gajmarket.com.ir خرید آنلاین در

تمرین ..... صفحهٔ ۸۱ و ۸۳ کتاب درسی

۱ اگر $f(x)=3x^2-2x+1$ ، $f'(2)$ را به دست آورید و معادلهٔ خط مماس بر منحنی f را در نقطه‌ای به طول ۲ واقع برآن بنویسید.

ابتدا شیب خط مماس، یعنی $f'(2)$ راحساب می‌کنیم.

روش اول:

$$f'(2)=\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-2x+1-9}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{3x^2-2x-8}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(3x+4)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(3x+4)=10$$

روش دوم:

$$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{3(2+h)^2-2(2+h)+1-9}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{3(4+4h+h^2)-4-2h-8}{h}$$

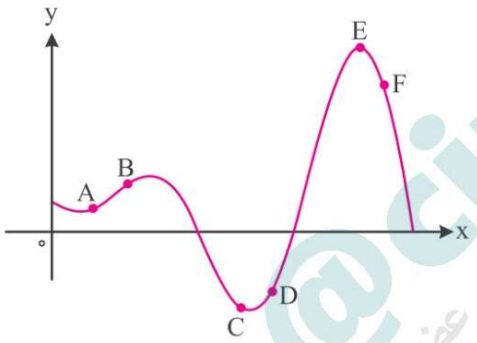
$$=\lim_{h\to 0}\frac{12+12h+3h^2-12-2h}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{10h+3h^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h(10+3h)}{h}=\lim_{h\to 0}(10+3h)=10$$

برای به دست آوردن معادلهٔ خط مماس داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{نقطهٔ تماس: } A(2,f(2))=A(2,9)\\ \text{شیب خط مماس در نقطهٔ A} = f'(2)=10\end{array}\right\}\Rightarrow \text{معادلهٔ خط مماس: } y-f(2)=f'(2)(x-2)$$

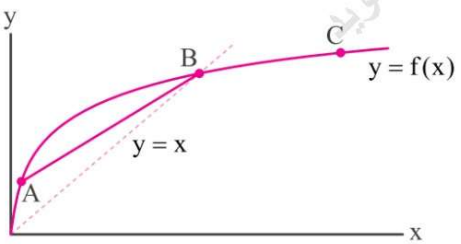
$$\Rightarrow y-9=10(x-2)\Rightarrow y=10x-11$$

۲ نقاط داده‌شده روی منحنی زیر را با شیب‌های ارائه‌شده در جدول نظیر کنید.



شیب	−۳	−۱	۰	$\frac{1}{2}$	۱	۲
نقطه	F	C	E	A	B	D

۳ برای نمودار $y=f(x)$ در شکل زیر شیب‌های داده‌شده از «الف» تا «ج» را از کوچک‌ترین به بزرگ‌ترین مرتب کنید.



الف) شیب نمودار در نقطهٔ A

ب) شیب نمودار در نقطهٔ B

پ) شیب نمودار در نقطهٔ C

ت) شیب خط AB

ث) شیب خط $y=2$

ج) شیب خط $y=x$

شیب‌های داده‌شده از «الف» تا «ج» را به ترتیب $m_1, m_2, \cdots$ و m_6 در نظر بگیرید.

شیب در نقطهٔ A (m_1) بزرگ‌ترین شیب و شیب خط $y=2$ (m_5) برابر صفر و کوچک‌ترین شیب است.

هرچه خط‌ها به خط عمودی نزدیک‌تر شوند، شیب بزرگ‌تر و هرچه به خط افقی نزدیک‌تر شوند، شیب کوچک‌تری دارند؛

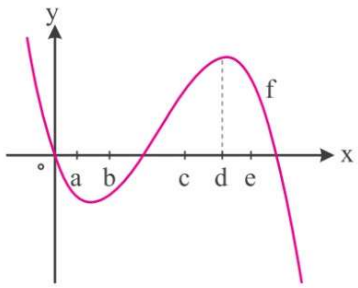
بنابراین: $m_5 < m_3 < m_2 < m_4 < m_6 < m_1$

@cipbooks قبل از استفاده حتماً در کتابسی آی‌پی بوکز عضو شوید

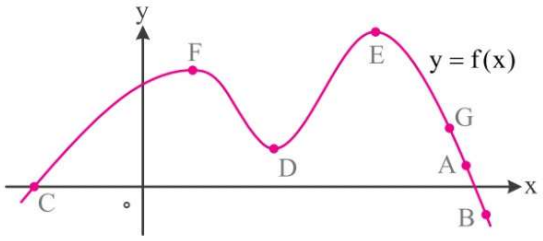
خرید آنلاین در gajmarket.com

۴) با در نظرگرفتن نمودار f در شکل، نقاط به طول‌های a, b, c, d و e را با مشتق‌های داده‌شده در جدول نظیر کنید.

x	f′(x)
d	۰
b	۰/۵
c	۲
a	−۰/۵
e	−۲



۵) نقاطی مانند A، B، C، D، E، F و G را روی نمودار y = f(x) مشخص کنید به طوری که:



الف) A، نقطه‌ای روی نمودار است که شیب خط مماس بر نمودار در آن منفی است.

ب) B نقطه‌ای روی نمودار تابع است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است.

پ) C نقطه‌ای روی نمودار است که مقدار تابع در آنجا صفر است ولی مقدار مشتق در آن مثبت است.

ت) D نقطه‌ای روی منحنی است که مشتق در آنجا صفر است.

ث) نقاط E و F نقاط متفاوتی روی منحنی هستند که مشتق یکسان دارند.

ج) G نقطه‌ای روی منحنی است که مقدار تابع در آنجا مثبت ولی مقدار مشتق منفی است.

۶) اگر $f(x)=x^3-2$، $f'(-1)$ را به دست آورید.

روش اول:

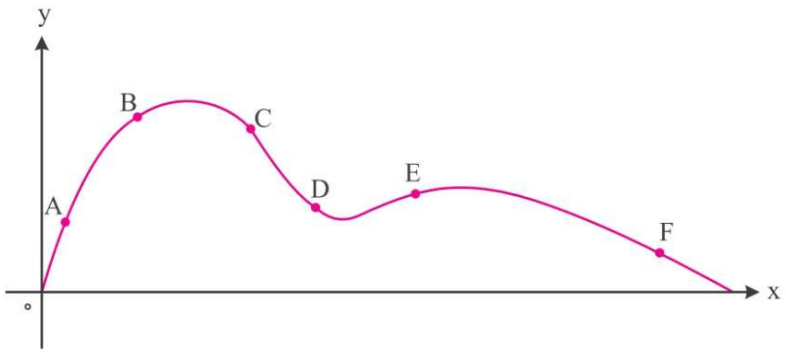
$$f'(-1)=\lim_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^3-2+3}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x^3+1}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{(\cancel{x+1})(x^2-x+1)}{\cancel{x+1}}$$

$$=\lim_{x\to -1}(x^2-x+1)=3$$

روش دوم:

$$f'(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(-1+h)^3-2+3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h^3-3h^2+3h}{h}=\lim_{h\to 0}(h^2-3h+3)=3$$

۷) نقاط A، B، C، D، E و F را روی منحنی روبه‌رو در نظر می‌گیریم. در مورد شیب منحنی در این نقاط کدام گزاره درست و کدام‌یک نادرست است؟



الف) شیب منحنی در همهٔ این نقاط مثبت است.

نادرست است، زیرا شیب در نقطه‌های C، D و F منفی است.

@cipbooks قبل از استفاده حتما با کتاب بوکن تماس بگیرید