارها و دیگر نتایج آماری در این گام صورت می‌گیرد.

لغات کلیدی: مرتب کردن داده‌ها – معیارها – نمودارها و جدول‌ها

**گام پنجم «بحث و نتیجه‌گیری»:** با تفسیر نتایج، پاسخی برای مسئله اصلی پیدا می‌کنیم.

لغات کلیدی: نتیجه‌گیری – نقد و بررسی – ایده‌های جدید

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵



**نکته:** تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه و تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه می‌نامیم.

هرچه اندازه جامعه بزرگ‌تری باشد، اندازهٔ نمونه بزرگتری لازم داریم.

**نکته:** هرچه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد به اندازه نمونه بزرگتری نیاز داریم.

**نکته:** در برخی از نرم‌افزارها به دلیل اینکه نمی‌توانند داده غیر عددی (مانند جنس، رنگ و ...) را تحلیل کنند، برای متغیرهای کیفی کد تعیین می‌کنند.

## شاخص مرکزی:

**میانه $Q_2$:** اگر $m$ داده را از کوچک به بزرگ یا برعکس مرتیب کنیم، برای بدست آوردن میانه دو حالت بوجود می‌آید:

الف) اگر تعداد داده‌ها فرد باشد ($m$ فرد باشد) میانه برابراست با $\frac{m+1}{2}$.

$$Q_2 = \frac{m+1}{2}$$

ب) اگر تعداد داده‌ها زوج باشد ($m$ زوج باشد) میانه برابر است با میانگین دو داده وسط یعنی $\frac{m}{2}$ و $\frac{m+2}{2}$.

**مثال:** میانه داده‌های مقابل را بدست آورید.

الف) $3,7,10,15,20,16,8,11,2$

ب) $1,3,1,9,4,5,37,8,1,12,18,20,21,20,30,34,6,57,58$

**میانگین:** اگر $x_1, x_2, \ldots, x_n$ داده‌های موردنظر ما باشند، میانگین را با $\bar{x}$ نمایش داده و برابراست با:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

**خواص میانگین:**

۱) اگر داده‌ها را بر عددی ضرب یا تقسیم کنیم، میانگین هم در همان عدد ضرب یا تقسیم می‌شود.

۲) اگر داده‌ها را با عددی جمع یا تفریق کنیم، میانگین هم با همان عدد جمع یا تفریق می‌شود.

۳) اگر فاصله داده‌ها یکسان باشد، میانگین داده‌ها با میانگین داده اول و آخر برابراست.

**میانگین وزن‌دار:** اگر همه داده‌ها یا بعضی از آن‌ها دارای تکرار باشند، برای راحتی کار هر داده را در تعداد دفعاتی که تکرار شده ضرب می‌کنیم، پس جواب‌ها را با هم جمع می‌کنیم و هر مجموع داده‌ها (فراوانی) تقسیم می‌کنیم.

به عبارت دیگر $x_1, x_2, x_n$ داده‌ها و به ترتیب $f_1, f_2, \ldots f_n$ فراوانی آن‌ها باشند، میانگین به صورت زیر است:

| داده‌ها $x_i$ | $x_1$ | $x_2$ | ..... | $x_n$ |
|---|---|---|---|---|
| فراوانی $f_i$ | $f_1$ | $f_2$ | ..... | $f_n$ |

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \ldots + f_n}$$

**مثال:** میانگین داده‌های زیر را بدست آورید.

۱) $2, 2, 2, 8, 8, 8, 10, 10, 10, 20$

۲)

| داده | ۱۲ | ۱۴ | ۱۶ | ۱۸ | ۲۰ |
|---|---|---|---|---|---|
| فراوانی | ۲ | ۳ | ۲ | ۲ | ۱ |

**نکته:** اگر داده دور افتاده داشته باشیم، میانگین و میانه شاخص مناسبی برای توصیف داده‌ها نمی‌باشد و از شاخص‌های پراکندگی استفاده می‌کنیم.

**دامنه تغییرات (R):** اختلاف بین بزرگترین داده و کوچکترین داده در بین داده‌ها را گویند.

$$E = \text{داده max} - \text{داده min}$$



دانلود از سایت ریاضی سرا

rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





**چارک‌ها:**

چارک‌ها داده‌ها را به چهار قسمت مساوی تقسیم می‌کنند. برای بدست آوردن چارک‌ها ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ یا برعکس مرتب می‌کنیم.

**چارک دوم ($Q_2$):** همان میانه است.

**چارک اول ($Q_1$):** میانه داده‌های کوچکتر از میانه $(Q_2)$ است.

**چارک سوم ($Q_3$):** میانه داده‌های بزرگتر از میانه $(Q_2)$ است.

**دامنه میان چارکی ($IQR$):** تفاضل چارک اول از سوم را گویند. $(IQR = Q_3 - Q_1)$




**واریانس:** میانگین مجذور اختلاف داده‌ها از میانگین داده‌هاست. برای محاسبه واریانس داده‌های $x_1, ..., x_n$ از روش زیر استفاده می‌کنیم.

$$\sigma^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+...+(x_n-\bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$$

**انحراف معیار ($\sigma$ یا SD):** ریشه مثبت واریانس است و با $\sigma$ یا SD نمایش داده می‌شود.

**مثال:** میانگین، میانه و انحراف معیار داده‌های زیر را بدست آورید.

۱۲,۱۴,۱۶,۱۸,۲۰

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵



**نکته:**

۱) اگر داده‌ها برابر باشند واریانس و انحراف معیار صفر است.

۲) اگر مقداری به داده‌ها اضافه یا کم شود، واریانس و انحراف معیار تغییر نخواهد کرد، زیرا در نحوه پراکندگی داده‌ها تفاوتی ایجاد نشده و داده‌ها به اندازه مشخصی جابجا شده‌اند.

۳) اگر داده‌ها در مقدار مشخصی مثل $a$ ضرب شوند، انحراف معیار $|a|$ برابر و واریانس $a^2$ برابر خواهد شد.

۴) هرچه انحراف معیار کوچکتر باشد، یعنی مقدار داده‌ها نزدیک به میانگین هستند.

۵) هرچه انحراف معیار بزرگتر باشد، یعنی داده‌ها به شکل پراکنده‌تری حول میانگین توزیع شده‌اند.

**مثال:** واریانس داده‌های $x+۴, x+۴, x, x$ کدام است؟

**مثال:** اگر واریانس داده‌های $۱۲, ۳c, b+۶, a-۱$ برابر صفر باشد، حاصل $c+a+b$ کدام است؟

**نکته:**

اگر جدول توزیع فراوانی داشته باشیم واریانس به صورت زیر بدست می‌آید.

| $x_i$ | $x_۱$ | $x_۲$ | ..... | $x_n$ |
|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | $f_۱$ | $f_۲$ | ..... | $f_n$ |

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{f_۱(x_۱-\bar{x})^2 + f_۲(x_۲-\bar{x})^2 + (... + f_n(x_n-\bar{x})^2}{f_۱+f_۲+...+f_n}$$

**مثال:** واریانس داده‌های جدول مقابل را بدست آورید.

| داده | ۱ | ۳ | ۵ | ۷ |
|---|---|---|---|---|
| فراوانی | ۲ | ۴ | ۱ | ۳ |



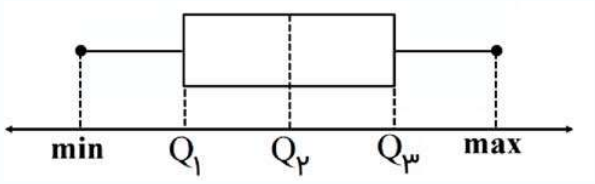
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





**نمودار جعبه‌ای:** نمودار جعبه‌ای مقدار پراکندگی داده‌ها را نشان می‌دهد، یعنی اگر داده دور افتاده‌ای داشته باشیم از نمودار جعبه‌ای استفاده می‌کنیم.




**نکته:**

۱) میانه $(Q_2)$ همیشه در وسط جعبه قرار ندارد. اگر در سمت راست جعبه و نزدیک $Q_3$ (سمت چپ جعبه و نزدیک $Q_1$) باشد داده‌ها بین $Q_2$ و $Q_3$ متراکم‌ترند (بین $Q_2$ و $Q_1$ متراکم‌ترند) یا پراکندگی داده بین $Q_1$ و $Q_2$ $(Q_3, Q_2)$ بیشتر است.

۲) در مورد دنباله سمت راست و چپ هم همین اتفاق موجود است یعنی هرچه دنباله کشیده‌تر باشد، داده‌ها پراکنده‌اند و هرچه دنباله کوتاه‌تر باشد، داده‌ها به هم نزدیک یا متراکم هستند.

۳) برای بدست آوردن پراکندگی و تراکم در نمودار جعبه‌ای کافی است اختلاف چارک‌ها از هم و از min و max را بدست آوریم برای اینکه بهتر متوجه بشین به مثال زیر توجه کنید.

**مثال:** برای داده‌های زیر، یک نمودار جعبه‌ای رسم کنید، سپس پراکندگی ۴ قسمت این نمودار را با هم مقایسه کنید.

$۷, ۲۰, ۲۱, ۸, ۵, ۱۰, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۷, ۱۶, ۱۳, ۲۵, ۱۸, ۲۰$

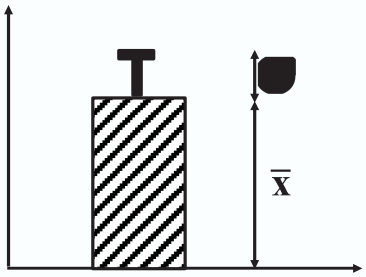
**تذکر مهم:** برای توصیف داده‌های کمی، باید هم از شاخص‌های مرکزی و هم پراکندگی استفاده کنیم. اگر داده دور افتاده نداشته باشیم، بهتر است از $\bar{x}$ و $\sigma$ به عنوان شاخص‌های مرکزی و پراکندگی استفاده کنیم ولی اگر داده دور افتاده داشته باشیم باید از میانه و IQR استفاده کنیم.

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





**نمودار کاربردی آمار:** از این نمودار زمانی استفاده می‌کنیم که داده دور افتاده نداشته باشیم، به همین خاطر میانگین و انحراف معیار شاخص مناسبی برای توصیف این گونه داده‌ها هستند. نمودار موردنظر از یک قسمت مستطیل شکل و یک میله تشکیل شده است که در آن ارتفاع مستطیل میانگین و ارتفاع میله انحراف معیار می‌باشد.



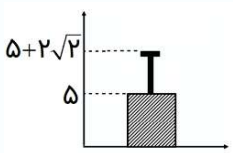

**نکته:** هرچه‌قدر میله کوتاه‌تر باشد پراکندگی داده‌ها کمتر است و هرچه‌قدر میله بلندتر باشد داده‌ها پراکنده‌تر هستند.

**مثال:** داده‌های زیر موجود هستند ابتدا میانگین و انحراف معیار را بدست آورده و سپس نمودار کاربردی را رسم کنید.

۲,۴,۶,۸,۱۰

**مثال:** اگر نمودار کاربردی آمار داده‌های زیر به صورت زیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید.

۱,a,۵,۹,۷



## سوالات امتحان نهایی:

۱- راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می‌کنیم. به نمونه‌گیری، شیوه اندازه‌گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم گام ..... چرخه آمار است. (دی ۹۷)

۲- الف) اگر در داده‌ها داده دور افتاده داشته باشیم، معیار پراکندگی ..... مناسب است.

ب) داده‌ها را گردآوری می‌کنیم و تا حد ممکن از درستی آن‌ها مطمئن می‌شویم. گام ..... در چرخه آمار است. (خرداد ۹۸)

۳- برای توصیف داده‌های کیفی، گزارش درصد باید همیشه با گزارش ..... همراه باشد.
(شهریور ۹۸)

۴- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (شهریور ۹۸)

الف) طرح و برنامه‌ریزی، دومین گام برای یافتن داده‌هاست.

ب) هرچه جامعه بزرگ‌تر شود، اندازه نمونه ثابت می‌ماند.

۵- در نمونه‌گیری زیر میزان مصرف آب ۹ خانوار در یک دوره (برحسب متر مکعب) به دست آمده است. میانه، چارک اول و چارک سوم را مشخص کنید.

۱۳۰, ۶۵, ۷۵, ۱۲۰, ۵۰, ۳۰, ۷۰, ۱۱۰, ۴۰

(شهریور ۹۸)

۶- الف) اندازه‌گیری یا سنجش ..... گام برای یافتن داده‌ها و بررسی متغیر موردنظر است.

ب) تعداد اعضای جامعه را ..... جامعه می‌نامند. (دی ۹۸)



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا
rezamath74

۷- گردآوری و پاکسازی داده‌ها، گام ..... در چرخه آمار است. (خرداد ۹۹)

۸- با توجه به چرخه آماری، نام هرگام را بنویسید. (خرداد ۹۹)

الف) راهی برای رسیدن به پاسخ مساله پیدا می‌کنیم و به نمونه‌گیری و چگونگی توصیف نتایج می‌اندیشیم.

ب) نتایج بدست آمده را تفسیر می‌کنیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.

۹- الف) ..... داده‌ای است که نصف داده‌ها از آن کمتر و نصف داده‌ها از ان بیشتر هستند.

ب) بیان مساله و فهم آن ..... گام در چرخه آمار است.

ت) هرچه پراکندگی متغیر در جامعه بیشتر باشد، برای اطمینان از وجود تنوع، به اندازه نمونه ..... نیاز داریم. (دی ۹۹)

۱۰- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (دی ۹۹)

الف) معیارهایی مانند میانگین و میانه به ما کمک می‌کنند بدانیم داده‌ها در کجا متمرکزترند.

ب) برای توصیف داده‌ای کیفی گزارش درصد باید با گزارش تعداد همراه باشد.

پ) دامنه تغییرات از معیارهای گرایش به مرکز است.

ت) وقتی داده دور افتاده نداریم، میانه شاخص مناسب‌تری از میانگین برای توصیف داده‌ها می‌باشد.

۱۱- در موارد زیر، نام گام را بنویسید. (دی ۹۹)

الف) برگزاری آزمون‌های پیشرفت تحصیلی در مدارس و بررسی نمره دانش‌آموزان

ب) بررسی عامل پایین بودن سرانه مطالعه دانش‌آموزان کشور در مقطع متوسطه دوم.

۱۲- الف) هنگامی که داده دور افتاده نداشته باشیم، میانگین و ..... شاخص‌های مناسبی برای توصیف هستند.

ب) مطمئن‌ترین نمودار برای تغییر ..... نمودار جعبه‌ای است. (شهریور ۹۹)



rezamath74

۱۳- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (شهریور ۹۹)

الف) طرح و برنامه‌ریزی دومین گام در چرخه آمار است.

ب) برای توصیف داده‌های کیفی گزارش درصد باید همیشه با گزارش تعداد متفاوت باشد.

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





**تست‌ها:**

۱- یک کارخانه خودروسازی خودروهایی در ۷ رنگ، با دو حجم موتور و ۳ نوع مختلف داشبورد تولید می‌کند. یک خریدار برای خرید یک خودرو از این کارخانه چند انتخاب دارد؟

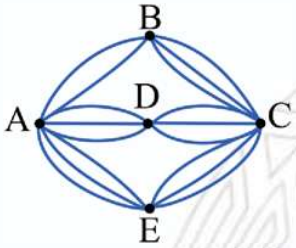
۱) ۴۲

۲) ۲۱

۳) ۱۲

۴) ۱۰

۲- بین شهر A، B، C، D و E مطابق شکل راه‌هایی وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر A و از طریق شهر D به شهر C رفت و از طریق یک شهر دیگر بازگشت؟



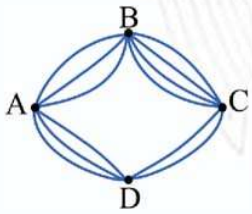

۱) ۱۸۰

۲) ۱۵۰

۳) ۱۲۰

۴) ۹۰

۳- در شکل مقابل به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C رفت و سپس به شهر A برگشت، طوری که از هر جاده حداکثر یک بار عبور کنیم؟



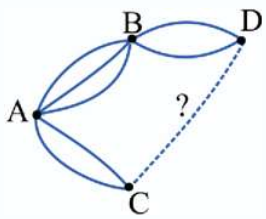

۱) ۱۵۶

۲) ۲۲۸

۳) ۳۰۶

۴) ۴۲۸

۴- می‌خواهیم از شهر A به شهر D برویم (با عبور از B یا C)، سپس با عبور از یک شهر B یا C به شهر A برگردیم به طوری که کل مسیر رفت با کل مسیر برگشت متمایز باشد. اگر این کار به ۳۲ حالت امکان‌پذیر باشد، بین شهر C و شهر D چند راه وجود دارد؟




۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





۵- اگر $\frac{(n+2)!}{(n+1)!}=8$ باشد، حاصل $\frac{n!}{4!}$ کدام است؟

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۳۰

۴) ۴۰

۶- حاصل عبارت $\frac{(n+1)!}{n!}+\frac{n!}{(n-1)!}$ کدام است؟

۱) $2n$

۲) $2n-1$

۳) $2n+1$

۴) $2n+2$

۷- مقدار $n$ در عبارت $\frac{(n!)^2}{(n+1)!(n-1)!}=\frac{2}{3}$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۸- اگر $6!\times 7!=n!$ باشد، حاصل $\frac{(n-1)!}{(n-2)!}$ کدام است؟

۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۱

۹- معادله $(x^2-4)!=1$ چند ریشه دارد؟

۱) صفر

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴



دانلود از سایت ریاضی سرا

rezamath74

۱۰- مجموع ریشه‌های معادله $(x^2-x)!=1$ کدام است؟

۱) ۲

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $-\frac{1}{2}$

۴) $-2$

۱۱- تعداد ریشه‌های معادله $(2x^2-x)!=1$ را بدست آورید.

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۱۲- یک دانش‌آموز در کنکور سراسری انسانی به ۲۸۰ سوال موجود در دفترچه‌ها به چند طریق می‌تواند پاسخ دهد؟ (پاسخ‌گویی به همه سوالات الزامی نیست)

۱) $4^{280}$

۲) $280^4$

۳) $5^{280}$

۴) $280^5$

۱۳- با حروف کلمه « DANESH » چند رمز عبور چهار حرفی می‌توان ساخت به طوری که حرف S در هر رمز باشد؟ سراسری ۹۷

۱) ۲۴۰

۲) ۲۵۰

۳) ۲۶۰

۴) ۲۷۰

۱۴- به چند طریق برای ۵ نفر شامل افراد x و y می‌توان برنامه‌ی سخنرانی نوشت به طوری که فرد x قبل از فرد y سخنرانی کند؟

۱) ۶۰

۲) ۹۰

۳) ۱۲۰

۴) ۱۵۰

۱۵- به چند طریق می‌توان ۴ کتاب ریاضی متمایز و ۳ کتاب عربی متمایز را در یک قفسه به طوری که کتاب‌های هم موضوع کنار هم باشند؟

۱) ۳۵۰

۲) ۱۴۴

۳) ۲۸۸

۴) ۲۵۵

۱۶- به چند طریق ۵ نفر می‌توانند برای سوار شدن به اتوبوس در یک صف قرار گیرند به‌طوری‌که دو نفر آنها از اینکه کنارهم باشند، خودداری کنند؟

۱) ۴۸

۲) ۷۲

۳) ۷۵

۴) ۸۴

۱۷- در یک اتومبیل معمولی، ۵ نفر به چند طریق می‌توانند بنشینند، به‌طوری‌که ۳ نفر آنها، مجاز به رانندگی باشند؟ سراسری ۹۹

۱) ۶۰

۲) ۷۲

۳) ۷۵

۴) ۸۴

۱۸- در چه تعداد از جایگشت‌های حروف کلمه « بیله سوار » حروف کلمه « سوار» کنار هم قرار می‌گیرند؟

۱) ۵!

۲) ۴!

۳) ۴!×۵!

۴) ۶!×۵!

۱۹- تعداد جایگشت‌های کلمه‌ی « SYSTEM » که در آنها بین دو حروف S دقیقاً یک حرف دیگر وجود داشته باشد، کدام است؟

۱) ۱۲۰

۲) ۹۶

۳) ۴۸

۴) ۱۹۲

۲۰- حروف کلمه‌ی « موفقیت » را به چند طریق می‌توان جایگشت داد، به طوری که با حرف نقطه‌دار شروع به حرف نقطه‌دار نیز ختم شوند؟

۱) ۱۹۲

۲) ۲۱۶

۳) ۲۴۰

۴) ۱۶۸

۲۱- به چند طریق می‌توان حروف کلمهٔ « MOHSEN » را کنار هم قرار داد به طوری که حرف M و N ابتدا و انتها قرار نگیرند؟

۱) ۴۸۰

۲) ۷۲۰

۳) ۱۱۶

۴) ۶۷۲

۲۲- ۳ نفر به همراه علی و حسن قرار است در یک هتل، هر کدام در یک اتاق اقامت کنند. هتل ۳ اتاق خالی کنار هم در یک طرف راهرو و دو اتاق دیگر در کنار هم درطرف دیگر راهرو دارد. به چند طریق، این افراد در اتاق‌ها می‌توانند اقامت کنند، به طوری‌که علی و حسن در اتاق‌های کنار هم ساکن شوند؟

دی ۱۴۰۱

۱) ۸

۲) ۲۴

۳) ۳۶

۴) ۷۲

۲۳- یک پارکینگ دارای ۴ درب است. وقتی از یک درب واد می‌شوید باید از درب دیگری خارج شوید. به چند طریق حسن و علی می‌توانند از این پارکینگ استفاده کنند به طوری که آنها درب ورودی و درب خروجی یکسانی نداشته باشند؟

تیر ۱۴۰۲

۱) ۱۶۸

۲) ۱۰۸

۳) ۸۴

۴) ۵۴

۲۴- یک فروشگاه دارای ۵ درب است. وقتی مشتری از یک درب وارد می‌شود، باید از درب دیگری خارج شود. زهرا و نازنین به چند طریق می‌توانند از فروشگاه خرید کنند به طوری که آنها از درب ورودی و خروجی یکسانی استفاده نکرده باشند؟

خارج ۱۴۰۲

۱) ۳۲۰

۲) ۲۶۰

۳) ۱۶۰

۴) ۱۳۰

۲۵- دور یک میز گرد، ۶ نفر به چند طریق می‌توانند قرار گیرند، به‌طوری‌که ۲ فرد مورد نظر از آنها، همواره کنار یکدیگر باشند؟

خارج ۹۹

۱) ۳۶

۲) ۴۸

۳) ۹۶

۴) ۱۲۰



rezamath74

۲۶- ۵ نفر به چند طریق می‌توانند دور یک میز گرد ۵ نفره قرار بگیرند، به‌طوری‌که علی و آرش، کنار هم نباشند؟

۱) ۶

۲) ۸

۳) ۱۲

۴) ۱۶

---

۲۷- چند عدد ۵ رقمی وجود دارد که تمام ارقام آن زوج و غیر صفر است؟ سراسری ۸۸

۱) ۲۵۶

۲) ۵۱۲

۳) ۶۲۵

۴) ۱۰۲۴

---

۲۸- با ارقام ۱,۳,۵,۶,۷,۸ چند عدد ۵ رقمی و بزرگتر از ۵۰۰۰۰ می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)

۱) ۳۰۰

۲) ۳۸۰

۳) ۴۸۰

۴) ۲۸۰

---

۲۹- با ارقام ۰,۱,۴,۵,۸ چند عدد ۳ رقمی مضرب ۱۰ و بزرگتر از ۴۰۰ می‌توان ساخت؟ (بدون تکرار ارقام)

۱) ۹

۲) ۱۲

۳) ۲۴

۴) ۶

---

۳۰- چند عدد چهار رقمی با ارقام ۱,۲,۳,۵,۶,۷ می‌توان ساخت به‌طوری‌که ارقام ۶ و ۵ در آنها به کار رفته و در کنار هم باشند؟ (بدون تکرار ارقام)

۱) ۳۶

۲) ۱۲

۳) ۷۲

۴) ۲۴

۳۱- با ارقام ۰,۱,۲,۳,۴,۵ چند عدد ۳ رقمی بزرگتر از ۳۳۰ بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت؟

۱) ۶۰

۲) ۲۴

۳) ۴۸

۴) ۳۲

۳۲- با ارقام موجود در مجموعه $\{1,2,4,6,7,8\}$ چند عدد ۵ رقمی فرد، بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

۱) ۱۲۰

۲) ۱۸۰

۳) ۲۴۰

۴) ۳۰۰

۳۳- با ارقام ۰,۱,۲,۳,۴,۵ چند عدد ۴ رقمی بخش‌پذیر بر ۵، بدون تکرار ارقام، می‌توان نوشت؟ سراسری ۹۸

۱) ۷۲

۲) ۹۶

۳) ۱۰۸

۴) ۱۲۰

۳۴- با ارقام ۱,۳,۴,۵,۸ را چند عدد ۴ رقمی می‌توان نوشت که مجموع هر دو رقم متوالی آن زوج باشد؟

۱) ۴۰

۲) ۷۸

۳) ۹۰

۴) ۹۷

۳۵- تعداد اعداد طبیعی ۴ رقمی بخش‌پذیر بر ۵ با ارقام غیرتکراری کدام است؟ ریاضی ۹۹

۱) ۹۴۸

۲) ۹۵۲

۳) ۹۶۷

۴) ۹۷۲



دانلود از سایت ریاضی سرا

rezamath74

۳۶- با ارقام ۲,۳,۴,۵,۹ چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت طوری که مجموع هر ۳ رقم کنارهم، فرد باشند؟

۱) ۳۸۷

۲) ۴۳۵

۳) ۳۶۳

۴) ۴۸۳

۳۷- با ارقام ۱,۹,۳,۲,۸ چند عدد ۴ رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت که مجموع رقم یکان و دهگان بزرگتر از ۱۲ باشد؟

۱) ۳۶

۲) ۲۴

۳) ۶

۴) ۱۲

۳۸- به چند طریق می‌توان ۶ کارمند جدید را در اتاق‌های ۳ نفره، ۲ نفره و ۱ نفره جای داد؟

خارج ۹۳

۱) ۴۵

۲) ۵۴

۳) ۶۰

۴) ۷۲

۳۹- در یک دوره بازی فوتبال بین ۸ تیم، بازی‌ها به صورت رفت و برگشت انجام می‌شود، اگر همه‌ی تیم‌ها باهم بازی داشته باشند، در پایان دوره چند بازی انجام خواهد شد؟

۱) ۵۶

۲) ۲۸

۳) ۳۸

۴) ۴۶

۴۰- می‌خواهیم از بین ۴ کودک، ۵ نوجوان و ۷ جوان، یک گروه سرود ۵ نفره تشکیل دهیم. به چند حالت می‌توانیم این کار را انجام دهیم، به شرط آنکه حداقل ۳ نفر از آنها نوجوان باشد؟

۱) ۱۰۸

۲) ۱۲۰

۳) ۷۰۶

۴) ۶۰۶

۴۱- به چند طریق می‌توان از بین ۸ سوال یک امتحان به ۵ سوال پاسخ داد، به شرط آنکه پاسخ به ۲ سوال اول اجباری باشد؟

۱) ۱۸

۲) ۲۰

۳) ۴۲

۴) ۸۰

۴۲- در کیسه‌ای ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز وجود دارد. به چند طریق می‌توان از این کیسه، ۳ مهره انتخاب کرد به‌طوری‌که لااقل ۲ مهره آبی باشد؟

۱) ۱۰۵

۲) ۴۲

۳) ۳۰

۴) ۲۲

۴۳- با ۷ نقطه داده شده در شکل مقابل، چند مثلث می‌توان ساخت؟



۱) ۲۸

۲) ۳۰

۳) ۳۲

۴) ۳۴

۴۴- به چند طریق می‌توان ۲ عدد از میان اعداد ۱ تا ۲۰ انتخاب کرد، به‌طوری‌که مجموع آنها فرد باشد؟

۱) ۹۰

۲) ۱۰۰

۳) $\binom{۲۰}{۲}$

۴) $\binom{۱۰}{۲}$

۴۵- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه « ABADAN » کدام است؟

۱) ۲۴

۲) ۱۲۰

۳) ۲۴۰

۴) ۷۲۰

۴۶- از هر یک از مدارس A، B، C، D و E چهار نفر به اردوگاه دانش‌آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان ۳ دانش‌آموز که دو به دو غیر هم مدرسه باشند را انتخاب کرد؟

۱) ۱۶۰

۲) ۳۲۰

۳) ۶۴۰

۴) ۴۸۰

۴۷- چندتا از زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ حتماً شامل اعضای ۶ و ۷ هستند؟

۱) ۶

۲) ۸

۳) ۱۰

۴) ۱۲

۴۸- یک مجموعه n عضوی، ۵۵ زیرمجموعه $(n-2)$ عضوی دارد، n کدام است؟

۱) ۸

۲) ۹

۳) ۱۰

۴) ۱۱

۴۹- تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه $\{0,1,2,4,6,8,9\}$ که شامل عدد ۸ باشد ولی شامل عدد ۴ نباشد کدام است؟ سراسری ۱۴۰۱

۱) ۱۰

۲) ۲۰

۳) ۵۰

۴) ۴۰



rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





۵۰- در چند زیر مجموعه ۵ عضوی از مجموعه $\{1,2,3,...,9\}$، حداقل ۳ عضو زوج وجود دارد؟

سراسری ۱۴۰۱

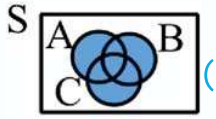
۱) ۶۰

۲) ۵۵

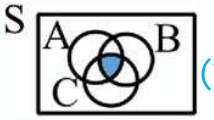
۳) ۴۵

۴) ۴۰

۵۱- در کدام مورد، نام پیشامد رنگی به درستی نوشته نشده است؟

۱) 

$A \cup B \cup C$

۲) 

$A \cap B \cap C$

۳) 

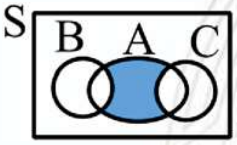
$A - C$

۴) 

$B - (A \cup C)$

۵۲- مجموعه A، B و C، مطابق شکل زیر، مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست است؟

سراسری ۹۹




۱) $A \cap (B' \cap C')$

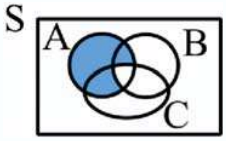
۲) $A \cap (B \cup C)'$

۳) $(A - C) \cap (A - B)$

۴) $(A - C) \cup (A - B)$

۵۳- مطابق شکل زیر، فرض کنید A، B و C سه مجموعه باشند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست است؟

خارج ۹۹




۱) $(A - B) \cup (A - C)$

۲) $A \cap (B' \cup C')$

۳) $A - (B \cap C)$

۴) $A - (B \cup C)$

۵۴- اگر متمم مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است)

داخل ۱۴۰۰

۱) $A \subseteq B$

۲) $A \subseteq B'$

۳) $A \cup B = S$

۴) $A = \varnothing$ یا $B = \varnothing$



rezamath74

استاد رضا آذرباد - ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





۵۵- اگر $A \subseteq B'$ باشد، حاصل $\big((A-B)\cup(B-A)\big)'$ کدام است؟ خارج ۱۴۰۰

۱) $A\cap B$

۲) $A\cup B$

۳) $A'\cap B'$

۴) $A'\cup B'$

۵۶- ۳ پیشامد $A$، $B$ و $C$ مطابق شکل زیر در فضای نمونه‌ای $S$ مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت هاشورخورده نادرست است؟ سراسری تیر ۱۴۰۲




۱) $A\cap(B\cup C)$

۲) $(A\cap B)\cup(A\cap C)$

۳) $\big(A-(A-B)\big)\cup\big(A-(A-C)\big)$

۴) $\big(A-(A\cap B)\big)\cap(A\cap C)$

۵۷- هر یک از اعداد $1,2,3,\ldots,20$ بر روی ۲۰ گوی نوشته شده است. اگر یک گوی از بین آنها بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال عدد آن زوج است ولی بر ۳ بخش‌پذیر است؟ خارج ۹۷

۱) ۰/۳

۲) ۰/۳۵

۳) ۰/۴

۴) ۰/۴۵

۵۸- اعداد یک رقمی $1,2,3,\ldots,9$ بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده‌اند. اگر یک کارت از بین آنها بیرون آوریم، احتمال آنکه عدد آن بر ۲ یا ۳ بخش‌پذیر باشد کدام است؟ سراسری ۹۷

۱) $\frac{3}{5}$

۲) $\frac{2}{3}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) $\frac{5}{9}$



rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





۵۹- در جعبه‌ای ۴ مهره با شماره‌های ۱ تا ۴ موجود است. به تصادف یک مهره از جعبه بیرون می‌کشیم. شماره آن را یادداشت کرده و به جعبه برمی‌گردانیم. مهره‌ی دیگری بیرون کشیده، شماره آن را در کنار عدد قبلی قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد ۲ رقمی حاصل، مضرب ۳ است؟

۱) $\frac{۵}{۱۶}$

۲) $\frac{۷}{۱۶}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۳}$

۶۰- هر یک از ارقام۰، ۱، ۲، ۳، ... و ۹ بر روی ۱۰ کارت یکسان نوشته شده‌اند. یک کارت را به تصادف بیرون کشیده و رقم آن را یادداشت می‌کنیم و دوباره داخل کارت‌ها قرار دهیم. سپس کارت دیگری بیرون کشیده، رقم آن را سمت راست رقم قبلی می‌نویسیم. با کدام احتمال عدد حاصل ۲ رقمی و مضرب ۵ است؟ سراسری ۹۲

۱) ۰/۱۶

۲) ۰/۱۸

۳) ۰/۱۹

۴) ۰/۲۰

۶۱- از کیسه‌ای محتوی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال اینکه مهره‌ها همرنگ باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۱۹}$

۲) $\frac{۷}{۳۶}$

۳) $\frac{۷}{۴۲}$

۴) $\frac{۳}{۱۹}$



rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





۶۲- هر یک از ارقام۱,۲,۳,۴,۵,۶ را بر روی ۶ کارت یکسان نوشته و به تصادف ۲ کارت بیرون می‌کشیم. احتمال اینکه اعداد روی هر دو کارت زوج باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$

۲) $\frac{۱}{۵}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۴}{۱۵}$

۶۳- مجموع عمومی یک شرکت ۱۲ عضو دارد. درباره‌ی یک برنامه‌ی خاص، ۶ نفر موافق، ۴ نفر مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده‌اند. از بین آنها ۲ نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی رأی هیچ دو نفری از آنها مثل هم نیست؟

۱) $\frac{۱}{۶}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۸}$

۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۶۴- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. احتمال پیشامد A که در آن تعداد فرزندان دختر، بیشتر از تعداد فرزندان پسر باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۷}{۱۶}$

۲) $\frac{۱}{۸}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۵}{۱۶}$

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir
rezamath74

استاد رضا آذرباد ـ ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵





۶۵- یک تاس قرمز و یک تاس سبز را باهم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده برابر ۷ باشد کدام است؟ سراسری ۹۷

۱) $\frac{۱}{۶}$

۲) $\frac{۲}{۹}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۵}{۱۸}$

۶۶- یک سکه و یک تاس باهم پرتاب می‌شود. با کدام احتمال سکه « رو » و عدد تاس « مضرب ۳ » ظاهر شود؟ سراسری ۹۸

۱) $\frac{۱}{۱۲}$

۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۳}$

۶۷- در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. به تصادف ۲ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج شده از یک رنگ هستند؟ سراسری ۹۸

۱) $\frac{۵}{۱۴}$

۲) $\frac{۳}{۷}$

۳) $\frac{۴}{۷}$

۴) $\frac{۹}{۱۴}$



rezamath74

۶۸- دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده کمتر از ۱۰ می‌باشد؟

خارج ۹۸

۱) $\frac{۵}{۹}$

۲) $\frac{۷}{۱۲}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۵}{۶}$

۶۹- جعبه‌ای شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه‌دار است. به تصادف ۳ سیب از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط دو سیب خارج شده سالم است؟

خارج ۹۸

۱) $\frac{۷}{۱۵}$

۲) $\frac{۸}{۱۵}$

۳) $\frac{۲۴}{۵۵}$

۴) $\frac{۲۸}{۵۵}$

۷۰- در جعبه‌ای ۵ مهره سفید و ۴ مهره یکسان قرار دارد. به تصادف ۳ مهره خارج می‌کنیم. با کدام احتمال ۲ مهره سفید و یک مهره سیاه خارج می‌شود؟

خارج ۹۹

۱) $\frac{۵}{۱۴}$

۲) $\frac{۳}{۷}$

۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$

۴) $\frac{۱۱}{۲۱}$

۷۱- در پرتاب یک تاس و ۲ سکه، احتمال اینکه لااقل یکی از سکه‌ها « پشت » و عدد رو شـده در تاس « فرد » باشد، کدام است؟

خارج ۹۹

۱) $\frac{۳}{۸}$

۲) $\frac{۵}{۱۲}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۵}{۸}$

۷۲- فردی چهار پیراهن قرمز، ۵ پیراهن آبی و ۳ پیراهن زرد دارد. او به تصادف ۳ پیراهن از بین آنها انتخاب می‌کند. با چه احتمالی ۳ پیراهن به طور همزمان آبی نیستند؟

۱) $\frac{۲۱}{۲۲}$

۲) $\frac{۱۷}{۲۲}$

۳) $\frac{۱۱}{۱۳}$

۴) $\frac{۷}{۱۳}$

۷۳- می‌خواهیم با ارقام۱,۲,۳,۴,۵,۶ اعداد ۳ رقمی بسازیم (بدون تکرار ارقام) با چه احتمالی عدد ۳ رقمی ساخته شده، مضرب ۵ نیست؟

۱) ۰/۸

۲) ۰/۵

۳) ۰/۶

۴) ۰/۷

۷۴- بر روی نیمکت چهار دانش‌آموز نشسته‌اند. با کدام احتمال لااقل ۲ نفر از آنان در یک ماه از سال متولد شده‌اند؟ خارج ۹۶

۱) $\frac{۴۱}{۹۶}$

۲) $\frac{۲۳}{۴۸}$

۳) $\frac{۲۵}{۴۸}$

۴) $\frac{۵۵}{۹۶}$

۷۵- یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این چهار کتاب، حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟ سراسری ۱۴۰۰

۱) $\frac{۱۹}{۲۱}$

۲) $\frac{۱۳}{۱۴}$

۳) $\frac{۲۰}{۲۱}$

۴) $\frac{۴۱}{۴۲}$

۷۶- در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های $۱۸,...,۵,۴,۳$ را تخصیص می‌دهیم. ۳ تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد رو شده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد انتخاب می‌شود. احتمال اینکه شخص شماره ۱۰ انتخاب شود کدام است؟ خارج ۱۴۰۰

۱) $\frac{۱}{۱۰}$

۲) $\frac{۱}{۹}$

۳) $\frac{۱}{۸}$

۴) $\frac{۱}{۷}$

۷۷- پنج بازیکن فوتبال تیم مدرسه‌ای، به طور تصادفی در یک ردیف کنار یکدیگر می‌ایستند. اگر دروازه‌بان و کاپیتان دو نفر متفاوت باشند، با کدام احتمال بین دروازه‌بان و کاپیتان دقیقاً دو نفر حضور دارند؟ سراسری ۱۴۰۰

۱) $\frac{۱}{۵}$

۲) $\frac{۱}{۱۰}$

۳) $\frac{۱}{۱۵}$

۴) $\frac{۱}{۲۰}$

۷۸- در هیئت مدیره یک شرکت ۹ نفره عضو هستند. در رأی‌گیری برای یک سرمایه‌گذاری، ۴ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأس مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده‌اند. اگر ۳ نفر به طور تصادفی انتخاب شوند. احتمال اینکه نظر هیچ دو نفری مثل هم نباشد، چقدر است؟ خارج ۱۴۰۱

۱) $\frac{۲}{۷}$

۲) $\frac{۱}{۲۱}$

۳) $\frac{۱}{۹}$

۴) $\frac{۱}{۳}$



دانلود از سایت ریاضی سرا

rezamath74

استاد رضا آذرباد - ۰۹۱۴۰۸۵۲۴۵۵



۷۹- در یک مسابقه دو و میدانی ۷ نفر شرکت کرده‌اند که ۳ دانش‌آموز از مدرسه A و ۴ دانش‌آموز از مدرسه B به خط پایان رسیده‌اند. با کدام احتمال، مقام اول و آخر از مدرسه A است؟

سراسری دی ۱۴۰۱

۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۷}$

۳) $\frac{۵}{۹}$

۴) $\frac{۳}{۱۴}$

۸۰- خانواده‌ای دارای ۵ فرزند شامل ۲ فرزند پسر و ۳ فرزند دختر است. قرار است ۵ نفر از اعضای این خانواده با اتومبیل شخصی به مسافرت بروند. احتمال اینکه فقط والدین حق رانندگی داشته باشند و دو فرزند پسر باهم به مسافرت نروند، کدام است؟

سراسری ۱۴۰۲

۱) $\frac{۱۱}{۲۱}$

۲) $\frac{۱۰}{۲۱}$

۳) $\frac{۳}{۷}$

۴) $\frac{۱}{۷}$

۸۱- خانواده‌ای ۵ فرزند دارد که دو فرزند آنها دو قلو هستند، قرار است والدین به همراه ۳ تا از فرزندان‌شان به یک مهمانی بروند. احتمال اینکه دو قلوها باهم به مهمانی نروند، کدام است؟

خارج ۱۴۰۲

۱) ۰/۱

۲) ۰/۶

۳) ۰/۳

۴) ۰/۷

۸۲- کیسه‌ای دارای ۲ مهره سفید، ۳ مهره سیاه و ۲ مهرهٔ آبی است. می‌خواهیم به تصادف ۵ مهره از این کیسه خارج کنیم. احتمال اینکه مهرهٔ سفید حتما از کیسه خارج شده باشد، ۲ مهره آبی باهم از کیسه خارج نشوند کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۷}$

۲) $\frac{۳}{۷}$

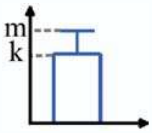
۳) $\frac{۱۰}{۲۱}$

۴) $\frac{۱۱}{۲۱}$



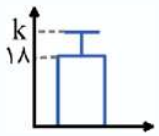
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir
rezamath74

۸۳- نمودار مقابل مربوط به داده‌های ۷,۱۰,۱۲,۱۱,۱۰,۹,۱۲,۹ می‌باشد، حاصل $(m-k)^2$ کدام است؟



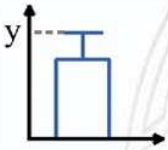

۱) ۲/۵
۲) ۲
۳) ۳/۵
۴) ۴

۸۴- اگر در نمودار زیر، مقدار واریانس نصف میانگین باشد، مقدار k کدام است؟



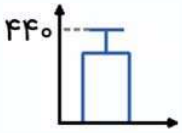

۱) ۲۱
۲) ۲۳
۳) ۲۵
۴) ۲۷

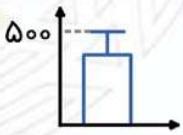
۸۵- اگر ۹۶٪ داده‌ها در بازه (۹۶۰,۱۰۴۰) قرار گرفته باشد. مقدار y را در نمودار مقابل بدست آورید؟

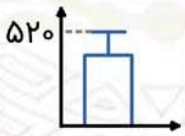


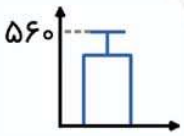

۱) ۱۰۲۰
۲) ۱۰۰۰
۳) ۱۰۴۰
۴) ۹۶۰

۸۶- اگر ۹۹/۹٪ داده‌ها در بازه (۴۴۰,۵۶۰) باشد، کدام یک از نمودارهای زیر برای داده‌ها مناسب است؟

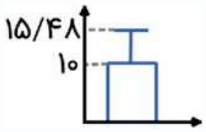
۱) 


۲) 


۳) 


۴) 


۸۷- با توجه به جدول مقابل، اگر داده‌ها را ۳ برابر کنیم سپس از هر داده ۳ واحد کم کنیم آنگاه نسبت میانگین به واریانس داده‌های جدید کدام خواهد بود؟ $(\sqrt{30} \simeq 5/48)$




۱) ۰/۱
۲) $\frac{1}{9}$
۳) $\frac{27}{263}$
۴) $\frac{3}{(10+\sqrt{30})^2}$