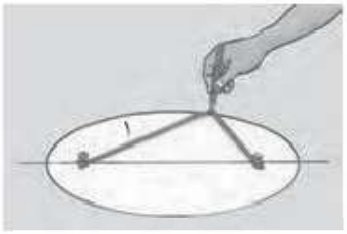
به خاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتاب ها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو به نشانی @Kotob_Konkor عضو شوید.

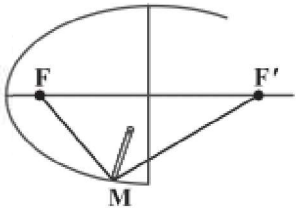
فعالیت ۱۲۸



مانند شکل دو سر نخی به‌طول l را روی یک صفحه ثابت کنید. دقت داشته باشید که برای رسم بیضی لازم است که طول نخ از فاصلهٔ بین دو میخ، بیشتر باشد. حالا مطابق شکل، مدادتان را در حالتی که تکه نخ از دو طرف کاملاً کشیده شده است، روی صفحه حرکت دهید.

شکل حاصل منحنی بسته‌ای است که به آن بیضی می‌گوییم.

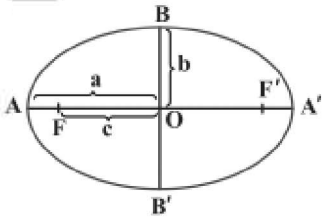
همان‌طور که دیدید دو میخ در واقع نشان‌دهندهٔ دو نقطهٔ ثابت در بیضی هستند. این دو نقطه را کانون‌های بیضی می‌نامند.



اگر کانون‌های بیضی را با F و F' نمایش دهیم و نقطه‌ای مثل M یک نقطهٔ دلخواه از بیضی باشد، مجموع فواصل این نقطه از نقاط F و F' یعنی $MF + MF'$ برابر با چیست؟

پاسخ طول نخ (L) یا $MF + MF' = L$

فعالیت ۱۲۹



بیضی مقابل را در نظر بگیرید. اندازهٔ پاره‌خط‌های OA، OB و OF را به‌ترتیب با a، b و c نمایش داده‌ایم. می‌دانیم که مجموع فواصل هر نقطه از بیضی، از دو کانون بیضی مقداری ثابت است.

۱. می‌خواهیم نشان دهیم قطر بزرگ بیضی طولی برابر با همین مقدار ثابت دارد. در رسم بیضی، حالتی را در نظر بگیرید که نوک مداد روی نقطهٔ A قرار دارد. در این صورت:

$$\text{مقدار ثابت} = AF + AF' = AF + (AF + FF') = 2AF + FF' \quad (1)$$

به همین ترتیب فرض کنید نوک مداد روی نقطهٔ A' قرار دارد. در این صورت داریم:

$$\text{مقدار ثابت} = A'F' + A'F = A'F' + (A'F' + F'F) = 2A'F' + FF' \quad (2)$$

از مقایسهٔ رابطهٔ (۱) و (۲) و برابری سمت چپ دو رابطه داریم:

$$AF = A'F'$$

پس:

$$\text{مقدار ثابت} = AF + AF' = A'F' + AF' = AA' = 2a \quad \text{قطر بزرگ بیضی}$$

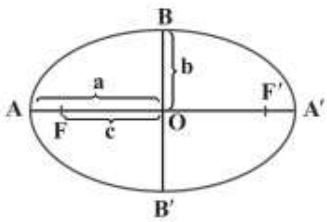
سؤال با توجه به تساوی $AF = A'F'$ نشان دهید که مرکز بیضی قطر بزرگ آن را نصف می‌کند و از آن نتیجه بگیرید طول قطر بزرگ بیضی برابر $2a$ است.

پاسخ

$$\left.\begin{array}{l} AF = OA - OF \Rightarrow OF = OA - AF \\ A'F' = OA' - OF' \Rightarrow OF' = OA' - A'F' \end{array}\right\} \xrightarrow{O \text{ نقطهٔ میانی پاره‌خط } FF'} OA - AF = OA' - A'F'$$

$$\xrightarrow{AF = A'F'} OA = OA' = a \Rightarrow AA' = OA + OA' = a + a = 2a$$

۲. حال قصد داریم رابطهٔ بین a، b و c پیدا کنیم.



الف) نقطهٔ B را مطابق شکل روی بیضی در نظر بگیرید. می‌دانیم این نقطه روی عمود منصف پاره‌خط FF' است. (چرا؟)

پاسخ الف) O وسط FF' است و از آنجا که BB' بر AA' عمود است پس نتیجه می‌گیریم OB عمودمنصف FF' است.