احتمال و پدیده های تصادفی :

احتمالات عبارت است از بررسی آزمایش‌های نامعین یا تصادفی. مثلاً اگر تاسی را به هوا پرتاب کنیم افتادن تاس بر روی زمین و رو شدن یکی از اعداد ۱ تا ۶ حتمی است ولی اینکه کدامیک از آنها رو می‌شود را نمی‌توان به طور قطع و یقین گفت.

پدیده ی تصادفی (آزمایش تصادفی): پدیده‌ای را تصادفی گوئیم که اگر آنرا تحت مجموعه‌ای از شرایط مفروض، مورد مطالعه و مشاهده قرار دهیم، نتیجه‌ی مشاهده همواره یکسان نباشد. مثلاً اگر تاسی را به هوا پرتاب کنیم و از افرادی که شاهد آزمایش هستند سؤال کنیم که چه عددی رو می‌شود، جوابها متفاوت خواهد بود ولی همگان بر رو شدن یکی از اعداد ۱ تا ۶ نظر می‌دهند.

به بیان دیگر، پدیده ی را تصادفی گوئیم که همه‌ی نتایجی که ممکن است برای آن اتفاق بیفتد را می دانیم ولی اینکه دقیقاً کدام یک از آنها اتفاق می افتد را نمی توانیم از قبل مشخص کنیم.

فضای نمونه : به مجموعه‌ی همه‌ی نتایجی که در یک آزمایش تصادفی ممکن است اتفاق بیفتد، فضای نمونه‌ی آن آزمایش می گوئیم و آن را با S نشان می دهیم؛ مثلاً در پرتاب یک تاس داریم : $S=\{1,2,3,4,5,6\}$.

برامد : به هر یک از نتایجی که در یک آزمایش تصادفی، اتفاق می افتد، یک «برامد» می گوئیم.

به بیان دیگر به هر عضو از اعضای فضای نمونه ، یک «برامد» می گوئیم.

پیشامد تصادفی: به هر زیر مجموعه از فضای نمونه‌ی S یک پیشامد تصادفی از این فضا می گوئیم برای نام گذاری پیشامدها، از حروف بزرگ انگلیسی استفاده می کنیم. مثلاً اگر A پیشامد «رو شدن عدد زوج» در پرتاب تاس باشد آنگاه داریم: $A=\{2,4,6\}$.

پیشامد قطعی (حتمی) : پیشامدی است که به طور قطع و یقین اتفاق می افتد و با S برابر است مثلاً در پرتاب تاس اگر A پیشامد «رو شدن عدد کوچکتر از ۷» باشد آنگاه $A=S$ و A پیشامد حتمی می باشد.

پیشامد غیر ممکن : پیشامدی است که هرگز اتفاق نمی افتد و برابر با $\emptyset$ می باشد مثلاً در پرتاب تاس، پیشامد «رو شدن عدد دو قسمی» یک پیشامد غیر ممکن می باشد یعنی $A=\emptyset$.

Scanned with CamScanner

عملیات روی پیشامدها: چون هر پیشامد یک مجموعه است پس اعمالی که روی مجموعه‌ها داشتیم برای پیشامدها نیز داریم، بنابراین اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ی S باشند آنگاه:

۱) پیشامد «$A \cup B$» زمانی رخ می‌دهد که A یا B یا هر دو رخ دهند.

۲) پیشامد «$A \cap B$» زمانی رخ می‌دهد که A و B با هم اتفاق افتند.

۳) پیشامد «$A - B$» زمانی اتفاق می‌افتد که A رخ دهد ولی B رخ ندهد.

۴) پیشامد «A'» (متمم A) زمانی رخ می‌دهد که A رخ ندهد. متمم A را با A^c نیز نشان می‌دهیم.

پیشامدهای ناسازگار: اگر A و B دو پیشامد باشند که با هم اتفاق نیفتند، آنها را ناسازگار می‌گوییم به بیان دیگر اگر $A \cap B = \emptyset$ آنگاه A و B ناسازگارند. مثلاً در پرتاب یک تاس، اگر A پیشامد «روشدن عدد زوج» و B پیشامد «روشدن عدد فرد» باشد آنگاه A و B ناسازگارند.

احتمال: احتمال یعنی اندازه‌گیری شانس وقوع یک پیشامد تصادفی که همواره عددی از صفر تا یک می‌باشد احتمال وقوع پیشامد A را با نماد «$P(A)$» نشان می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$P(A) = \frac{\text{تعداد اعضای پیشامد } A}{\text{تعداد اعضای فضای نمونه}} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{یا} \quad P(A) = \frac{\text{تعداد حالتهای مطلوب}}{\text{تعداد کل حالتهای ممکن}}$$

پیشامدهای دو به دو ناسازگار: اگر A_1 و A_2 و ... و A_n پیشامدهایی از فضای نمونه‌ی S باشند که دو به دو با هم اشتراکی نداشته باشند آنگاه آنها را پیشامدهای دو به دو ناسازگار گوییم به بیان دیگر اگر $A_i \cap A_j = \emptyset$ (که در آن $i \neq j$ و $n \geq j \geq 1$ و $i \geq 1$) آنگاه این پیشامدها دو به دو ناسازگارند.

پیشامدهای مستقل: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ی S باشند که وقوع یکی، تأثیری در وقوع دیگری نداشته باشد، آنگاه A و B را «دو پیشامد مستقل» می‌گوییم. به بیان دقیق‌تر هرگاه $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ آنگاه A و B را دو پیشامد مستقل می‌گوییم.

تذکر ۱: هرچه $P(A)$ به صفر نزدیکتر باشد یعنی احتمال وقوع آن کمتر و هرچه $P(A)$ به یک نزدیکتر باشد یعنی احتمال وقوع آن بیشتر می‌باشد. **تذکر ۲:** A و A' دو پیشامد ناسازگارند.

Scanned with CamScanner

یادآوری: در محاسبات احتمال ممکن است به موارد زیر نیاز پیدا کنیم:

اصل جمع: اگر برای انجام کاری دو روش موجود باشد که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد و فقط مجاز به انجام کار، از روش اول **یا** از روش دوم باشیم آنگاه برای انجام این کار «$m+n$» روش وجود دارد.

تعمیم اصل جمع: اگر کاری را بتوان به k روش انجام داد، که در روش اول m_1 انتخاب و در روش دوم m_2 انتخاب و ... و در روش k ام نیز m_k انتخاب وجود داشته باشد و فقط مجاز به انجام کار، از یکی از این روشها باشیم آنگاه این کار را می‌توانیم به $m_1+m_2+\cdots+m_k$ روش انجام دهیم

اصل ضرب: اگر عملی شامل دو مرحله باشد، که مرحله‌ی اول به m طریق **و** مرحله‌ی دوم به n طریق قابل انجام باشد آنگاه این عمل به «$m\times n$» طریق قابل انجام است.

تعمیم اصل ضرب: اگر عملی شامل k مرحله باشد، که مرحله‌ی اول به m_1 روش و مرحله‌ی دوم به m_2 روش و ... و مرحله‌ی k ام نیز به m_k روش قابل انجام باشد آنگاه این عمل به $m_1\times m_2\times\cdots\times m_k$ روش قابل انجام است

فاکتوریل: اگر n یک عدد طبیعی باشد آنگاه داریم: $n!=n(n-1)(n-2)\cdots\times 3\times 2\times 1$

$\Rightarrow n!=n(n-1)!=n(n-1)(n-2)!$

قرارداد: $0!=1$ و $1!=1$

جایگشت: به هرکدام از حالتهای گذارهم قرار گرفتن n شیئ متمایز، یک جایگشت از آن n شیئ می‌گوییم تعداد جایگشتهای n شیئ متمایز برابر $n!$ می‌باشد. همچنین تعداد جایگشتهای (ترتیب - تبدیل) r شیئ از n شیئ متمایز برابر است با: $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$ $(0\le r\le n)$

ترکیب: اگر در انتخابها، ترتیب مهم نباشد، با مفهوم ترکیب مواجه هستیم. تعداد ترکیبهای r شیئ از n شیئ متمایز را با $\binom{n}{r}$ یا $C(n,r)$ نشان می‌دهیم و داریم: $C(n,r)=\frac{n!}{r!(n-r)!}$.

با توجه به این مرحول داریم: $\binom{n}{0}=\binom{n}{n}=1$, $\binom{n}{1}=\binom{n}{n-1}=n$, $\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$

$\binom{n}{2}=\binom{n}{n-2}=\frac{n(n-1)}{2}$, $\binom{n}{r}+\binom{n}{r+1}=\binom{n+1}{r+1}$: قاعده‌ی پاسکال , $C(n,r)\times r!=P(n,r)$

Scanned with CamScanner

اصول موضوعی احتمال: آندری نیکولایویچ کولموگروف، ریاضیدان روسی برای اولین بار سه اصل زیر را در مورد احتمال در نظر گرفت و بر پایه‌ی این اصول، قوانین دیگری را در مورد احتمال اثبات نمود.

۱) $0 \leq P(A) \leq 1$ ۲) $P(S)=1$ ۳) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند آنگاه داریم: $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$.

قوانین احتمال:

۱) $P(\phi)=0$ زیرا اگر A یک پیشامد از فضای نمونه‌ی S باشد آنگاه داریم: $A \cap \phi = \phi$

$P(A \cup \phi)=P(A)+P(\phi) \Rightarrow P(A)=P(A)+P(\phi) \Rightarrow P(\phi)=0$ (اصل ۳)

۲) اگر A و B دو پیشامد دلخواه از فضای نمونه‌ی S باشند آنگاه داریم: $P(A-B)=P(A)-P(A \cap B)$

زیرا: می‌دانیم که $A=(A-B) \cup (A \cap B)$ و $(A-B) \cap (A \cap B)=\phi$ پس طبق اصل سوم داریم:

$$P(A)=P[(A-B) \cup (A \cap B)] \Rightarrow P(A)=P(A-B)+P(A \cap B) \Rightarrow P(A-B)=P(A)-P(A \cap B)$$

۳) اگر A و B دو پیشامد دلخواه از فضای نمونه‌ی S باشند آنگاه داریم: $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

زیرا: می‌دانیم که: $A \cup B = B \cup (A-B)$ و $B \cap (A-B)=\phi$ پس بنابه اصل ۳ داریم:

$$\left.\begin{array}{l} P(A \cup B)=P[B \cup (A-B)]=P(B)+P(A-B) \\ \text{از طرفی: } P(A-B)=P(A)-P(A \cap B) \end{array}\right\} \Rightarrow P(A \cup B)=P(B)+P(A)-P(A \cap B)$$

۴) اگر A یک پیشامد از فضای نمونه‌ی S باشد آنگاه: $P(A)=1-P(A')$ یا $P(A')=1-P(A)$

زیرا: می‌دانیم که $A \cup A'=S$ و $A \cap A'=\phi$ پس بنابه اصل ۳ داریم:

$$P(S)=P(A \cup A') \Rightarrow 1=P(A)+P(A') \Rightarrow \begin{cases} P(A)=1-P(A') \\ P(A')=1-P(A) \end{cases}$$

۵) اگر $B \subseteq A$ آنگاه $P(B) \leq P(A)$ و $P(A-B)=P(A)-P(B)$.

زیرا: اگر $B \subseteq A$ آنگاه $A=B \cup (A-B)$ و $B \cap (A-B)=\phi$ پس طبق اصل ۳ داریم

$$P(A)=P[B \cup (A-B)] \Rightarrow P(A)=P(B)+P(A-B) \Rightarrow \begin{cases} P(B) \leq P(A) \\ P(A-B)=P(A)-P(B) \end{cases}$$

از طرفی: $P(A-B) \geq 0$

Scanned with CamScanner

مثال: سکه‌ای را دو بار پرتاب می‌کنیم (دو سکه را باهم پرتاب می‌کنیم) فضای نمونه‌ی این آزمایش و پیشامد A که در آن نتیجه‌ی هر دو بار (هر دو سکه) مثل هم باشد را بنویسید.

حل: طبق اصل ضرب، فضای نمونه دارای $۲\times۲=۴$ عضو می‌باشد پس:

$$S=\{(ر,ر),(ر,پ),(پ,ر),(پ,پ)\} \longrightarrow n(S)=۴=۲^۲$$

$$A=\{(ر,ر),(پ,پ)\} \longrightarrow n(A)=۲$$

مثال: سکه‌ای را سه بار پرتاب می‌کنیم (سه سکه را باهم پرتاب می‌کنیم) فضای نمونه‌ی این آزمایش و پیشامد A که در آن نتیجه‌ی دو بار اول (دو سکه‌ی اول) مثل هم باشد را بنویسید.

حل: بنابر اصل ضرب، فضای نمونه $۲\times۲\times۲=۸$ عضو دارد پس:

$$S=\{(ر,ر,ر),(ر,ر,پ),(ر,پ,ر),(ر,پ,پ),(پ,ر,ر),(پ,ر,پ),(پ,پ,ر),(پ,پ,پ)\}$$

$$\Rightarrow n(S)=۸=۲^۳ \qquad A=\{(ر,ر,ر),(ر,ر,پ),(پ,ر,ر),(پ,ر,پ)\} \Rightarrow n(A)=۴$$

اگر B پیشامد این باشد که در این آزمایش "فقط دو بار اول (فقط دو سکه‌ی اول) مثل هم بیایند" آنگاه اعضای B را بنویسید.

$$B=\{(ر,پ,پ),(پ,ر,ر)\} \Rightarrow n(B)=۲$$

تذکر: اگر سکه‌ای را n بار پرتاب کنیم (n سکه را باهم پرتاب کنیم) آنگاه: $n(S)=۲^n$.

مثال: یک تاس را پرتاب می‌کنیم مطلوب است: الف - فضای نمونه‌ی این آزمایش

ب - پیشامد A که در آن عدد رو شده، مربع کامل باشد پ - پیشامد B که در آن عدد رو شده، زوج باشد

ت - پیشامد C که در آن عدد رو شده، اول باشد ث - پیشامد $A\cup B$ ج - پیشامد $A\cap B$

چ - پیشامد $A-B$ ح - پیشامد $B-A$ خ - پیشامد $(A\cup B)\cap C$ د - پیشامد $(A\cap B)\cup C$

ذ - پیشامد $(A\cup B)-C$ ر - پیشامد $(C-A)\cap B$ ز - پیشامد $(C\cup A)-B$

حل: می‌دانیم که فضای نمونه‌ی این آزمایش دارای ۶ عضو است پس: الف) $S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$

ب) $A=\{۱,۴\}$ پ) $B=\{۲,۴,۶\}$ ت) $C=\{۲,۳,۵\}$ ث) $A\cup B=\{۱,۲,۴,۶\}$

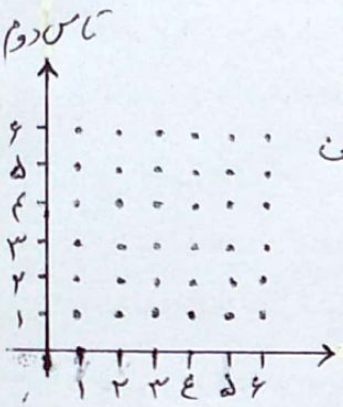
ج) $A\cap B=\{۴\}$ چ) $A-B=\{۱\}$ ح) $B-A=\{۲,۶\}$ خ) $(A\cup B)\cap C \overset{\text{ت و ث}}{=\!=} \{۲\}$

د) $(A\cap B)\cup C \overset{\text{ث و ج}}{=\!=} \{۲,۳,۴,۵\}$ ذ) $(A\cup B)-C \overset{\text{ث و ت}}{=\!=} \{۱,۴,۶\}$

ر) $(C-A)\cap B=\{۲,۳,۵\}\cap\{۲,۴,۶\}=\{۲\}$ ز) $(C\cup A)-B=\{۱,۲,۳,۴,۵\}-\{۲,۴,۶\}=\{۱,۳,۵\}$

Scanned with CamScanner

مثال: دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم (یک تاس را دو بار پرتاب می‌کنیم) مطلوب است:
الف- فضای نمونه‌ی این آزمایش ب- پیشامد A که در آن اعداد رو شده در دو تاس مثل هم باشند
پ- پیشامد B که در آن اعداد رو شده در دو تاس مضرب ۳ باشند ت- پیشامد C که در آن عدد رو شده در تاس اول مربع کامل و عدد رو شده در تاس دوم کوچکتر از ۳ باشد ث- پیشامد D که در آن مجموع اعداد رو شده در دو تاس، عددی زوج باشد.



حل: بنابر اصل ضرب فضای نمونه دارای $6\times6=36$ عضو می‌باشد پس:

الف) $S=\{(1,1),(1,2),\dots,(1,6),(2,1),(2,2),\dots,(2,6),\dots,(6,1),(6,2),\dots,(6,6)\}$

$n(S)=36$

یا می‌توانیم مانند شکل مقابل فضای نمونه را مشخص کنیم پس:

ب) $A=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}\Rightarrow n(A)=6$

پ) $B=\{(3,3),(3,6),(6,3),(6,6)\}\Rightarrow n(B)=4$

ت) $C=\{(1,1),(1,2),(4,1),(4,2)\}\Rightarrow n(C)=4$

ث) $D=\{(4,6),(5,5),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)\}\Rightarrow n(D)=6$

تذکر: فضای نمونه در پرتاب n تاس (n بار پرتاب یک تاس) دارای 6^n عضو می‌باشد.

مثال: یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، مطلوب است: الف- فضای نمونه‌ی این آزمایش
ب- پیشامد A که در آن سکه رو یا تاس عدد زوج بیاید پ- پیشامد B که در آن سکه رو و تاس عدد زوج بیاید ت- پیشامد $A-B$ ث- پیشامد C که در آن سکه پشت و تاس عدد بزرگتر از ۴ بیاید

حل: باتوجه به اصل ضرب فضای نمونه دارای $2\times6=12$ عضو می‌باشد پس:

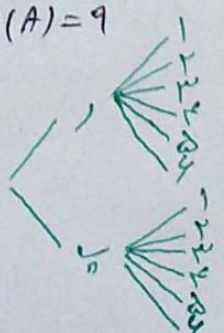
الف) $S=\{(1,ر),(2,ر),(3,ر),(4,ر),(5,ر),(6,ر),(1,پ),(2,پ),(3,پ),(4,پ),(5,پ),(6,پ)\}\Rightarrow n(S)=12$

ب) $A=\{(1,ر),(2,ر),(3,ر),(4,ر),(5,ر),(6,ر),(2,پ),(4,پ),(6,پ)\}\Rightarrow n(A)=9$

پ) $B=\{(2,ر),(4,ر),(6,ر)\}\Rightarrow n(B)=3$

ت) $A-B=\{(1,ر),(3,ر),(5,ر),(2,پ),(4,پ),(6,پ)\}\Rightarrow n(A-B)=6$

ث) $C=\{(5,پ),(6,پ)\}\Rightarrow n(C)=2$



تذکر: فضای نمونه را می‌توانیم با نمودار درختی مشخص کنیم.

«پیروز و سربلند باشید» خالقی

Scanned with CamScanner

مثال: یک تاس را پرتاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه: الف - عدد رو شده مضرب ۳ باشد
ب - عدد رو شده مضرب ۳ و کوچکتر از ۴ باشد پ - عدد رو شده مضرب ۳ یا کوچکتر از ۴ باشد.

حل: ابتدا فضای نمونه را می‌نویسیم و سپس هرکدام از پیشامدهای مورد نظر را می‌یابیم و سپس احتمال وقوع هرکدام را بدست می‌آوریم پس:

$S=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$

الف) $A=\{۳,۶\}$ $\quad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۶}=\frac{۱}{۳}$

ب) $B=\{۳\}$ $\quad P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۱}{۶}$

پ) $C=\{۳,۶,۱,۲\}$ $\quad P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$

مثال: سه سکه را با هم پرتاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه: الف - هر سه سکه رو بیایند.
ب - هر سه سکه مثل هم بیایند پ - فقط یک سکه رو بیاید ت - اولی رو بیاید.
ث - حداقل دو تا رو بیاید ج - حداکثر دو تا رو بیاید.

حل: ابتدا فضای نمونه و هرکدام از پیشامدها را می‌یابیم و سپس احتمال وقوع هرکدام را بدست می‌آوریم:

$S=\{(ر,ر,ر),(ر,ر,پ),(ر,پ,ر),(ر,پ,پ),(پ,ر,ر),(پ,ر,پ),(پ,پ,ر),(پ,پ,پ)\}$

الف) $A=\{(ر,ر,ر)\}$ $\quad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱}{۸}$

ب) $B=\{(ر,ر,ر),(پ,پ,پ)\}$ $\quad P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}$

پ) $C=\{(پ,ر,ر),(ر,پ,ر),(ر,ر,پ)\}$ $\quad P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{۳}{۸}$

ت) $D=\{(ر,ر,ر),(پ,ر,ر),(ر,پ,ر),(ر,ر,پ)\}$ $\quad P(D)=\frac{n(D)}{n(S)}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$

ث) $E=\{(ر,ر,ر),(پ,ر,ر),(ر,پ,ر),(ر,ر,پ)\}$ $\quad P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$

ج) $F=\{(ر,ر,پ),(ر,پ,ر),(ر,پ,پ),(پ,ر,ر),(پ,ر,پ),(پ,پ,ر),(پ,پ,پ)\}$ $\quad P(F)=\frac{n(F)}{n(S)}=\frac{۷}{۸}$

* می‌توانیم از متمم یک پیشامد استفاده کنیم یعنی:

$$P(F)=۱-P(A)=۱-\frac{۱}{۸}=\frac{۷}{۸}$$

$P(F)$: حداکثر دو تا رو — $P(A)$: هر سه رو

Scanned with CamScanner

مثال: یک سکه و یک تاس را با هم پرتاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه: الف- سکه پشت و تاس عدد اول بیاید ب- سکه پشت یا تاس عدد اول بیاید.

حل: ابتدا فضای نمونه و هرکدام از این پیشامدها را می‌نویسیم و سپس احتمال هرکدام را بدست می‌آوریم:

$S=\{(\text{۶و پ}),(\text{۵و پ}),(\text{۴و پ}),(\text{۳و پ}),(\text{۲و پ}),(\text{۱و پ}),(\text{۶و ر}),(\text{۵و ر}),(\text{۴و ر}),(\text{۳و ر}),(\text{۲و ر}),(\text{۱و ر})\}$

الف) $A=\{(\text{۵و پ}),(\text{۳و پ}),(\text{۲و پ})\}$ $\quad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}$

ب) $B=\{(\text{۵و ر}),(\text{۳و ر}),(\text{۲و ر}),(\text{۶و پ}),(\text{۵و پ}),(\text{۴و پ}),(\text{۳و پ}),(\text{۲و پ}),(\text{۱و پ})\}$

$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۹}{۱۲}=\frac{۳}{۴}$

مثال: دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه: الف- هر دو تاس ۵ بیایند. ب- اعداد رو شده در دو تاس مثل هم باشند پ- اعداد رو شده در تاس اول مربع کامل و در تاس دوم زوج باشند ت- اعداد رو شده در دو تاس، فرد باشند ث- مجموع اعداد رو شده در دو تاس کمتر از ۵ باشد ج- مجموع اعداد رو شده در دو تاس برابر ۱۰ باشد.

حل: می‌دانیم که $n(S)=۶\times۶=۳۶$ پس هرکدام از پیشامدها را می‌نویسیم و سپس احتمال وقوع هریک را بدست می‌آوریم:

الف) $A=\{(۵,۵)\}$ $\quad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱}{۳۶}$

ب) $B=\{(۱,۱),(۲,۲),(۳,۳),(۴,۴),(۵,۵),(۶,۶)\}$ $\quad P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$

پ) $C=\{(۱,۲),(۱,۴),(۱,۶),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶)\}$ $\quad P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$

ت) $D=\{(۱,۱),(۱,۳),(۱,۵),(۳,۱),(۳,۳),(۳,۵),(۵,۱),(۵,۳),(۵,۵)\}$

$P(D)=\frac{n(D)}{n(S)}=\frac{۹}{۳۶}=\frac{۱}{۴}$

ث) $E=\{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۲,۱),(۲,۲),(۳,۱)\}$ $\quad P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$

ج) $F=\{(۴,۶),(۵,۵),(۶,۴)\}$ $\quad P(F)=\frac{n(F)}{n(S)}=\frac{۳}{۳۶}=\frac{۱}{۱۲}$

Scanned with CamScanner

مثال: در کیسه‌ای ۶ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه وجود دارد. مهره‌ای به تصادف از این کیسه بیرون می‌آوریم؛ مطلوب است احتمال اینکه: الف - مهره سفید باشد ب - مهره سیاه باشد.

حل: الف) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ یا $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{6}{1}}{\binom{10}{1}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

ب) $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$ یا $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{4}{1}}{\binom{10}{1}}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

برای قسمت «ب» از متمم نیز می‌توانیم استفاده کنیم: $P(B)=1-P(A)=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

مثال: در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سیاه و ۶ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سبز وجود دارد، سه مهره به تصادف و باهم از این کیسه بیرون می‌آوریم؛ مطلوب است احتمال اینکه: الف - هر سه هم‌رنگ باشند ب - از هر رنگ یکی باشد پ - تعداد سیاهها و سفیدها مساوی باشند ت - حداقل یکی سبز باشد.

حل: الف) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{5}{3}+\binom{6}{3}+\binom{4}{3}}{\binom{15}{3}}=\frac{\frac{5!}{3!(5-3)!}+\frac{6!}{3!(6-3)!}+\frac{4!}{3!(4-3)!}}{\frac{15!}{3!(15-3)!}}$

$\Rightarrow P(A)=\frac{\frac{5\times4\times3!}{3!\times2!}+\frac{6\times5\times4\times3!}{3\times2\times1\times3!}+\frac{4\times3!}{3!\times1!}}{\frac{15\times14\times13\times12!}{3\times2\times1\times12!}}=\frac{10+20+4}{455}=\frac{34}{455}$

ب) $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{5}{1}\binom{6}{1}\binom{4}{1}}{\binom{15}{3}}=\frac{5\times6\times4}{455}=\frac{24}{91}$

پ) $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{\binom{5}{0}\binom{6}{0}\binom{4}{3}+\binom{5}{1}\binom{6}{1}\binom{4}{1}}{\binom{15}{3}}=\frac{1\times1\times4+5\times6\times4}{455}=\frac{4+120}{455}=\frac{124}{455}$

ت) $P(D)=\frac{n(D)}{n(S)}=\frac{\binom{4}{1}\binom{11}{2}+\binom{4}{2}\binom{11}{1}+\binom{4}{3}\binom{11}{0}}{\binom{15}{3}}=\frac{4\times55+6\times11+4\times1}{455}=\frac{220+66+4}{455}$

$\Rightarrow P(D)=\frac{290}{455}=\frac{58}{91}$

می‌توانیم از متمم نیز استفاده کنیم:

$P(D)=1-P(\text{هیچ سبز})=1-\frac{\binom{4}{0}\binom{11}{3}}{\binom{15}{3}}=1-\frac{1\times\frac{11!}{3!(11-3)!}}{455}=1-\frac{\frac{11\times10\times9\times8!}{3\times2\times1\times8!}}{455}$

$\Rightarrow P(D)=1-\frac{165}{455}=\frac{290}{455}=\frac{58}{91}$

Scanned with CamScanner

مثال: یک سکه را پرتاب می‌کنیم، اگر شیر بیاید یک تاس را می‌اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه‌ی دیگر را پرتاب می‌کنیم مطلوبست احتمال اینکه: الف - تاس عدد زوج بیاید ب - حداقل دو سکه رو بیاید

حل: ابتدا فضای نمونه و این دو پیشامد را می‌نویسیم و سپس احتمال وقوع هریک را بدست می‌آوریم:

$$S=\{(\text{رو و پ و ر}),(\text{پ و پ و ر}),(\text{پ و ر و ر}),(\text{ر و ر و ر}),(\text{۶ و پ}),(\text{۵ و پ}),(\text{۴ و پ}),(\text{۳ و پ}),(\text{۲ و پ}),(\text{۱ و پ})\}$$

الف) $A=\{(\text{۶ و پ}),(\text{۴ و پ}),(\text{۲ و پ})\}$ $\quad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۱۰}$

ب) $B=\{(\text{رو و پ و ر}),(\text{پ و ر و ر}),(\text{ر و ر و ر})\}$ $\quad P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۳}{۱۰}$

مثال: یک تاس را پرتاب می‌کنیم، اگر عدد رو شده مضرب ۳ باشد دو سکه پرتاب می‌کنیم و اگر مضرب ۳ نباشد یک سکه پرتاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه الف - حداقل یک سکه رو بیاید.

ب - فقط یک سکه رو بیاید

حل: ابتدا فضای نمونه و پیشامدهای خواسته شده را می‌نویسیم و سپس احتمال وقوع هرکدام را می‌یابیم:

$$S=\{(\text{پ و ۱}),(\text{ر و ۱}),(\text{پ و پ و ۶}),(\text{ر و پ و ۶}),(\text{پ و ر و ۶}),(\text{ر و ر و ۶}),(\text{پ و پ و ۳}),(\text{ر و پ و ۳}),(\text{پ و ر و ۳}),(\text{ر و ر و ۳}),$$
$$(\text{پ و ۵}),(\text{ر و ۵}),(\text{پ و ۴}),(\text{ر و ۴}),(\text{پ و ۲}),(\text{ر و ۲})\}$$

الف) $A=\{(\text{ر و ۵}),(\text{ر و ۴}),(\text{ر و ۲}),(\text{ر و ۱}),(\text{ر و پ و ۶}),(\text{پ و ر و ۶}),(\text{ر و ر و ۶}),(\text{ر و پ و ۳}),(\text{پ و ر و ۳}),(\text{ر و ر و ۳})\}$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱۰}{۱۶}=\frac{۵}{۸}$$

ب) $B=\{(\text{ر و ۵}),(\text{ر و ۴}),(\text{ر و ۲}),(\text{ر و ۱}),(\text{ر و پ و ۶}),(\text{پ و ر و ۶}),(\text{ر و پ و ۳}),(\text{پ و ر و ۳})\}$

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۸}{۱۶}=\frac{۱}{۲}$$

مثال: اعداد ۰ و ۰۰ و ۹ را روی کارتهای مشابهی نوشته و داخل جعبه‌ای ریخته‌ایم اگر یک کارت به تصادف از این جعبه بیرون بیاوریم احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۳ باشد را بیابید.

حل: اگر A پیشامد «مضرب ۳ بودن عدد روی کارت انتخابی» باشد آنگاه داریم:

$$A=\{۰,۳,۶,۹\} \qquad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{۱۰}=\frac{۲}{۵}$$

اگر دو کارت باهم انتخاب کنیم احتمال اینکه هر دو مضرب ۳ باشند را بیابید

اگر این پیشامد را با B نشان دهیم داریم:

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{۴}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}=\frac{\frac{۴\times۳}{۲}}{\frac{۱۰\times۹}{۲}}=\frac{۱۲}{۹۰}=\frac{۲}{۱۵}$$

Scanned with CamScanner

مثال: در یک خانواده با چهار فرزند، احتمال آنکه دو فرزند اول غیر همجنس و دو فرزند بعدی، همجنس باشند را بدست آورید.

حل: بنا به اصل ضرب $n(S)=2\times2\times2\times2=16$. اگر پیشامد مورد نظر را با A نشان دهیم داریم:

$A=\{(د,د,پ,پ),(پ,پ,د,د),(د,پ,پ,د),(پ,د,د,پ)\}$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$$

مثال: از بین ۴ دانش آموز کلاس نهم و ۵ دانش آموز کلاس دهم به تصادف ۳ دانش آموز انتخاب می‌کنیم احتمال این را بیابید که: الف- هر سه کلاس دهمی باشند ب- هر سه، هم پایه باشند.
پ- فقط یکی از آن‌ها کلاس دهمی باشد ت- حداقل یکی از آن‌ها کلاس دهمی باشد.

حل:

$$n(S)=\binom{9}{3}=\frac{9!}{3!(9-3)!}=\frac{9\times8\times7\times6!}{3\times2\times1\times6!}=84$$

الف) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}=\frac{10}{84}=\frac{5}{42}$

ب) $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{4}{3}+\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}=\frac{4+10}{84}=\frac{14}{84}=\frac{1}{6}$

پ) $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{\binom{5}{1}\times\binom{4}{2}}{\binom{9}{3}}=\frac{5\times6}{84}=\frac{30}{84}=\frac{5}{14}$

ت) $P(D)=1-P(\text{هر سه نهمی باشند})=1-\frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}=1-\frac{4}{84}=\frac{80}{84}=\frac{20}{21}$

مثال: از بین ۵ کتاب ادبی و ۷ کتاب تاریخی، به تصادف ۵ کتاب انتخاب کرده‌ایم؛ احتمال اینکه ۳ کتاب ادبی و ۲ کتاب تاریخی باشند را بیابید.

حل:

$$n(S)=\binom{12}{5}=\frac{12!}{5!(12-5)!}=\frac{12\times11\times10\times9\times8\times7!}{5\times4\times3\times2\times1\times7!}=792$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{5}{3}\times\binom{7}{2}}{\binom{12}{5}}=\frac{10\times\frac{7(7-1)}{2}}{792}=\frac{10\times21}{792}=\frac{210}{792}=\frac{35}{132}$$

تذکر: $\binom{n}{2}=\frac{n(n-1)}{2}$

«پیروز و سربلند باشید» خالقی

Scanned with CamScanner

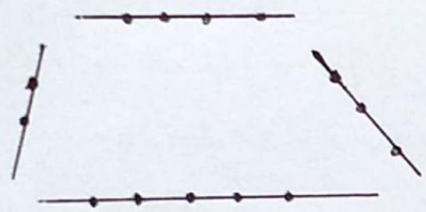
مثال: از چهار گروه آزمایشی به ترتیب ۳ و ۳ و ۲ و ۱ نفر داوطلب شرکت در آزمونی هستند؛ اگر به تصادف ۴ نفر از بین آنها معرفی شوند، احتمال اینکه از هر گروه یک نفر باشد را بیابید.

حل: تعداد کل افراد شرکت کننده $۱+۲+۳+۳=۹$ نفر می‌باشند پس داریم:

$$n(S)=\binom{9}{4}=\frac{9!}{4!(9-4)!}=\frac{9\times8\times7\times6\times5!}{4\times3\times2\times1\times5!}=126$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{3}{1}\times\binom{3}{1}\times\binom{2}{1}\times\binom{1}{1}}{\binom{9}{4}}=\frac{3\times3\times2\times1}{126}=\frac{1}{7}$$

مثال: از بین نقاط موجود در شکل مقابل، به تصادف ۴ نقطه انتخاب می‌کنیم؛ احتمال اینکه با این نقاط بتوان یک چهارضلعی ساخت به طوریکه روی هر خط فقط یک رأس داشته باشد را بیابید.



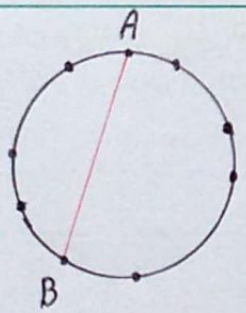
حل: تعداد کل نقاط برابر با: $۲+۴+۳+۵=۱۴$ می‌باشد پس:

$$n(S)=\binom{14}{4}=\frac{14!}{4!(14-4)!}=\frac{14\times13\times12\times11\times10!}{4\times3\times2\times1\times10!}=1001$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{2}{1}\times\binom{4}{1}\times\binom{3}{1}\times\binom{5}{1}}{\binom{14}{4}}=\frac{2\times4\times3\times5}{1001}=\frac{120}{1001}$$

مثال: از بین ۹ نقطه‌ی موجود در شکل مقابل، به تصادف ۴ نقطه انتخاب می‌کنیم و با آن یک چهارضلعی می‌سازیم؛ احتمال این را بیابید که الف- AB یک ضلع چهارضلعی باشد.

ب- AB یک قطر چهارضلعی باشد.



حل: برای اینکه AB یک ضلع از چهارضلعی باشد پس باید دو رأس دیگر آن در یک طرف AB باشند پس:

الف) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{3}{2}+\binom{4}{2}}{\binom{9}{4}}=\frac{3+6}{\frac{9!}{4!(9-4)!}}=\frac{9}{126}=\frac{1}{14}$

← در بالا حساب شده است.

و برای اینکه AB یک قطر از چهارضلعی باشد پس باید دو رأس دیگر در دو طرف AB باشند بنابراین:

ب) $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{\binom{3}{1}\times\binom{4}{1}}{\binom{9}{4}}=\frac{3\times4}{126}=\frac{2}{21}$

Scanned with CamScanner

مثال: در یک کیسه ۵ مهره‌ی سفید و ۷ مهره‌ی سیاه وجود دارد، ۲ مهره به تصادف و باهم از این کیسه خارج می‌کنیم، احتمال اینکه دو مهره هم‌رنگ نباشند را بیابید. (کنکور ریاضی ۸۴)

حل: تعداد کل مهره‌ها $5+7=12$ می‌باشد پس:

$$n(S)=\binom{12}{2}=\frac{12\times11}{2}=66$$

اگر مهره‌ها هم‌رنگ نباشند یعنی باید یک سفید و یک سیاه بیرون آمده باشد پس:

$$n(A)=\binom{5}{1}\times\binom{7}{1}=5\times7=35$$

بنابراین:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{35}{66}$$

می‌توانستیم از متمم نیز استفاده کنیم یعنی احتمال هر دو هم‌رنگ باشند را بیابیم و از یک کم کنیم.

مثال: در یک کیسه ۳ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سبز وجود دارد؛ ۳ مهره به تصادف و باهم از این کیسه بیرون می‌آوریم؛ احتمال اینکه سه مهره هم‌رنگ نباشند را بیابید.

حل: تعداد کل مهره‌ها $3+5+4=12$ می‌باشد پس:

$$n(S)=\binom{12}{3}=\frac{12!}{3!(12-3)!}=\frac{12\times11\times10\times9!}{3\times2\times1\times9!}$$

$$\Rightarrow n(S)=220$$

برای محاسبه‌ی احتمال «سه مهره هم‌رنگ نباشند» از متمم استفاده می‌کنیم بنابراین داریم:

$$P(\text{سه هم‌رنگ نباشند})=1-P(\text{سه هم‌رنگ باشند})\Rightarrow P(A)=1-\frac{\binom{3}{3}+\binom{5}{3}+\binom{4}{3}}{\binom{12}{3}}=1-\frac{1+10+4}{220}$$

$$\Rightarrow P(A)=1-\frac{15}{220}=\frac{205}{220}=\frac{41}{44}$$

مثال: در یک کلاس ۲۴ دانش‌آموز در ۶ ردیف ۴ نفره نشسته‌اند به طور تصادفی ۴ نفر از آن‌ها انتخاب می‌کنیم؛ احتمال اینکه این ۴ نفر از ۴ ردیف مختلف باشند را بدست آورید.

حل: فضای نمونه، انتخاب ۴ نفر از بین ۲۴ نفر است پس:

$$n(S)=\binom{24}{4}$$

$$\Rightarrow n(S)=\frac{24!}{4!(24-4)!}=\frac{24\times23\times22\times21\times20!}{4\times3\times2\times1\times20!}=23\times22\times21$$

چون می‌خواهیم ۴ نفر از ۴ ردیف مختلف باشند پس ۴ ردیف از ۶ ردیف را انتخاب می‌کنیم که برابر با $\binom{6}{4}$ می‌باشد و انتخاب هر نفر از این ۴ ردیف برابر است با $\binom{4}{1}$ پس داریم:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{6}{4}\times\binom{4}{1}\times\binom{4}{1}\times\binom{4}{1}\times\binom{4}{1}}{\binom{24}{4}}=\frac{\frac{6!}{4!(6-4)!}\times4\times4\times4\times4}{23\times22\times21}=\frac{640}{1771}$$

Scanned with CamScanner

مثال: از بین ۶ جفت کفش، ۴ لنگه به تصادف انتخاب می‌کنیم؛ احتمال این را بیابید که هیچ جفتی بین آن‌ها نباشد.

حل: فضای نمونه، انتخاب ۴ لنگه از ۱۲ لنگه کفش است پس داریم: $n(S)=\binom{12}{4}$

$$\rightarrow n(S)=\frac{12!}{4!(12-4)!}=\frac{12\times11\times10\times9\times8!}{4\times3\times2\times1\times8!}=495$$

چون می‌خواهیم هیچ جفتی در میان ۴ لنگه کفش نباشد، پس باید ۴ لنگه را از جفت‌های مختلف انتخاب کنیم. پس ۴ جفت کفش از میان ۶ جفت کفش انتخاب می‌کنیم و برای انتخاب یک لنگه از هرکدام از آن‌ها $\binom{2}{1}$ حالت وجود دارد بنابراین داریم:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{6}{4}\times\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}}{\binom{12}{4}}=\frac{15\times16}{495}=\frac{16}{33}$$

مثال: از بین ۱۲ نفر که شش زوج زن و شوهری هستند؛ ۴ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال اینکه فقط یک زوج زن و شوهر در بین آن‌ها باشد را بیابید.

حل: فضای نمونه، انتخاب ۴ نفر از ۱۲ نفر است پس $n(S)=\binom{12}{4}$. از طرفی برای آنکه فقط یک زوج در میان ۴ نفر انتخابی باشد، ابتدا یک زوج از بین ۶ زوج انتخاب می‌کنیم یعنی $\binom{6}{1}$. پس دو نفر دیگر از ۴ نفر انتخابی نباید زن و شوهر باشند، پس باید آن دو نفر را از زوج‌های مختلف انتخاب کنیم، پس ابتدا دو تا از ۵ زوج باقیمانده را به $\binom{5}{2}$ حالت انتخاب می‌کنیم و برای انتخاب هر نفر از هر یک از این زوج‌ها ۲ حق انتخاب یا $\binom{2}{1}$ انتخاب وجود دارد پس داریم:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{6}{1}\times\binom{5}{2}\times\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}}{\binom{12}{4}}=\frac{6\times10\times2\times2}{495}=\frac{240}{495}=\frac{16}{33}$$

در مثال قبل حساب شده است

نکته: احتمال آنکه خانواده‌ای با n فرزند، دقیقاً k پسر (دختر) داشته باشد، یا احتمال آنکه در پرتاب n سکه (یا هم‌زمان یک سکه n بار پرتاب) دقیقاً k بار رو (پشت) بیاید برابر است با:

$$P(A)=\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

Scanned with CamScanner

مثال: خانواده‌ای دارای ۶ فرزند است؛ مطلوب است احتمال اینکه: الف- خانواده فقط دارای ۲ پسر باشد. ب- خانواده حداقل ۴ پسر داشته باشد پ- خانواده حداکثر ۴ پسر داشته باشد ولی هم فرزندان دختر نباشند

حل:

الف) $P(A)=\frac{\binom{6}{2}}{2^6}=\frac{\frac{6\times5}{2}}{64}=\frac{15}{64}$

ب) $P(B)=\frac{\binom{6}{4}}{2^6}+\frac{\binom{6}{5}}{2^6}+\frac{\binom{6}{6}}{2^6}=\frac{15+6+1}{2^6}=\frac{22}{64}=\frac{11}{32}$

پ) $P(C)=\frac{\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}}{2^6}=\frac{6+15+20+15}{64}=\frac{56}{64}=\frac{7}{8}$

مثال: دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال جمع اعداد رو شده در دو تاس، یک عدد اول است؟ (کنکور ریاضی ۹۳)

حل: $A=\{(1,1),(1,2),(1,4),(1,6),(2,1),(2,3),(2,5),(3,2),(3,4),(4,1),(4,3),(5,2),(5,6),(6,1),(6,5)\}$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

مثال: احتمال اینکه روز تولد ۳ نفر، در روزهای مختلف هفته باشد کدام است (کنکور ریاضی خارج ۸۴)

حل: فرد اول می‌تواند متولد هر یک از روزهای هفته باشد پس ۷ حالت برای او وجود دارد برای فرد دوم ۶ حالت و برای فرد سوم ۵ حالت وجود دارد چون روز تولد آنها می‌خواهیم در روزهای متفاوت باشد.

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{7\times6\times5}{7\times7\times7}=\frac{30}{49}$

مثال: در یک گروه ۵ نفره چقدر احتمال دارد که همگی متولد یک ماه از سال باشند؟

حل:

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1\times1\times1\times1\times1}{12\times12\times12\times12\times12}=\frac{1}{12^5}$

مثال: در یک جمع ۴ نفره، احتمال اینکه ماه تولد حداقل دو نفرشان یکسان باشد، را بدست آورید.

حل: از متمم استفاده می‌کنیم یعنی پیشامد اینکه ماه تولدشان یکسان نباشد را در نظر می‌گیریم و احتمال آن را از یک کم می‌کنیم پس:

$P(A)=1-P(A')=1-\frac{12\times11\times10\times9}{12\times12\times12\times12}=1-\frac{55}{96}=\frac{41}{96}$

«پیروز و سربلند باشید» خالقی

Scanned with CamScanner

مثال: ۵ نفر مرد و ۴ نفر زن به تصادف روی ۱۲ صندلی که در دو ردیف ۶ تایی قرار دارند، می نشینند. احتمال اینکه زنها در یک ردیف بنشینند را بدست آورید.

حل: چون ممکن است زنها در ردیف اول یا دوم قرار گیرند پس دو حالت باید در نظر بگیریم و چون ترتیب نشستن آنها مهم است پس به $P(6,4)$ طریق می توانند در ردیف اول یا دوم قرار گیرند. پس ۸ صندلی دیگر باقی می ماند که ۵ نفر مرد باید روی آنها بنشینند پس به $P(8,5)$ طریق اینکار برای مردان قابل انجام است بنابراین طبق اصل ضرب به $P(6,4)\times P(8,5)$ حالت می توانند زنها در ردیف اول باشند برای ردیف دوم نیز به همین ترتیب می باشد. کل حالات هم که $P(12,9)$ می باشد پس داریم:

$$P(A)=\frac{P(6,4)\times P(8,5)+P(6,4)\times P(8,5)}{P(12,9)}=\frac{2\times\frac{6!}{(6-4)!}\times\frac{8!}{(8-5)!}}{\frac{12!}{(12-9)!}}=\frac{2\times\frac{6!}{2!}\times\frac{8!}{3!}}{\frac{12\times11\times10\times9\times8!}{3!}}$$

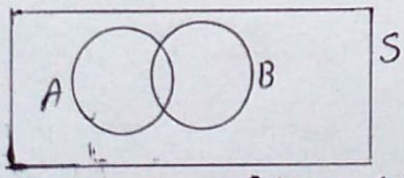
$$\Rightarrow P(A)=\frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{12\times11\times10\times9}=\frac{2}{33}$$

مثال: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، نشان دهید:

الف) $P(A\cup B)=P(A)+P(B-A)$ ب) $P(A\cup B)=P(B)+P(A-B)$ پ) $P(A'\cap B')=1-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$

ت) $P[(A-B)\cup(B-A)]=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$

حل: با توجه به شکل و اصل سوم از اصول موضوعی احتمال داریم:



الف - می دانیم که $A\cup B=A\cup(B-A)$ و چون $A\cap(B-A)=\phi$

پس طبق اصل سوم داریم: $P(A\cup B)=P[A\cup(B-A)]=P(A)+P(B-A)$

ب - می دانیم که $A\cup B=B\cup(A-B)$ و $B\cap(A-B)=\phi$ پس بنابر اصل سوم داریم:

$$P(A\cup B)=P[B\cup(A-B)]=P(B)+P(A-B)$$

پ - می دانیم که $A'\cap B'=(A\cup B)'$ پس داریم:

$$P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)=1-\big(P(A)+P(B)-P(A\cap B)\big)=1-P(A)-P(B)+P(A\cap B)$$

ت - با توجه به شکل $(A-B)\cup(B-A)=(A\cup B)-(A\cap B)$ پس داریم:

$$P[(A-B)\cup(B-A)]=P[(A\cup B)-(A\cap B)]=P(A\cup B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow P[(A-B)\cup(B-A)]=P(A)+P(B)-2P(A\cap B)$$

Scanned with CamScanner

مثال: اگر $P(A\cap B)=\frac{۲}{۵}$ و $P(A-B)=\frac{۱}{۳}$ آنگاه $P(A')$ را بدست آورید.

حل: با استفاده از فرمولها داریم:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)\Rightarrow \frac{۱}{۳}=P(A)-\frac{۲}{۵}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{۵}=\frac{۵+۶}{۱۵}\Rightarrow P(A)=\frac{۱۱}{۱۵}\Rightarrow P(A')=۱-P(A)=۱-\frac{۱۱}{۱۵}\Rightarrow P(A')=\frac{۴}{۱۵}$$

مثال: احتمال استفاده از نان سنتی در یک خانواده $\frac{۲}{۵}$ و احتمال استفاده از نان صنعتی $\frac{۳}{۷}$ و احتمال استفاده از حداقل یکی از این دو نان $\frac{۲}{۳}$ می باشد؛ مطلوب است احتمال اینکه این خانواده از هر دو نوع نان استفاده کند.

حل: اگر A پیشامد استفاده از نان سنتی و B پیشامد استفاده از نان صنعتی باشد آنگاه داریم:

$$P(A\cup B)=\frac{۲}{۳},\ P(A)=\frac{۲}{۵},\ P(B)=\frac{۳}{۷},\ P(A\cap B)=?$$

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{۲}{۵}+\frac{۳}{۷}-\frac{۲}{۳}=\frac{۴۲+۴۵-۷۰}{۱۰۵}=\frac{۱۷}{۱۰۵}\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱۷}{۱۰۵}$$

مثال: اگر $P(A')=\frac{۱}{۵}$ و $P(B')=\frac{۲}{۳}$ و $P(A\cap B)=\frac{۱}{۴}$ آنگاه $P(A\cup B)$ را بدست آورید.

حل: با توجه به فرمولها داریم:

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۱}{۵}=\frac{۴}{۵}$$

$$P(B)=۱-P(B')=۱-\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۳}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

$$\Rightarrow P(A\cup B)=\frac{۴}{۵}+\frac{۱}{۳}-\frac{۱}{۴}=\frac{۴۸+۲۰-۱۵}{۶۰}=\frac{۵۳}{۶۰}$$

مثال: آزمونی شامل دو مرحله می باشد احتمال قبولی یک فرد در مرحله‌ی اول $\frac{۳}{۴}$ و در مرحله‌ی دوم $\frac{۴}{۹}$ و احتمال قبولی او در آزمون $\frac{۲}{۳}$ می باشد؛ احتمال اینکه او حداقل در یکی از مراحل قبول شود را بیابید.

حل: اگر A پیشامد قبولی در مرحله‌ی اول و B پیشامد قبولی در مرحله‌ی دوم باشد آنگاه داریم:

$$P(A)=\frac{۳}{۴},\ P(B)=\frac{۴}{۹},\ P(A\cap B)=\frac{۲}{۳}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۳}{۴}+\frac{۴}{۹}-\frac{۲}{۳}=\frac{۲۷+۱۶-۲۴}{۳۶}=\frac{۱۹}{۳۶}$$

مثال: اگر $P(A\cup B)=\frac{۳}{۴}$ و $P(A\cap B)=\frac{۱}{۳}$ و $P(A')=\frac{۳}{۸}$ آنگاه احتمال اینکه B رخ ندهد را بیابید.

حل: با توجه به فرمولها داریم:

$$P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۳}{۸}=\frac{۵}{۸}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow \frac{۳}{۴}=\frac{۵}{۸}+P(B)-\frac{۱}{۳}\Rightarrow P(B)=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۳}-\frac{۵}{۸}=\frac{۱۸+۸-۱۵}{۲۴}=\frac{۱۱}{۲۴}$$

$$P(\text{رخ ندهد } B)=P(B')=۱-P(B)=۱-\frac{۱۱}{۲۴}=\frac{۱۳}{۲۴}$$

Scanned with CamScanner

مثال: در یک جمع ۲۵ نفری، ۱۶ نفر با غذای خود، نوشابه و ۱۵ نفر دوغ استفاده کرده‌اند اگر یک نفر از این افراد را به تصادف انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد که او هم دوغ و هم نوشابه خورده باشد

حل: اگر A پیشامد خوردن نوشابه و B پیشامد خوردن دوغ باشد آنگاه داریم:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{16}{25}=0.64 \quad , \quad P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{15}{25}=0.60 \quad , \quad P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{25}{25}=1$$

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0.64+0.60-1=1.24-1=0.24$$

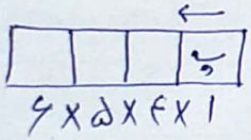
مثال: از بین کلمات چهار حرفی ساخته شده با حروف کلمه‌ی «پرداختن» و بدون تکرار حروف، به تصادف یک کلمه انتخاب می‌کنیم، احتمال این را حساب کنید که: الف- این کلمه با حرف «پ» شروع شود

ب- این کلمه با حرف «د» بدون نقطه ختم شود.

حل: تعداد کل کلمات چهار حرفی که با حروف این کلمه می‌توان ساخت (بدون تکرار حروف) برابر با $n(S)$ می‌باشد پس داریم:

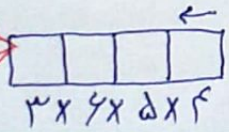
$$n(S)=P(7,4)=\frac{7!}{(7-4)!}=\frac{7!}{3!}=7\times6\times5\times4$$

الف)



$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6\times5\times4\times1}{7\times6\times5\times4}=\frac{1}{7}$$

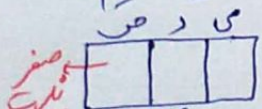
ب)



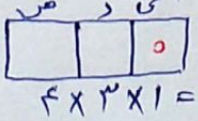
$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3\times6\times5\times4}{7\times6\times5\times4}=\frac{3}{7}$$

مثال: اگر یک عدد سه رقمی با کنار هم قرار دادن ارقام متمایز ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ بوجود آید، احتمال اینکه این عدد زوج باشد را بیابید. (کنکور ریاضی ۸۵)

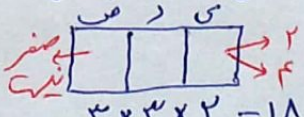
حل: تعداد کل اعداد سه رقمی که با این ارقام می‌توان ساخت برابر با $n(S)$ می‌باشد بنابراین داریم:



$$4\times4\times3=48 \Rightarrow n(S)=48$$



$$4\times3\times1=12$$

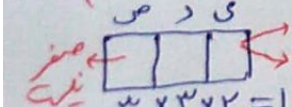


$$3\times3\times2=18$$

$$n(A)=12+18=30$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{30}{48}=\frac{5}{8}$$

روش دیگر: از متمم استفاده کنیم یعنی ابتدا اعداد فرد سه رقمی را بیابیم و از تعداد کل اعداد سه رقمی کم کنیم



$$3\times3\times2=18$$

سه رقمی فرد $\Rightarrow 48-18=30$ سه رقمی زوج $\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{30}{48}=\frac{5}{8}$

یا $P(A)=1-P(A')=1-\frac{18}{48}=\frac{30}{48}=\frac{5}{8}$

Scanned with CamScanner

تمرین ۱: خانواده ای دارای سه فرزندی باشد الف- فضای نمونه‌ی جنسیت فرزندان این خانواده را بنویسید. ب- پیشامد A که در آن هر سه فرزند همجنس باشند را بنویسید.
پ- پیشامد B که در آن حداقل دو پسر وجود داشته باشد را بنویسید.
ت- پیشامد A-B را بیابید ث- پیشامد B-A را بیابید ج- پیشامد AUB را بیابید.

تمرین ۲: دو سکه و یک تاس را باهم پرتاب می‌کنیم مطلوب است: الف- فضای نمونه‌ی آزمایش ب- پیشامد A که در آن تاس عدد مربع کامل و دو سکه مثل هم باشند پ- پیشامد B که در آن تاس عددی زوج و حداقل یک سکه رو بیاید ت- پیشامد $A \cap B$ ث- پیشامد B-A.

تمرین ۳: از نقاطی که روی دو خط d و d' مشخص شده‌اند سه نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم احتمال اینکه نقاط انتخابی تشکیل مثلث دهند را بیابید.



تمرین ۴: دو تاس را باهم پرتاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه: الف- عدد رو شده در تاس اول مضرب ۳ و عدد رو شده در تاس دوم کوچکتر از ۳ باشد ب- اعداد رو شده در دو تاس مثل هم نباشند. پ- نسبت اعداد رو شده در تاس اول و دوم برابر $\frac{1}{2}$ باشد ت- مجموع اعداد رو شده در دو تاس بین ۵ و ۱۰ باشد ث- عدد رو شده در تاس اول از دو برابر عدد رو شده در تاس دوم بزرگتر باشد.

تمرین ۵: تمام اعداد دو رقمی را که با ارقام ۰ و ۲ و ۳ و ۴ می‌توان ساخت روی کارتهای مشابهی نوشته و در یک کیسه می‌ریزیم سپس یک کارت به تصادف از این کیسه بیرون می‌آوریم مطلوب است احتمال اینکه الف- عدد روی کارت مضرب ۳ باشد ب- عدد روی کارت بزرگتر از ۳۰ باشد پ- عدد روی کارت بزرگتر از ۳۰ و مضرب ۳ باشد.

تمرین ۶: در یک جعبه ۴ لامپ معیوب و ۹ لامپ سالم وجود دارد که از نظر ظاهری مشابهند دو لامپ به تصادف از این جعبه بیرون می‌آوریم مطلوب است احتمال اینکه الف- هر دو معیوب باشند. ب- یکی سالم و دیگری معیوب باشد.

تمرین ۷: در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی احتمال آنکه فرزندان یک در میان همجنس باشند را بدست آورید.

تمرین ۸: در یک جعبه ۸ مهره وجود دارد که ۴ تای آنها سبز است دو مهره به تصادف از این جعبه برمی‌داریم اگر احتمال سبز بودن هر دو مهره برابر $\frac{1}{6}$ باشد تعداد کل مهره‌ها را بیابید.

تمرین ۹: در یک جعبه ۵ مهره سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سبز وجود دارد، سه مهره به تصادف بیرون می‌آوریم احتمال این را بیابید که الف- هر سه همرنگ باشند ب- حداقل یکی سبز باشد.

Scanned with CamScanner

تمرین ۱۰ : از بین ۵ آلمانی و ۶ ایرانی به تصادف ۴ نفر انتخاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه :
الف- هر چهار نفر هم ملّیت باشند ب- تعداد ایرانی‌ها بیشتر باشد پ- تعداد ایرانی‌ها و آلمانی‌ها برابر باشند. (از هر کشور ۲ نفر باشد)

تمرین ۱۱ : یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد اگر ۴۲ درصد مشتریان، کارت نوع A و ۵۴ درصد از مشتریان، کارت نوع B و ۱۵ درصد از آنها هر دو نوع کارت را همراه داشته باشند چقدر احتمال دارد که مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو نوع کارت، از فروشگاه خرید کنند؟

تمرین ۱۲ : اگر $P(B)=\frac{3}{5}$ و $P(A\cap B)=\frac{1}{5}$ و $P(A-B)=\frac{1}{5}$ آنگاه مطلوب است : الف- $P(B-A)$
ب- $P(A')$ پ- $P(A\cup B)$

تمرین ۱۳ : اگر A یک پیشامد تصادفی از فضای نمونه‌ای S باشد که احتمال وقوع آن با چه برابر احتمال عدم وقوع آن برابر باشد، احتمال وقوع A' را بیابید.

تمرین ۱۴ : احتمال بارش باران در یک روز ۴۵ درصد و احتمال وزش باد ۳۲ درصد و احتمال بارش باران همراه با وزش باد ۱۸ درصد می‌باشد، احتمال اینکه حداقل یکی از این دو پدیده اتفاق افتد را بدست آورید.

تمرین ۱۵ : از بین کلمات ۵ حرفی ساخته شده با حروف کلمه‌ی « pencils » بدون تکرار حروف، به تصادف یک کلمه انتخاب می‌کنیم مطلوب است احتمال اینکه : الف- این کلمه با حرف صدادار شروع شود ب- در این کلمه حرف « s » در وسط باشد پ- در این کلمه حروف صدادار در پیش هم باشند.

تمرین ۱۶ : دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم با کدام احتمال، حاصل جمع دو عدد رو شده، یک عدد اول است؟ (کنکور ریاضی ۹۳)

تمرین ۱۷ : سه تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال اعداد رو شده، مضرب ۳ نیستند. (کنکور ریاضی ۸۰)

تمرین ۱۸ : اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ را روی گوی‌های مشابهی نوشته و درون ظرفی می‌ریزیم، دو گوی به تصادف و با هم از این ظرف بیرون می‌آوریم مطلوب است احتمال اینکه شماره‌های این دو گوی اعداد متوالی باشند (کنکور ریاضی ۸۵)

تمرین ۱۹ : ۴ نفر که در یک صف ایستاده‌اند با چه احتمالی ماه تولد حداقل دو نفر آنها یکسان است؟

تمرین ۲۰ : اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند و داشته باشیم $P(A-B)=0.32$ و $P(B-A)=0.38$ آنگاه مقدار $P(A'\cap B')$ را بدست آورید.

« پیروز و سربلند باشید » خالقی

Scanned with CamScanner

آمار: آمار در لغت به معنای «حساب و کتاب نگه داشتن» است به بیان دیگر آمار، مجموعه ای از اعداد و ارقام و اطلاعات است.

علم آمار: شاخه ای از ریاضیات است که با استفاده از مشاهده و اندازه گیری به جمع آوری، دسته بندی و سازماندهی، تحلیل و تفسیر و در نهایت نتیجه گیری و استفاده از اطلاعات و اعداد و ارقام می پردازد. از علم آمار در موضوعات مختلفی مانند: هواشناسی، پزشکی، کشاورزی، صنعت محیط زیست، جغرافیا و... استفاده می شود.

با داشتن اطلاعات خوب از یک جامعه، می توان برنامه ریزی های کوتاه مدت، میان مدت و بلندمدت مفید و مؤثر در زمینه های مختلف انجام داد و باعث رشد و ترقی جامعه شد.

جامعه ی آماری: مجموعه ای از افراد یا اشیاء است که می خواهیم موضوع یا موضوعاتی (ویژگی هایی) را درباره ی آن افراد یا اشیاء، مورد مطالعه و بررسی قرار دهیم؛ به هریک از این افراد یا اشیاء یک عضو جامعه می گوییم.

متغیر آماری: موضوع یا ویژگی از اعضای جامعه ی آماری است که مورد مطالعه و بررسی و اندازه گیری قرار می گیرد و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر جامعه تغییر می کند.

مثال هایی از جامعه ی آماری و متغیر آماری:

جامعه: دانش آموزان کلاس شما — متغیر: وزن یا قد یا گروه خونی افراد کلاس

جامعه: دبیران مدرسه ی شما — متغیر: سابقه ی تدریس آنها

جامعه: متولدین خرداد ماه ۹۹ در شهر کرد — متغیر: رنگ چشم آنها

جامعه: محصولات کشاورزی در استان — متغیر: انواع محصولات یا میزان آب مورد نیاز آنها

جامعه: زنان خانه دار در ایران — متغیر: هنرهای دستی مورد علاقه ی آنها

جامعه: کارکنان دانشگاه تهران — متغیر: رنگ مورد علاقه ی آنها

Scanned with CamScanner

اندازه‌ی جامعه: به تعداد اعضای جامعه‌ی آماری، اندازه یا حجم جامعه می‌گوییم مثلاً اگر جامعه‌ی آماری مورد مطالعه‌ی ما یک کلاس ۲۵ نفری باشد آنگاه اندازه‌ی جامعه برابر ۲۵ است.

داده‌ی آماری: به هرکدام از اطلاعات بدست آمده در یک بررسی آماری یک داده‌ی آماری می‌گوییم. مثلاً اگر مطالعه‌ی آماری ما بر روی دانش‌آموزان کلاس شما باشد و متغیر آماری، وزن افراد کلاس شما باشد، عدد مربوط به وزن هر دانش‌آموز یک داده‌ی آماری است یا اگر متغیر آماری گروه خونی دانش‌آموزان باشد، گروه خونی هر فرد از کلاس شما، یک داده‌ی آماری است.

سرشماری: اگر همه‌ی افراد یک جامعه‌ی آماری را مورد مطالعه و بررسی قرار دهیم، اصطلاحاً می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم. اگر اندازه‌ی جامعه بزرگ باشد در سرشماری با مشکلاتی مواجه هستیم که مهم‌ترین آن‌ها عبارتند از: ۱) در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه ۲) وقت‌گیر بودن سرشماری ۳) هزینه‌بر بودن سرشماری ۴) از بین رفتن جامعه در بعضی مطالعات

این مشکلات باعث می‌شود که ما به جای سرشماری، از «نمونه‌گیری» استفاده کنیم. در واقع موارد بالا که مطرح شد، دلایل استفاده از نمونه‌گیری می‌باشد.

نمونه‌ی آماری: بخشی از جامعه‌ی آماری است که برای مطالعه و بررسی انتخاب می‌شود به بیان دیگر نمونه، زیرمجموعه‌ای از جامعه‌ی آماری است که بیانگر خصوصیات جامعه‌ی آماری است.

مثلاً اگر بخواهیم وضعیت خاک یک مزرعه را مورد مطالعه قرار دهیم در چندین نقطه‌ی مختلف از این مزرعه، مقداری از خاک را برداشته و مواد موجود در آن را مورد بررسی و آزمایش قرار می‌دهیم و بدین ترتیب با بررسی و آزمایش از این خاک‌های انتخاب شده، نتیجه می‌گیریم که این خاک برای رشد چه گیاهانی مناسب است یا چه موادی باید به این خاک اضافه شود تا برای کاشت و پرورش محصول مورد نظر ما مناسب گردد که اینکار را با اضافه کردن کودهای مختلف می‌توان انجام داد.

به این فرایندی که در این مثال انجام می‌گیرد، نمونه‌گیری (انتخاب نمونه) می‌گوییم که با اینکار مشکلات سرشماری را از پیش رو برمی‌داریم.

Scanned with CamScanner

اندازه‌ی نمونه: به تعداد اعضای نمونه، اندازه یا حجم نمونه می‌گوئیم؛ که باید در بررسی‌های آماری مورد توجه باشد. عمل نمونه‌گیری، مهم‌ترین بخش آمار می‌باشد. بنابراین در انتخاب نمونه باید دقت کنیم که نمونه دارای خصوصیات زیر باشد:

۱) به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد که اعضای آن نمایندگان خوبی برای جامعه‌ی آماری باشند.

۲) اعضای نمونه باید تصادفی انتخاب شوند یعنی انتخاب آن‌ها از قانون خاصی پیروی نکند.

۳) امکان انتخاب هر فرد به عنوان عضوی از نمونه امکان پذیر باشد.

۴) قبل از انتخاب نمونه، نتوانیم با اطمینان بیشتر درباره‌ی حضور یا عدم حضور عده‌ای در نمونه قضاوت کنیم؛ یعنی هر فرد برای حضور در نمونه، همان قدر سهم داشته باشد که دیگران دارند.

روش‌های جمع آوری داده‌ها: همانطور که در ابتدای مبحث گفته شد، بخشی از علم آمار، جمع آوری اطلاعات می‌باشد که باید برای اینکار روش مناسبی انتخاب کنیم، داده‌ها را می‌توان به روش‌های زیر جمع آوری کرد: ۱) از طریق آزمایش و اندازه‌گیری ۲) از طریق مشاهده و ثبت وقایع ۳) از طریق پرسش (کتبی یا شفاهی) ۴) از طریق استفاده از اطلاعات از پیش تهیه شده

مثال: اگر بخواهیم تأثیر موسیقی بر شیردهی گاو را بررسی کنیم از روش آزمایش و اندازه‌گیری استفاده می‌کنیم. یا اگر بخواهیم تعداد اتومبیل‌هایی که در فاصله‌ی زمانی ۹ تا ۱۰ صبح از یک مکان خاص می‌گذرند را بررسی کنیم از روش مشاهده و ثبت وقایع استفاده می‌کنیم. یا اگر بخواهیم تعداد فرزندان خانواده‌های کلاس شما را بررسی کنیم از روش پرسش (مصاحبه) استفاده می‌کنیم که می‌توانیم این کار را به صورت پرسش شفاهی یا کتبی انجام دهیم. همچنین اگر بخواهیم میزان بارش‌ها را در سال ۱۳۹۹ در استان چهارمحال و بختیاری را مورد مطالعه قرار دهیم از روش استفاده از اطلاعات از پیش تهیه شده کمک می‌گیریم بدین ترتیب که با مراجعه به اداره‌ی هواشناسی یا سایت آن، اطلاعات لازم را دریافت می‌کنیم.

Scanned with CamScanner

انواع متغیر: متغیرهای آماری را می‌توان به دو دسته‌ی «کمّی» و «کیفی» تقسیم کرد.

متغیر کمّی: متغیرهایی هستند که قابل اندازه‌گیری یا شمارش می‌باشند به بیان دیگر متغیرهایی هستند که از جنس تعداد و مقدار می‌باشند. مانند تعداد دانش‌آموزان یک کلاس، تعداد تماس‌های یک فرد در یک روز، وزن افراد خانواده‌ی شما، فشار خون دیران شما و ...

متغیر کیفی: متغیرهایی که کمّی نباشند یعنی قابل اندازه‌گیری یا شمارش نباشند را متغیر کیفی می‌گوییم مانند گروه خونی افراد کلاس شما، مزه‌ی مورد علاقه‌ی دوستان شما و ...

انواع متغیرهای کمّی: متغیرهای کمّی به دو دسته‌ی «پیوسته» و «گسسته» تقسیم می‌شوند.

متغیر کمّی پیوسته: متغیری است که اگر دو مقدار a و b را بتواند اختیار کند، هر مقدار بین a و b را نیز بتواند اختیار کند که از نوع مقدار می‌باشد مثلاً وزن افراد، مدت زمان مکالمات تلفنی افراد ...

متغیر کمّی گسسته: متغیر کمّی که پیوسته نباشد را گسسته می‌گوییم که از نوع تعدادی باشد مثلاً تعداد کتاب‌های درسی شما، تعداد استان‌های ایران و ... .

انواع متغیرهای کیفی: متغیرهای کیفی به دو دسته‌ی «ترتیبی» و «اسمی» تقسیم می‌شوند.

متغیر کیفی ترتیبی: متغیری است که در آن نوعی ترتیب طبیعی یا خاص وجود داشته باشد مانند مراحل رشد یک انسان (جنینی، نوزادی، طفولیت و ...)

متغیر کیفی اسمی: متغیری است که ترتیبی نباشد مانند رنگ میوه‌ها، مزه‌ی غذاها، نوع تلفن مورد استفاده‌ی افراد (ثابت، همراه) و ...

تذکر ۱: در آمار وقتی از متغیر صحبت می‌کنیم، منظور متغیر آماری یا متغیر تصادفی می‌باشد.

تذکر ۲: در انتخاب نمونه باید دقت کنیم که هرچه جامعه‌ی آماری بزرگ‌تر باشد، نمونه را نیز بزرگ‌تر انتخاب کنیم.

Scanned with CamScanner

تمرین ۱ : پنج جامعه‌ی آماری مثال بزنید و در هرکدام دو متغیر آماری مشخص کنید.

تمرین ۲ : بهترین روش برای جمع آوری داده ها در هر مورد را بنویسید.

الف - تأثیر نور بر رشد گیاهان ب - مدت زمانی که افراد کلاس شما صرف مطالعه می‌کنند

پ - تعداد افرادی که در یک روز خاص وارد پارک ملت می‌شوند ت - میزان مرگ و میر در سال ۹۹ بر اثر کرونا

ث - میزان رطوبت هوا در شهر رشت در فروردین ماه امسال ج - تأثیر گرما بر مصرف بنزین خودروها

چ - تعداد دفعاتی که دوستان شما در یک روز از موبایل استفاده می‌کنند ح - تعداد مراجعین به یک عابر بانک در یک روز خاص

تمرین ۳ : نوع هر یک از متغیرهای زیر را مشخص کنید :

الف - قد افراد خانواده‌ی شما ب - رنگ پوست افراد کلاس شما

پ - اتومبیل مورد استفاده‌ی نمایندگان مجلس ت - گروه خونی اساتید دانشگاه شهرکرد

ث - درجات نظامی در ارتش ج - مزه‌ی میوه های تابستانی

چ - تعداد سالهای تحصیل یک مرد ح - مراحل تحصیلی یک مرد

خ - گنجایش یک مخزن د - تعداد بردهای تیم والیبال ایران در سال ۹۸

تمرین ۴ : یک جامعه‌ی آماری در نظر بگیرید و برای آن یک نمونه‌ی آماری انتخاب کنید و در این نمونه، یک متغیر آماری معرفی کنید و نوع آن را مشخص نمائید.

تمرین ۵ : نمودار تقسیم بندی انواع متغیرها را رسم کنید و برای هرکدام مثالی بزنید.

«پیروز و سربلند باشید» خالقی

Scanned with CamScanner