

خیز و نکات مهم استدلال و اثبات در هندسه

ریاضی نهم - فصل ۳

Faezeh.maadani_math

استدلال: دلیل آوردن و استفاده کردن از دانسته‌های قبلی برای معلوم شدن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است را استدلال می‌گویند. (خیلی مهم)

اثبات: به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه بدهد را اثبات می‌گویند.

تذکر: برای استدلال کردن راه‌های متفاوتی وجود دارد که اعتبار و قابل اعتماد بودن آن‌ها می‌تواند یکسان نباشد. استفاده از تجربه گذشته، ارائه مثال‌های متعدد، حواس پنجگانه یا توجه به ابعاد ظاهری برای اثبات کافی نیستند. برای اثبات باید به استفاده از دلائل منطقی و قانع کننده استدلال کرده و موضوع را ثابت کرد.

Faezeh.maadani_math

استدلال استقرایی: نتیجه‌گیری کلی بر اساس مشاهدات جزئی (حواس پنجگانه، مثال‌های متعدد، تجربه گذشته و ...) که این غلط است

استدلال استنتاجی: نتیجه‌گیری کلی بر اساس حقایق و اصول علمی که درستی آن‌ها را از قبل پذیرفته ایم. که این استدلال صحیح است.

استدلال غلط: علمی می‌گویند، چون یک نفر را سه بار زیارت کرده و هر سه بار "رو به آسمان" پس حتماً "بار چهارم هم" رو به آسمان می‌آید.

استدلال صحیح: محمد دو کاغذ، یکی مستطیل به ابعاد 2×4 و دیگری مربع به ابعاد 4×4 دارد. اوی گویند مربع شکل بزرگتری است چون مساحت آن بیشتر است.

$$12 = 2 \times 4 = \text{مساحت}$$

$$16 = 4 \times 4 = \text{مساحت}$$

از قبل می‌دانیم که هر شکلی که مساحت بیشتری داشته باشد بزرگتر است

پس چون مساحت مربع بیشتر است بنابراین مربع شکل بزرگتری است

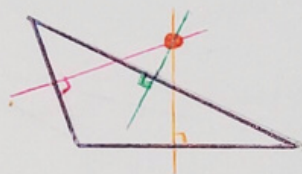
فرض (داده های مسئله): در هر مسئله، اطلاعات داده شده و حقایق و اصولی که درستی آن ها از قبل برای ما معلوم شده است را "فرض" مسئله می نامند.

حکم: در هر مسئله، خواسته مسئله را "حکم" مسئله می نامند.

مسئله نقض: سئالی که درستی یک حکم یا یک عبارت را نقض کند.

سؤال: آیا یک برخط عمود منصف ها در هر مثلث همواره درون مثلث است؟

خیر. **مسئله نقض:** در مثلث با زاویه باز، یک برخط عمود منصف ها، بیرون از مثلث است.



تکذیب: برای این سؤال می توان از مثلث قائم الزاویه هم به عنوان مثال نقض استفاده کرد. در مثلث قائم الزاویه یکی برخط عمود منصف ها روی ضلع است.

© Faezeh.maadani_math

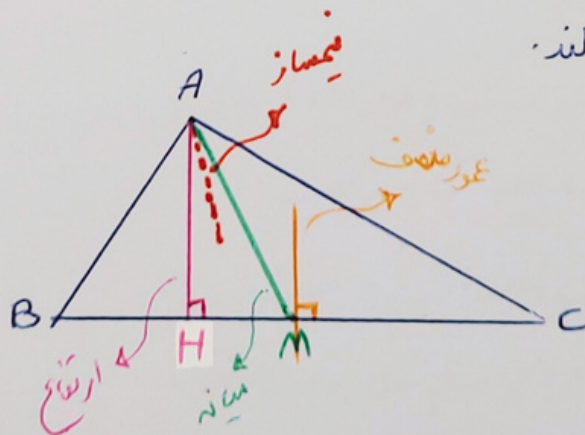
یادآوری:

ارتفاع: از رأس کشیده شده و به ضلع مقابل عمود می شود. (AH)

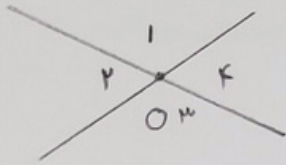
میان: از رأس کشیده شده و ضلع مقابل را نصف می کند. (AM)

عمود منصف: به ضلع مثلث عمود شده و آن را نصف می کند.

نیمساز: رأس را نصف می کند.



سؤال: ثابت کنید زاویه‌های متقابل به رأس با هم برابرند. (مهم)

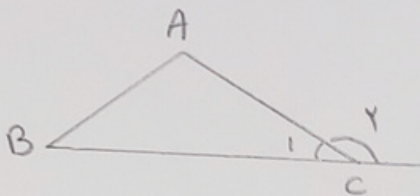


فرض: O_1 و O_2 متقابل به رأس

حکم: $\hat{O}_1 = \hat{O}_3$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \text{ (مستقیمه)} \\ \hat{O}_1 + \hat{O}_4 = 180^\circ \text{ (مستقیمه)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{O}_1 + \hat{O}_4 \Rightarrow \boxed{\hat{O}_2 = \hat{O}_4} \checkmark$$

سؤال: ثابت کنید در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور برابر است. (مهم)



فرض: $\triangle ABC$ مثلث است

حکم: $\hat{C}_1 = \hat{A} + \hat{B}$

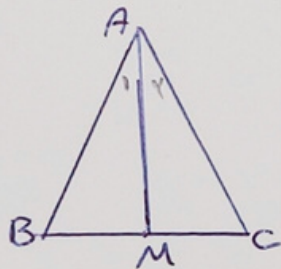
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_1 = 180^\circ \text{ (مثلث)} \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \text{ (مستقیمه)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_1 = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 \Rightarrow \boxed{\hat{A} + \hat{B} = \hat{C}_2} \checkmark$$

Faezeh.maadani_math

همه یستگی مثلث‌ها

- سه ضلع ← ضلع بین
- دو ضلع و زاویه بین ← ضلع بین
- دو زاویه و ضلع بین ← ضلع بین

سؤال: در مثلث متساوی الساقین ABC نیمساز زاویه A را رسم کردن اینم



ثابت کنید AM میانه است.

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array} \right\} \triangle ABC \text{ متساوی الساقین} \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \leftarrow AM \text{ نیمساز } A \end{array} \right.$$

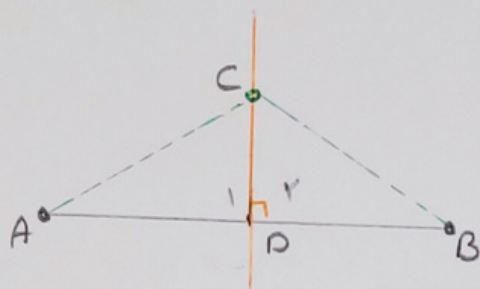
حکم: AM میانه است.

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \text{ (مساویات)} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (نیمساز)} \\ \overline{AM} = \overline{AM} \text{ (مساویات)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض. ض. ض.}} \triangle ABM \cong \triangle ACM$$

$$AM \text{ میانه است} \Rightarrow \overline{BM} = \overline{MC} \rightarrow \text{امری مشرف}$$

۳

سؤال: ثابت کنید هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر پاره خط به یک فاصله است.



فرض: $CD \perp AB$
 $AD = DB$ ← عمود منصف AB

حکم: $\overline{AC} = \overline{CB}$

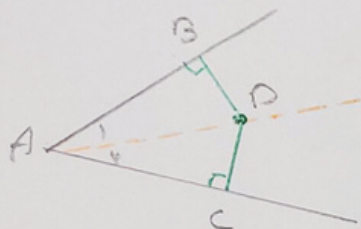
$$\left. \begin{array}{l} AD = DB \text{ (نیمه‌فرضی)} \\ CD = CD \text{ (ضلع مشترک)} \\ \angle D_1 = \angle D_2 = 90^\circ \text{ (نیمه‌فرضی)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{فرضی}} \triangle ACD \cong \triangle BCD$$

اجزای متناظر → $\boxed{\overline{AC} = \overline{CB}}$ ✓

© Faezeh.maadani_math

هم‌پوشی مثلث‌های قائم‌الزاویه
 وتر و یک ضلع ← فرض
 وتر و یک زاویه ← فرض

سؤال: ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.



یادآوری: فاصله یک نقطه از یک خط پاره خطی است که از نقطه به آن خط عمود شود.

فرض: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ← AD نیمساز A

حکم: $\overline{BD} = \overline{CD}$

$$\left. \begin{array}{l} AD = AD \text{ (ضلع مشترک)} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (نیمساز)} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{فرضی}} \triangle ABD \cong \triangle ACD$$

اجزای متناظر → $\boxed{\overline{BD} = \overline{CD}}$ ✓

سؤال‌های مشابه :

دو شکل متساویه هستند هرگاه دو ضلع زیر به صورت همزمان برقرار باشند :

(۱) اضلاع متناسب باشند (یعنی همه اضلاع به یک نسبت تغییر کرده باشند)

(۲) زاویه‌ها برابر باشند (یعنی اندازه زاویه عیناً یکسان باشند)

 Faezeh.maadani_math

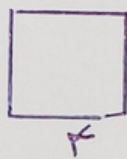
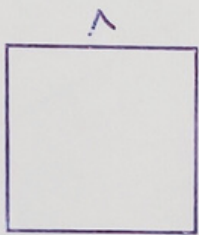
تذکر: هم‌نهشتی یعنی کاملاً برهم منطبق باشند ولی تساوی یعنی به هم شبیه باشند (مانند شما)

به عکس 3×4 خودتان که لا شبیه هستید ولی برعکس منطبق هستید پس برعکس آن متساوی هستند

نسبت تساوی : به نسبت دو ضلع در دو شکل متساوی ، نسبت تساوی (معایس) گفته می‌شود .

نکته : دو شکل هم‌نهشت با هم متساوی اند و نسبت تساوی آن‌ها برابر با یک است .

سؤال : نسبت تساوی دو مربع زیر را بنویسید .



$$\text{نسبت تساوی} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\text{نسبت تساوی} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1} = 2$$

سؤال‌های هموار متساوی :



سه مثلثی منتظم ← نسبت مساوی دارند

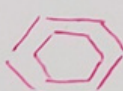


(۱) دایره‌ها



مربع

(۲) چند مثلثی‌های منتظم

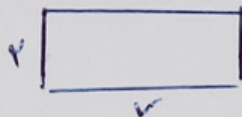
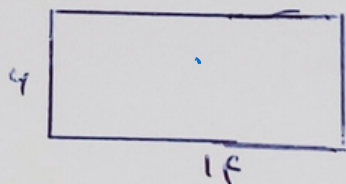


(۵)



فکته: هر دو مستطیل، لوزی و مثلث متساوی الساقین (که می توان به هم متساویه نسبتند

سؤال: آیا دو مستطیل زیر به هم متساویه هستند؟



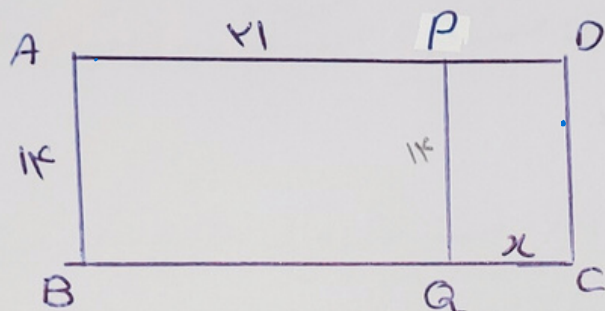
طول: $\frac{14}{7} = 2$

$2 \neq 3$

عرض: $\frac{4}{2} = 2$

خیر زیرا اضلاع به یک نسبت تغییر نکرده اند.

سؤال امتحان نهایی: در شکل زیر دو مستطیل $APQB$ و $PQCD$ به هم متساویه اند



مقدار x را به دست آورید.
 عرض: $\frac{14}{14} = \frac{21}{x}$
 بزرگ: $\frac{14}{x} = \frac{21}{14}$
 کوچک: $x = \frac{14 \times 14}{21}$

$\Rightarrow x = \frac{28}{3}$

© Faezeh.maadani_math

سؤال: در نقشه ای مقیاس ۱:۱۰۰۰۰۰، اگر فاصله دو نقطه در طبیعت

۴۰۰۰ متر باشد، فاصله این دو نقطه در نقشه چقدر است؟

۴۰۰۰ cm (۴)

۴۰۰ cm (۳)

۴ cm (۲)

۴۰ cm (۱) ✓

نقشه: $\frac{1}{100000} = \frac{x}{40000}$
 واقعی: $\Rightarrow x = \frac{1 \times 40000}{100000} = 40 \text{ cm}$

