gajmarket.com خرید آنلاین در

۲ با توجه به آنچه در قسمت ۱ مشاهده کردید کدام‌یک از موارد زیر نمی‌تواند درست باشد؟

الف) هر تابع پیوسته بر یک بازهٔ بسته دارای اکسترمم‌های مطلق است. درست است.

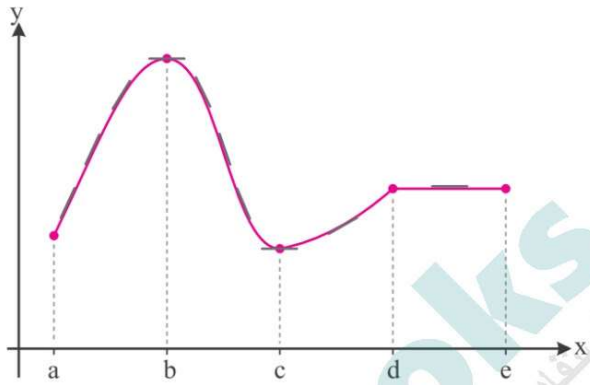
ب) هر تابع پیوسته بر یک بازهٔ باز دارای اکسترمم‌های مطلق است.

نادرست است. مثال نقض (بازهٔ باز (۱۳ و ۱۰) در قسمت (۱)).

فعالیت

صفحهٔ ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب‌درسی

۱ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است.



الف) با رسم مماس‌هایی در نقاط مختلف نمودار f تعیین کنید در چه بازه‌هایی شیب مماس‌ها مثبت و در چه بازه‌هایی شیب مماس‌ها منفی و در چه زیرمجموعه‌ای از دامنه شیب مماس‌ها برابر صفر است.

در بازه‌های (a , b) و (c , d) شیب مماس‌ها مثبت، در بازهٔ (b , c) شیب مماس‌ها منفی و در مجموعهٔ نقاط $\{b , c\} \cup (d , e)$ شیب مماس صفر است.

ب) تعیین کنید در چه بازه‌هایی مشتق f مثبت و در چه بازه‌هایی مشتق f منفی و در چه بازه‌هایی f' برابر صفر است.

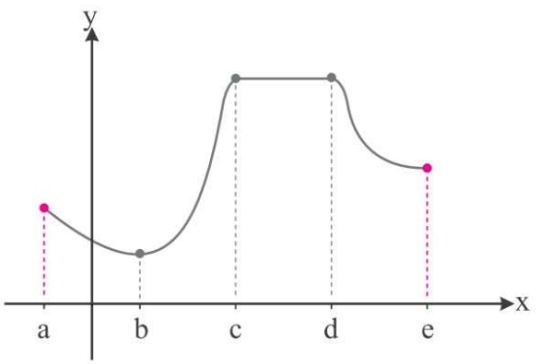
در بازه‌های (a , b) و (c , d) مشتق مثبت، در بازهٔ (b , c) مشتق منفی و در بازهٔ (d , e) مشتق صفر است.

پ) تعیین کنید در چه بازه‌هایی تابع f صعودی اکید و در چه بازه‌هایی نزولی اکید و در چه بازه‌هایی تابع f ثابت است.

در بازه‌های (a , b) و (c , d) صعودی اکید، در بازهٔ (b , c) نزولی اکید و در بازهٔ $[d , e]$ تابع f ثابت است.

۲ دو نقطه از نمودار یک تابع در شکل روبه‌رو داده شده‌اند.

نمودار این تابع را در بازهٔ $[a , e]$ به گونه‌ای رسم کنید که دارای همهٔ ویژگی‌های زیر باشد:



- تابع f در بازهٔ (a , e) مشتق‌پذیر باشد.

- مقدار مشتق تابع در بازه‌های (a , b) و (b , c) و (c , d) و (d , e) به ترتیب منفی، مثبت، صفر و منفی باشد.

- تعیین کنید تابع f در کدام بازه‌ها صعودی اکید و در کدام بازه‌ها نزولی اکید و در کدام بازه‌ها ثابت است.

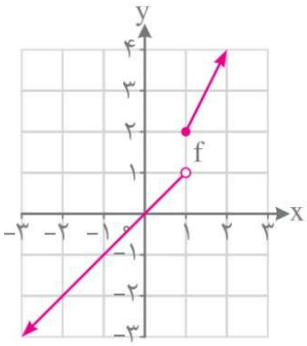
تابع f در بازهٔ (b , c) صعودی اکید، در بازه‌های (a , b) و (d , e) نزولی اکید و در بازهٔ $[c , d]$ ثابت است.

قبل از استفاده حتماً با مشاورین ما تماس بگیرید
@cipbooks

خرید آنلاین در gajmarket.com

کار در کلاس

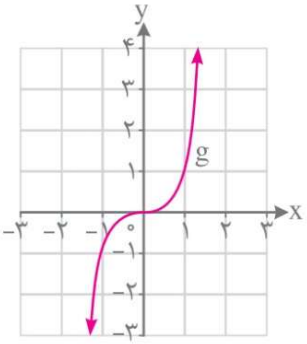
صفحهٔ ۱۲۱ کتاب درسی



① توابع $f(x)=\begin{cases}2x & x\geq 1\\ x & x<1\end{cases}$ و $g(x)=x^3$ در تمام $\mathbb{R}$ صعودی اکیداند.

الف) آیا می‌توان گفت هر تابع که در یک بازه صعودی اکید باشد، در آن بازه مشتق‌پذیر هم هست؟

خیر، به عنوان مثال تابع f در $\mathbb{R}=(-\infty+\infty)$ اکیداً صعودی است اما $f'(1)$ موجود نیست.



ب) آیا می‌توان گفت هر تابع که در یک بازه صعودی اکید و مشتق‌پذیر باشد، در هر نقطه از آن بازه دارای مشتق مثبت است؟

خیر، به عنوان مثال تابع g در $\mathbb{R}=(-\infty+\infty)$ صعودی اکید است اما $f'(0)=0$ است.

② تابع $f(x)=\frac{1}{x}$ را در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید که این تابع در بازه‌های $(-\infty,0)$ و $(0,+\infty)$ اکیداً نزولی است.

ابتدا ضابطهٔ تابع $f'(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\frac{1}{x}\Rightarrow f'(x)=\frac{(0\times x)-(1)(1)}{x^2}=-\frac{1}{x^2}\Rightarrow D_{f'}=(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$$

همان‌طور که دیده می‌شود، $f'(x)$ در بازه‌های $(-\infty,0)$ و $(0,+\infty)$ همواره منفی و در نتیجه تابع f در این بازه‌ها اکیداً نزولی است.

ب) آیا می‌توان گفت این تابع در تمام دامنهٔ خود اکیداً نزولی است؟

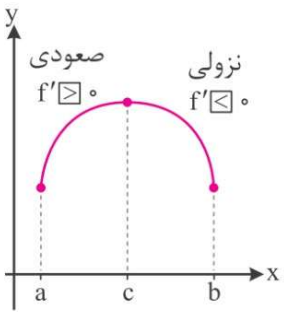
خیر، زیرا به ازای $1\in D_f$ و -1 داریم:

$$-1<1\xrightarrow[f(1)=1]{f(-1)=-1}f(-1)<f(1)\Rightarrow$$ تابع f اکیداً نزولی نیست.

فعالیت

صفحهٔ ۱۲۲ کتاب درسی

فرض کنیم $c\in(a,b)\subseteq D_f$ یک نقطهٔ بحرانی تابع f باشد و f بر (a,b) پیوسته و به جز احتمالاً در c مشتق‌پذیر باشد.



① اگر تابع f در بازه‌ای مانند (a,c) در سمت چپ آن صعودی و در بازه‌ای مانند (c,b) در سمت راست آن نزولی باشد، در این صورت $x=c$ یک نقطهٔ ماکزیمم نسبی تابع f است. در شکل مقابل بخشی از نمودار تابع f رسم شده است. علامت f' را در دو طرف نقطهٔ c مشخص نمایید.

@cipbooks
فیلم از استفاده حتما با کانال سی‌پی‌بوکز عضو شوید