به خاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتاب ها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو به نشانی @Kotob_Konkor عضو شوید.

۳.نشان دهید چند جمله‌ای $f(x)=۲x^۳+۵x^۲-۳x-۱۰$ بر دوجمله‌ای $x+۲$ بخش‌پذیر است.

پاسخ

$$x+۲=۰\Rightarrow x=-۲$$

$$f(-۲)=۲(-۲)^۳+۵(-۲)^۲-۳(-۲)-۱۰\Rightarrow f(-۲)=-۱۶+۲۰+۶-۱۰=۰\Rightarrow f(-۲)=۰$$

کار در کلاس

۵۳

حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف) $\lim\limits_{x\to-۳}\dfrac{x^۲-۹}{x^۲+۳x}$

پاسخ

$$\lim_{x\to-۳}\frac{x^۲-۹}{x^۲+۳x}=\frac{(-۳)^۲-۹}{(-۳)^۲+۳(-۳)}=\frac{۹-۹}{۹-۹}=\frac{۰}{۰}$$ مبهم

$$\lim_{x\to-۳}\frac{x^۲-۹}{x^۲+۳x}=\lim_{x\to-۳}\frac{(x-۳)\cancel{(x+۳)}}{x\cancel{(x+۳)}}=\lim_{x\to-۳}\frac{x-۳}{x}=\frac{-۳-۳}{-۳}=\frac{-۶}{-۳}=۲$$

ب) $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}}\dfrac{۴x^۲-۴x+۱}{۲x^۲+x-۱}$

پاسخ

$$\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{۴x^۲-۴x+۱}{۲x^۲+x-۱}=\frac{۴(\frac{۱}{۲})^۲-۴(\frac{۱}{۲})+۱}{۲(\frac{۱}{۲})^۲+(\frac{۱}{۲})-۱}=\frac{۰}{۰}$$ مبهم

$$\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{۴x^۲-۴x+۱}{۲x^۲+x-۱}=\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{\cancel{(۲x-۱)^۲}}{\cancel{(۲x-۱)}(x+۱)}=\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{۲x-۱}{x+۱}=\frac{۲(\frac{۱}{۲})-۱}{\frac{۱}{۲}+۱}=\frac{۰}{\frac{۳}{۲}}=۰$$

پ) $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}}\dfrac{۴x^۲-۱}{۲x^۳-۱۳x^۲+۲۴x-۹}$

پاسخ

$$\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{۴x^۲-۱}{۲x^۳-۱۳x^۲+۲۴x-۹}=\frac{۴(\frac{۱}{۲})^۲-۱}{۲(\frac{۱}{۲})^۳-۱۳(\frac{۱}{۲})^۲+۲۴(\frac{۱}{۲})-۹}=\frac{۱-۱}{۲\times\frac{۱}{۸}-۱۳\times\frac{۱}{۴}+\frac{۲۴}{۲}-۹}=\frac{۰}{\frac{۱}{۴}-\frac{۱۳}{۴}+۱۲-۹}=\frac{۰}{۰}$$

برای رفع ابهام می‌بایست با ساده کردن عامل صفر را از صورت و مخرج حذف کنیم. برای این منظور، به کمک اتحاد مزدوج صورت را تجزیه می‌کنیم و عامل $(x-\frac{۱}{۲})$ را در آن ایجاد می‌نمائیم. برای تجزیه مخرج نیز مخرج را بر عامل $۲x-۱$ تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l} ۲x^۳-۱۳x^۲+۲۴x-۹ & ۲x-۱ \\ \hline -۲x^۳+x^۲ & x^۲-۶x+۹ \\ \hline -۱۲x^۲+۲۴x-۹ & \\ ۱۲x^۲-۶x & \\ \hline ۱۸x-۹ & \\ -۱۸x+۹ & \\ \hline ۰ & \end{array}$$

$$\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{(۲x-۱)(۲x+۱)}{(۲x-۱)(x^۲-۶x+۹)}=\lim_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{۲x+۱}{x^۲-۶x+۹}=\frac{۲(\frac{۱}{۲})+۱}{(\frac{۱}{۲})^۲-۶(\frac{۱}{۲})+۹}=\frac{۲}{\frac{۱}{۴}-۳+۹}=\frac{۲}{\frac{۲۵}{۴}}=\frac{۸}{۲۵}$$

به خاطر هزینه ها و زحمات تهیه فایل کتاب ها برای حمایت از ما و همچنین دسترسی به تمامی کتاب ها در کانال کتابیکو به نشانی @Kotob_Konkor عضو شوید.

ت) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x+\sqrt{2x+3}}$

پاسخ

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x+\sqrt{2x+3}}=\frac{(-1)^2-1}{-1+\sqrt{2(-1)+3}}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{(x-1)(x+1)}{x+\sqrt{2x+3}}\times\frac{x-\sqrt{2x+3}}{x-\sqrt{2x+3}}=\lim_{x\to -1}\frac{(x-1)(x+1)(x-\sqrt{2x+3})}{x^2-2x-3}=\lim_{x\to -1}\frac{(x-1)\cancel{(x+1)}(x-\sqrt{2x+3})}{(x-3)\cancel{(x+1)}}$$

$$=\frac{(-1-1)(-1-\sqrt{2(-1)+3})}{(-1-3)}=\frac{(-2)(-2)}{(-4)}=\frac{4}{-4}=-1$$

ث) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2}$

پاسخ

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2}=\frac{1-1}{1+1-2}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2}\times\frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}=\lim_{x\to 1}\frac{(x^2-x)}{(x+2)(x-1)(x+\sqrt{x})}=\lim_{x\to 1}\frac{x\cancel{(x-1)}}{(x+2)\cancel{(x-1)}(x+\sqrt{x})}$$

$$=\frac{1}{(1+2)(1+\sqrt{1})}=\frac{1}{6}$$

ج) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{\sqrt[3]{x}+1}{x^2+3x+2}$

پاسخ

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt[3]{x}+1}{x^2+3x+2}=\frac{-1+1}{1-3+2}=\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt[3]{x}+1}{x^2+3x+2}\times\frac{(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)}{(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)}=\lim_{x\to -1}\frac{\cancel{(x+1)}}{(x+2)\cancel{(x+1)}(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1)}$$

$$=\frac{1}{(-1+2)(1-(-1)+1)}=\frac{1}{3}$$

پرسش متن ۵۳

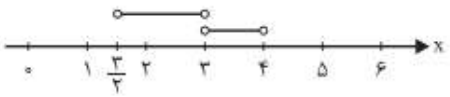
بازهٔ $(2,5)$ یک همسایگی ۳ است. آیا بازهٔ $(0,4)$ هم یک همسایگی برای ۳ محسوب می‌شود؟ شما دو همسایگی دیگر برای ۳ بنویسید و جواب خود را با پاسخ دوستانتان مقایسه کنید.

پاسخ بله، زیرا $3\in(0,4)$ است.

$(1,6)$ و $(2/25,3/25)$ هرکدام یک‌همسایگی برای ۳ هستند. در واقع، عدد ۳ بی‌شمار همسایگی قابل تعریف دارد.

پرسش متن ۵۴

بازهٔ $(3,4)$ یک همسایگی راست ۳ و بازهٔ $(\frac{3}{2},3)$ یک همسایگی چپ ۳ است. شما یک همسایگی راست دیگر برای ۳ و یک همسایگی چپ برای آن بنویسید.



پاسخ همسایگی راست ۳: $(3,3/5)$

همسایگی چپ ۳: $(2,3)$