خرید آنلاین در gajmarket.com

همان‌طور که می‌دانید برای محاسبهٔ شیب خط AB نسبت تغییر عمودی را به تغییر افقی به دست می‌آوریم. اگر این تغییرات را به ترتیب با Δy و Δx نمایش دهیم، داریم:

$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

در هنگام محاسبهٔ شیب‌های بالا، توضیح دهید که Δxها چگونه تغییر می‌کنند؟

Δxها در حال کاهش هستند.

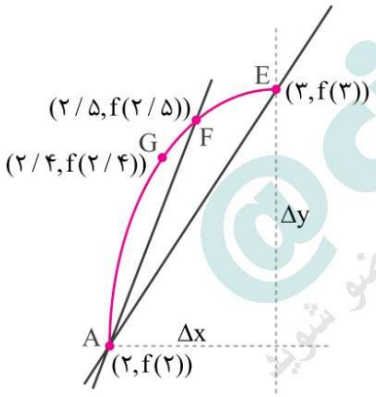
$[۲,۶]$ ۲ ——— ۶ $\Delta x = ۶-۲ = ۴$ $\Delta y = ۲۴-۱۶ = ۸$

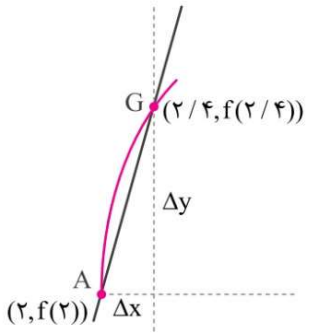
$[۲,۵]$ ۲ ——— ۵ $\Delta x = ۵-۲ = ۳$ $\Delta y = ۲۵-۱۶ = ۹$

$[۲,۴]$ ۲ ——— ۴ $\Delta x = ۴-۲ = ۲$ $\Delta y = ۲۴-۱۶ = ۸$

$[۲,۳]$ ۲ ——— ۳ $\Delta x = ۳-۲ = ۱$ $\Delta y = ۲۱-۱۶ = ۵$

ب) حال فرض کنید که با ادامهٔ روندی که در قسمت (الف) اختیار کردیم، نقاط بیشتری را نزدیک به A انتخاب کنیم. شیب خطوط به‌دست‌آمده به شیب خط مماس بر منحنی در نقطهٔ A نزدیک می‌شود. برای درک بهتر این موضوع، منحنی $f(x) = -x^۲ + ۱۰x$ در فاصلهٔ $[۳ , ۲]$ رسم شده است. در ادامه نمودار تابع در بازهٔ $[۲,۲/۴]$ رسم شده است.





$$m_{AF} = \frac{f(۲/۵) - f(۲)}{۲/۵ - ۲}$$

$$= \frac{۱۸/۷۵ - ۱۶}{۰/۵}$$

$$= \frac{۲/۷۵}{۰/۵} = ۵/۵$$

$$m_{AG} = \frac{f(۲/۴) - f(۲)}{۲/۴ - ۲}$$

$$= \frac{۱۸/۲۴ - ۱۶}{۰/۴}$$

$$= ۵/۶$$

@cipbooks قبل از استفاده حتما از کانال سی ای پی بوکز عضو شوید

خرید آنلاین در gajmarket.com

اگر به همین ترتیب بازه‌های کوچک‌تری در نظر بگیریم، شیب خطوط به‌دست‌آمده به شیب خط مماس بر منحنی در نقطهٔ A نزدیک می‌شود. برای درک بهتر این موضوع، با تکمیل جدول و مقایسهٔ شیب خط‌های قاطع، شیب خط مماس را حدس بزنید.

بازهٔ $[a,b]$	شیب خطی که از نقاط $(a,f(a))$ و $(b,f(b))$ می‌گذرد. $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$
$[۲,۲/۴]$	$\frac{f(۲/۴)-f(۲)}{۲/۴-۲}=\frac{۱۸/۲۴-۱۶}{۰/۴}=\frac{۲/۲۴}{۰/۴}=۵/۶$
$[۲,۲/۳]$	$\frac{f(۲/۳)-f(۲)}{۲/۳-۲}=\frac{۱۷/۷۱-۱۶}{۰/۳}=\frac{۱/۷۱}{۰/۳}=۵/۷$
$[۲,۲/۲]$	$\frac{f(۲/۲)-f(۲)}{۲/۲-۲}=\frac{۱۷/۱۶-۱۶}{۰/۲}=\frac{۱/۱۶}{۰/۲}=۵/۸$
$[۲,۲/۱]$	$\frac{f(۲/۱)-f(۲)}{۲/۱-۲}=\frac{۱۶/۵۹-۱۶}{۰/۱}=\frac{۰/۵۹}{۰/۱}=۵/۹$
$[۲,۲/۰۱]$	$\frac{f(۲/۰۱)-f(۲)}{۲/۰۱-۲}=\frac{۱۶/۰۵۹۹-۱۶}{۰/۰۱}=\frac{۰/۰۵۹۹}{۰/۰۱}=۵/۹۹$
$[۲,۲/۰۰۱]$ ⋮	$\frac{f(۲/۰۰۱)-f(۲)}{۲/۰۰۱-۲}=\frac{۱۶/۰۰۵۹۹۹-۱۶}{۰/۰۰۱}=۵/۹۹۹$ ⋮ ⋮
$[۲,۲+h]$ (h یک عدد خیلی کوچک و مثبت است.)	$\frac{f(۲+h)-f(۲)}{h}\to ?\simeq ۶$

کار در کلاس صفحهٔ ۷۸ کتاب درسی

معادلهٔ خط مماس بر منحنی تابع $y=x^۲+۳$ را در نقطه‌ای به طول -۲ بنویسید.

$$A(-۲,f(-۲))\xrightarrow{f(-۲)=۴+۳=۷}A(-۲,۷)$$

$$\text{شیب خط مماس در نقطهٔ A}=f'(-۲)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(-۲+h)-f(-۲)}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{(-۲+h)^۲+۳-۷}{h}=\lim_{h\to ۰}\frac{۴-۴h+h^۲-۴}{h}$$

$$=\lim_{h\to ۰}\frac{h(-۴+h)}{h}=\lim_{h\to ۰}(-۴+h)=-۴$$

معادلهٔ خط مماس در نقطهٔ A: $y-y_A=f'(x_A)(x-x_A)\Rightarrow y-۷=-۴(x+۲)\Rightarrow y=-۴x-۱$

کار در کلاس صفحهٔ ۸۰ کتاب درسی

اگر $f'(a)$ موجود باشد، ثابت کنید. $\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$

(راهنمایی: تغییر متغیر $a+h=x$ را به کار برید. توجه کنید وقتی که $h\to ۰$ آنگاه $x\to a$)

فرض می‌کنیم $a+h=x$ باشد، در این صورت $h=x-a$. بنابراین:

$$\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x-a\to ۰}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

@cipbooks قبل از استفاده حتما در کانال سی ای پی بیشتر عضو شوید