خرید آنلاین در gajmarket.com

فعالیت

صفحهٔ ۵۴ کتاب درسی

۱ توابع $f(x)=\frac{۱}{x^۲}$ و $g(x)=x+۱$ را در نظر بگیرید.

الف) حاصل $\lim_{x\to ۰} f(x)$ و $\lim_{x\to ۰} g(x)$ را به دست آورید.

$$f(x)=\frac{۱}{x^۲}$$

چون در همسایگی صفر، $x^۲>۰$ و حد صورت عددی مثبت است، طبق قضیهٔ ۳، $\lim_{x\to ۰}\frac{۱}{x^۲}=+\infty$ است. پس:

$$\lim_{x\to ۰} f(x)=+\infty$$

$$\lim_{x\to ۰} g(x)=\lim_{x\to ۰}(x+۱)=۰+۱=۱$$

ب) تابع $f+g$ را به صورت یک تابع گویا بنویسید و حاصل $\lim_{x\to ۰}((f+g)(x))$ را محاسبه کنید.

$$(f+g)(x)=f(x)+g(x)=\frac{۱}{x^۲}+x+۱=\frac{۱+x^۳+x^۲}{x^۲}\Rightarrow \lim_{x\to ۰}((f+g)(x))=\frac{۱}{۰^+}=+\infty$$

پ) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ به نظر می‌رسد اگر از دو تابع f و g، حد یکی در همسایگی a متناهی و حد دیگری نامتناهی باشد، آنگاه حد تابع $f+g$ در همسایگی a نامتناهی خواهد بود.

۲ تابع $f\times g$ را به صورت یک تابع گویا بنویسید و حاصل $\lim_{x\to ۰} f(x)\times g(x)$ را محاسبه کنید و ارتباط آن را با $\lim_{x\to ۰} f(x)$ و $\lim_{x\to ۰} g(x)$ بیان کنید.

$$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)=\frac{۱}{x^۲}\times(x+۱)=\frac{x+۱}{x^۲}\Rightarrow \lim_{x\to ۰}(f\times g)(x)=\frac{۱}{۰^+}=+\infty$$

به نظر می‌رسد اگر از دو تابع f و g، حد یکی در همسایگی a متناهی (مخالف صفر) و حد دیگری نامتناهی باشد، آنگاه حد تابع $f\times g$ در همسایگی a نامتناهی خواهد بود.

کار در کلاس

صفحهٔ ۵۵ کتاب درسی

۱ قضیه ۵، را در حالتی که $\lim_{x\to a} f(x)=-\infty$ بازنویسی کنید.

اگر $\lim_{x\to a} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to a} g(x)=L$ آنگاه:

الف) $\lim_{x\to a}(f(x)+g(x))=-\infty$

ب)
- اگر $L>۰$, آنگاه $\lim_{x\to a}(f(x).g(x))=-\infty$
- اگر $L<۰$, آنگاه $\lim_{x\to a}(f(x).g(x))=+\infty$

۲ حاصل حدود زیر را به دست آورید در هر مرحله مشخص کنید از کدام قضیه استفاده کرده‌اید.

الف) $\lim_{x\to ۱^-}\frac{x+۱}{x-۱}$

$$\Rightarrow \begin{cases}\lim_{x\to ۱^-}(x+۱)=۲>۰\\ \lim_{x\to ۱^-}\frac{۱}{x-۱}=-\infty\end{cases}\xrightarrow{\text{قضیهٔ ۵}}\lim_{x\to ۱^-}\frac{x+۱}{x-۱}=-\infty$$

دقت کنید که از قضیهٔ ۳ قسمت (پ) نیز می‌توان استفاده کرد.

@cinbooks قبل از استفاده شما از کتاب سی‌ان بوکز عضو شوید