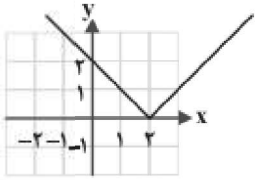
به خاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتاب ها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو به نشانی @Kotob_Konkor عضو شوید.

نقطه	نوع اکسترمم نسبی	مقدار اکسترمم نسبی	مقدار مشتق
A	نه max نسبی و نه min نسبی	—	—
B	min نسبی	۰	$f'(-۲)$ موجود نیست
C	max نسبی	۲	$f'(۰)$ موجود نیست
D	min نسبی	۰	$f'(۲)$ موجود نیست
E	نه max نسبی و نه min نسبی	—	—

کار در کلاس

۱۰۷

۱.الف) با رسم نمودار تابع $f(x)=|x-۲|$، نشان دهید که f در $x=۲$ مینیمم نسبی دارد.



پاسخ

$f(x)=|x-۲|$

$x-۲=۰ \Rightarrow x=۲$

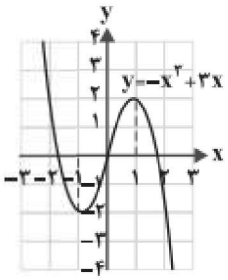
با توجه به شکل، در نقطهٔ $x=۲$ تابع دارای min نسبی است.

ب) آیا $f'(۲)$ موجود است؟ چرا؟ **پاسخ** خیر، زیرا $x=۲$ نقطهٔ گوشه‌ای تابع است.

پ) آیا $x=۲$ طول نقطهٔ بحرانی تابع است؟ چرا؟

پاسخ بله، نقطهٔ بحرانی تابع است، زیرا تابع در $x=۲$ مشتق ندارد.

۲.نمودار تابع $f(x)=-x^۳+۳x$ را رسم کرده‌ایم.



الف) طول‌های نقاط اکسترمم نسبی f را تعیین کنید.

پاسخ تابع در نقطهٔ $x=-۱$ دارای min نسبی و در نقطهٔ $x=۱$ دارای max نسبی است.

ب) می‌دانیم این تابع در $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است. ریشه‌های معادلهٔ $f'(x)=۰$، یعنی طول‌های نقاط بحرانی تابع را به‌دست آورید.

پاسخ $f(x)=-x^۳+۳x \Rightarrow f'(x)=-۳x^۲+۳=۰ \Rightarrow x^۲=۱ \Rightarrow x=\pm ۱$

پ) با توجه به الف و ب، درستی قضیهٔ قبل را در مورد این تابع بررسی کنید.

پاسخ بر اساس قضیهٔ فرما، اگر تابع f در نقطهٔ به طول c ماکزیمم یا مینیمم نسبی داشته باشد و $f'(c)$ موجود باشد، آنگاه $f'(c)=۰$. به عبارت دیگر، هر نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع، یک نقطهٔ بحرانی آن است.

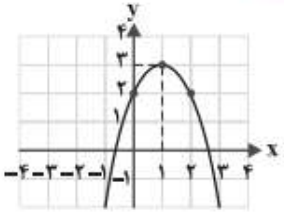
با توجه به نمودار، در نقاط $x=۱$ و $x=-۱$ شیب خط مماس افقی و شیب آن برابر با صفر است پس $f'(۱)=f'(-۱)=۰$. پس بنا بر قضیهٔ فرما $x=۱$ و $x=-۱$ نقاط بحرانی هستند و قضیهٔ فرما برای نقاط اکسترمم نسبی تابع برقرار است.

۳.تابع با ضابطهٔ $f(x)=-x^۲+۲x+۲$ را در نظر بگیرید. f همواره مشتق‌پذیر است.

الف) $f'(x)$ را به‌دست آورید. **پاسخ** $f(x)=-x^۲+۲x+۲ \Rightarrow f'(x)=-۲x+۲$

ب) ریشهٔ معادلهٔ $f'(x)=۰$ را محاسبه کنید تا طول نقاط بحرانی تابع به دست آید. **پاسخ** $f'(x)=۰ \Rightarrow -۲x+۲=۰ \Rightarrow x=۱$

پ) با رسم نمودار سهمی، تحقیق کنید که آیا نقطهٔ اکسترمم f منطبق بر نقطهٔ بحرانی آن است؟ **پاسخ** بله



$f(x)=-x^۲+۲x+۲ \qquad x_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{-۲}{۲(-۱)}=۱$

$y_s=f(۱)=-۱^۲+۲(۱)+۲=۳$

x	۰	۱	۲
y	۲	۳	۲

نقطه اکسترمم و نقطه بحرانی برابر هستند.