

فصل هفتم آمار و احتمال

در این فصل ابتدا احتمال دهم یادآوری می‌گردد و سپس دو قسمت احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در پایان آمار توصیفی شامل شاخص‌های مرکزی(میانگین و میانه) و شاخص‌های پراکندگی(دامنه تغییرات، واریانس، انحراف از معیار و ضریب تغییرات) و ویژگی‌های آنها معرفی می‌گردند.

یادآوری:

اصطلاحات زیر را تعریف کنید و برای هر کدام مثالی بیاورید:

۱. پدیده تصادفی:

۲. فضای نمونه‌ای:

۳. پیشامد تصادفی:

۴. اجتماع و اشتراک دو پیشامد:

۵. تفاضل و تفاضل متقارن دو پیشامد:

۶. متمم یک پیشامد:

۷. پیشامدهای ناسازگار:

۸. رابطه محاسبه احتمال وقوع یک پیشامد:

۹. رابطه محاسبه احتمال اجتماع یا اشتراک دو پیشامد A و B :

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\binom{12}{2} = \frac{12!}{2!(12-2)!} = \frac{12\times11}{2} = 66$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r} + \binom{n-1}{r-1}$$

$$\binom{12}{2} = \binom{11}{2} + \binom{11}{1}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$\binom{5}{2} = \binom{5}{3} = 10$$

۱. احتمال شرطی:

منظور از « احتمال A به شرط B » یعنی احتمال وقوع پیشامد A، به شرط آنکه بدانیم پیشامد B رخ داده است و با $P(A|B)$ نمایش می‌دهیم.

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

در احتمال شرطی فضای نمونه‌ای تقلیل(کاهش) می‌یابد.

مثال۱: در یک مسابقه کشتی احتمال این که کشتی‌گیر دچار صدمه جسمی شده و کشتی را به پایان برساند برابر $0/8$ است. احتمال این که دچار صدمه نگردد برابر $0/9$ است. اگر بدانیم او صدمه ندیده است، با چه احتمالی کشتی را به پایان می‌رساند؟

مثال۲: اعدا ۱ تا ۹ را روی نه کارت می‌نویسیم و سه کارت را به تصادف انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که هر سه عدد فرد باشد به شرط آن که مجموع آنها فرد باشد.

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال۳: احتمال این که یک تیم والیبال اصلی‌ترین رقیبش را ببرد $\frac{1}{5}$ است. احتمال قهرمانی این تیم در حال حاضر $\frac{1}{3}$ و در صورتی که اصل‌ترین رقیبش را ببرد به $\frac{1}{2}$ افزایش می‌یابد. به چه احتمالی حداقل یکی از دو اتفاق قهرمان شدن یا بردن رقیب اصلی رخ می‌دهد.

نکته: اگر A و B و C سه پیشامد باشند:

$$P(A|B) \times P(B) = P(B|A) \times P(A)$$

$$\frac{P(A|B)}{P(A)} = \frac{P(B|A)}{P(B)}$$

$$P(A'|B) = 1 - P(A|B)$$

$$A, B \text{ ناسازگار} \Longrightarrow P((A \cup B)|C) = P(A|C) + P(B|C)$$

۲. پیشامدهای مستقل

پیشامد A از پیشامد B مستقل است، هرگاه

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

وقوع A بر احتمال وقوع B تاثیر نگذارد. به عبارت دیگر یعنی:

نکته: اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند آنگاه

۱. دو پیشامد A' و B' نیز مستقل‌اند، به عبارت دیگر : $P(A' \cap B') = P(A') \times P(B')$

۲. دو پیشامد A' و B نیز مستقل‌اند، به عبارت دیگر : $P(A' \cap B) = P(A') \times P(B)$

۳. دو پیشامد A و B' نیز مستقل‌اند، به عبارت دیگر : $P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$

۴. دو پیشامد A و B مستقل نیستند اگر و تنها اگر : $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال۱: خانوده‌ای دارای سه فرزند است. الف) چقدر احتمال دارد هر سه فرند دختر باشند؟ ب) دو فرزند پسر باشد.

مثال۲: فرض کنید احتمال قهرمانی تیم فوتبال ایران در جام جهانی $0/3$ و احتمال قهرمانی تیم والیبال ایران در آسیا برابر $0/7$.است. با چه احتمالی:

الف) حداقل یکی از این تیم‌ها قهرمان خواهد شد.

ب) فقط یکی از این تیم‌ها قهرمان می‌شود.

ج) هیچکدام قهرمان نمی‌شوند.

د) فقط والیبال قهرمان می‌شود.

مثال۳: دو تاس آبی و قرمز می‌اندازیم. چقدر احتمال دارد:

الف) مجموع اعداد رو شده ۷باشد.

ب) مجموع اعداد رو شده ۸ باشد.

ج) آیا پیشامد این که مجموع دو تاس ۷ شود و پیشامد این که پرتاب اولین تاس ۲ ظاهر شود مستقل از یکدیگرند؟

د)) آیا پیشامد این که مجموع دو تاس ۸ شود و پیشامد این که پرتاب اولین تاس ۳ ظاهر شود مستقل از یکدیگرند؟

مثال۴: احتمال این که آراد در درس ریاضی قبول شود دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال اینگه حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شود برابر $0/625$ باشد، آراد با چه احتمالی در این درس قبول خواهد شد.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

نکته:

۱- سه پیشامد A و B و C را مستقل می‌گوییم هرگاه:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \text{ و } P(A \cap C) = P(A) \times P(C) \text{ و } P(B \cap C) = P(B) \times P(C)$$

$$\text{و } P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

۲- اگر سه پیشامد A و B و C دو به دو مستقل باشند آنگاه: $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$

۳- تساوی $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$ الزاما نتیجه نمی‌دهد که A و B و C دو به دو مستقل اند.

۴- اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند می توان برای احتمال اجتماع آنها از رابطه زیر کمک گرفت:

$$P(A \cup B) = P(((A \cup B)')') = P((A' \cap B')') = 1 - P(A' \cap B') = 1 - P(A') \times P(B')$$

چند تست:

کنکور ۹۸

احتمال موفقیت فردی، در آزمون اول ۰/۷ و در آزمون دوم ۰/۶ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم ۰/۸ است. با کدام احتمال، لااقل در یکی از این دو آزمون، موفق می‌شود؟

۱) ۰/۷۴ ۲) ۰/۷۶ ۳) ۰/۸۲ ۴) ۰/۸۴

کنکور ۱۴۰۱

احتمال اینکه یک کشتی‌گیر رقیب اصلی خود را ببرد $\frac{۱}{۵}$ و احتمال کسب مدال طلا برای او $\frac{۱}{۳}$ بوده و درصورتی‌که اصلی‌ترین رقیب خود را ببرد به $\frac{۱}{۲}$ افزایش خواهد یافت. با کدام احتمال، این کشتی‌گیر قهرمان می‌شود یا رقیب اصلی خود را می‌برد؟

۱) $\frac{۴}{۱۵}$ ۲) $\frac{۱۱}{۳۰}$ ۳) $\frac{۱۳}{۳۰}$ ۴) $\frac{۷}{۱۵}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

سراسری تجربی ۹۶ – خارج از کشور

احتمال قبولی فرد A در یک آزمون ۰/۸۴ و احتمال قبولی فرد B در همان آزمون ۰/۷۵ است . با کدام احتمال لااقل یکی از آنان در این آزمون قبول می شوند ؟

۱) ۰/۹۲ ۲) ۰/۹۴ **۳) ۰/۹۶** ۴) ۰/۹۸

روش اول : هر گاه در مسائل احتمال **لااقل یکی** داشتیم از فعل ممتم استفاده می کنیم .

$$P(A') = \frac{۱۶}{۱۰۰} \times \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۴}{۱۰۰} \longrightarrow P(A) = ۱ - \frac{۴}{۱۰۰} = \frac{۹۶}{۱۰۰}$$

روش دوم : قانون جمع احتمال ها ، چون دو پیشامد A و B مستقل هستند، بنابراین داریم :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B) = \frac{۸۴}{۱۰۰} + \frac{۷۵}{۱۰۰} - (\frac{۸۴}{۱۰۰} \times \frac{۷۵}{۱۰۰}) = ۰/۹۶$$

سراسری تجربی ۸۵

در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می شوند که بر روی ۳ موش ، آزمون مهارت انجام شده است . اگر ۲ موش از بین آنان تصادفی انتخاب شوند ، با کدام احتمال ، لااقل بر روی یکی از آن دو ، آزمون انجام شده است ؟

۱) $\frac{۱۰}{۲۱}$ ۲) $\frac{۴}{۷}$ **۳)** $\frac{۵}{۷}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۱}$

روش اول : تعریف احتمال

$$n(S) = \binom{۷}{۲} = \frac{۷ \times ۶}{۲} = ۲۱ \qquad n(A) = \binom{۳}{۱} \times \binom{۴}{۱} + \binom{۳}{۲} \times \binom{۴}{۰} = ۱۵ \longrightarrow P(A) = \frac{۵}{۷}$$

روش دوم : پیشامد متمم $P(A) = ۱ - \frac{۲}{۷} = \frac{۵}{۷}$ $\qquad n(A') = \binom{۴}{۲} = ۶ \longrightarrow P(A') = \frac{۶}{۲۱} = \frac{۲}{۷}$

سراسری تجربی ۸۵ – خارج از کشور

در یک خانوادهٔ دو فرزندی ، می دانیم یکی از فرزندان پسر است . با کدام احتمال ، این خانوادهٔ فرزند دختر دارد ؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ **۳)** $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

نکته : در احتمال شرطی ، شرط باعث از بین رفتن تعدادی از عضوهای فضای نمونه ای اصلی می شود که در این صورت باید فضای نمونه ای جدیدی بسازیم .

چون می دانیم یکی از فرزندان پسر است پس احتمال شرطی است و فضای نمونه ای جدید را می نویسیم و احتمال را حساب می کنیم .

$$S = \{bb, bg, gb\} \qquad A = \{bg, gb\} \longrightarrow P(A) = \frac{۲}{۳}$$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

سراسری تجربی ۸۲

خانواده ای دارای چهار فرزند است . می دانیم که دو فرزند اول آن ها پسر است . احتمال آن که دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد ، کدام است ؟

۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۱۶}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

چون جنسیت فرزندان مستقل از یکدیگر می باشند لذا جنسیت دو فرزند اول که پسر هستند هیچ تأثیری در فرزندان سوم و چهارم ندارد بنابراین احتمال این که فرزندان سوم و چهارم دختر باشند به صورت زیر است :

چون ترتیب فرزندان بیان شده از اصل ضرب استفاده می کنیم .

$$P(gg) = P(g) \times P(g) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

سراسری تجربی ۸۴

احتمال اینکه از چهار فرزند یک خانواده ، دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند ، کدام است ؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۷}{۱۶}$

نکته : اگر خانواده ای دارای n فرزند باشد ، احتمال آن که دقیقاً k فرزند پسر یا دقیقاً k فرزند دختر باشند برابر است با : $\frac{\binom{n}{k}}{۲^n}$ لذا داریم : $P=\frac{\binom{۴}{۲}}{۲^۴}=\frac{۶}{۱۶}=\frac{۳}{۸}$

روش اول :

$n(S)=۲^۴=۱۶$ $A=\{(bbgg),(bggb),(ggbb),(gbgb),(bgbg),(gbbg)\}$

$P(A)=\frac{۶}{۱۶}=\frac{۳}{۸}$

روش دوم :

جایگشت های تکراری bbgg $n(A)=\frac{۴!}{۲!۲!}=۶\longrightarrow P(A)=\frac{۶}{۱۶}=\frac{۳}{۸}$

روش سوم :

$P(x=۲)=\binom{۴}{۲}\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲=۶\times\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۸}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱ ۱۰ نفر در یک صف ایستاده‌اند. با کدام احتمال دو فرد موردنظر از آن‌ها، در کنار هم نیستند؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۹}{۱۰}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۹

۲ پنج کتاب زبان فارسی و ۳ کتاب زبان انگلیسی، به تصادف در یک قفسه کنار هم چیده شده‌اند. با کدام احتمال کتاب‌های هم‌زبان، کنار هم قرار می‌گیرند؟

۱) $\frac{۱}{۱۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲۱}$

۳) $\frac{۱}{۲۸}$ ۴) $\frac{۱}{۵۶}$

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۹

۳ دو تاس را باهم می‌ریزیم. با کدام احتمال جمع دو عدد روشده، یک عدد اول است؟

۱) $\frac{۵}{۱۲}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$

۳) $\frac{۵}{۹}$ ۴) $\frac{۷}{۱۲}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۳

۴ در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۶ موش سیاه موجود است. به تصادف ۳ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از موش‌ها سفید است؟

۱) $\frac{۸}{۱۱}$ ۲) $\frac{۹}{۱۱}$

۳) $\frac{۲۸}{۳۳}$ ۴) $\frac{۲۹}{۳۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۵ چهار دانش‌آموز یک کلاس که بر یک نیمکت نشسته باشند، با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر آنان یکسان است؟

۱) $\frac{۱۹}{۴۸}$ ۲) $\frac{۴۱}{۹۶}$

۳) $\frac{۲۳}{۴۸}$ ۴) $\frac{۵۵}{۹۶}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶ در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، احتمال این‌که حداقل یک سکه رو و عدد تاس مضرب ۳ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۱

۷ در ظرفی ۴ مهرهٔ سفید و ۵ مهرهٔ سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌های خارج شده همرنگ‌اند؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $\frac{۳}{۱۴}$

۳) $\frac{۲}{۹}$ ۴) $\frac{۵}{۱۴}$

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۲

۸ از ۱۲ کتاب که ۵ عدد آن‌ها در مورد ادبیات و ۷ عدد آن‌ها در مورد تاریخ است به‌طور تصادف ۵ کتاب انتخاب کرده‌ایم. احتمال اینکه ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب تاریخ انتخاب شده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۱۵}{۶۶}$ ۲) $\frac{۱۷}{۶۶}$

۳) $\frac{۳۵}{۱۳۲}$ ۴) $\frac{۳۷}{۱۳۲}$

۹ دو تاس را انداخته‌ایم، اگر حاصل‌جمع شماره‌های روشده کمتر از ۶ باشد، احتمال آنکه شمارهٔ یکی از تاس‌های روشده ۲ باشد کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$

۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۱

۱۰ اعداد ۹, ..., ۲, ۱، بر روی ۹ کارت یکسان نوشته شده است. به‌تصادف دو کارت از بین آن‌ها بیرون می‌آوریم، با کدام احتمال مجموع عدد این دو کارت برابر ۱۱ است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$

۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

۱۱ در دو پیشامد مستقل A و B، اگر $P(A \cap B) = ۰/۱$، $P(A \cup B) = ۰/۶$ و با فرض $P(B') > P(B)$، احتمال وقوع پیشامد B کدام است؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۳

۳) ۰/۲ ۴) ۰/۲۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲ A و B دو پیشامد از یک فضای نمونه‌ای هستند. اگر $P(A) = ۰/۴$، $P(B|A) = ۰/۲۵$ و $P(B) = ۰/۳$ باشد، $P(B|A')$، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۵}$

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۹

۱۳ احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر ۰/۹ و برای شخص B برابر ۰/۸ می‌باشد. با کدام احتمال، لااقل عمل جراحی برای یکی از این دو نفر، موفقیت‌آمیز است؟

۱) ۰/۹۲
۲) ۰/۹۴
۳) ۰/۹۶
۴) ۰/۹۸

کنکور سراسری علوم تجربی داخل ۱۳۹۵

۱۴ در دو پیشامد مستقل A و B، اگر $P(A \cap B) = ۰/۶$ و $P(A \cap B') = ۰/۲$، آنگاه $P(A \cup B')$ کدام است؟

۱) ۰/۷
۲) ۰/۷۵
۳) ۰/۸۵
۴) ۰/۹

کنکور سراسری ریاضی و فیزیک داخل ۱۳۹۸

۱۵ نمرات مهارت برای کارگر (A) : ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳ و ۱۲ و برای کارگر (B) : ۱۶/۵، ۱۶، ۱۵/۵، ۱۳ و ۱۱/۵ بوده است. دقت عمل کدام بیشتر است؟

۱) A
۲) B
۳) یکسان
۴) اظهارنظر نمی‌توان کرد.

کنکور سراسری علوم تجربی خارج از کشور ۱۳۹۸

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

آمار توصیفی

۱. شاخص‌های مرکزی:

الف) میانگین: جمع تمام داده‌ها تقسیم بر تعداد آنها.

ویژگی‌ها:

۱. اگر تمام داده‌ها را در a ضرب کرده و با b جمع کنیم، میانگین نیز با عدد a ضرب و با عدد b جمع می‌شود.

۲. اگر داده‌ها دنباله حسابی باشند، داده وسط میانگین است.

۳. ب) میانه:

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم سپس: اگر تعداد داده‌ها فرد باشد، داده وسط میانه است.

اگر تعداد داده‌ها زوج باشد، میانگین دو داده وسط میانه است.

مثال: میانه؟

ویژگی:

۱. اگر تمام داده‌ها را در عدد a ضرب کرده و با عدد b جمع کنیم، میانه نیز با عدد a ضرب و با عدد b جمع می‌شود.

۲. اگر داده‌ها دنباله حسابی باشند، میانه همان میانگین است.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲. شاخص‌های پراکندگی

الف) دامنه تغییرات: (ساده‌ترین شاخص پراکندگی) تفاضل کوچکترین داده از بزرگترین داده. $R = b - a$

ویژگی‌ها:

۱- به معنای نداشتن تعادل بین داده‌ها است.

۲- کم یا زیاد بودن مقدار عددی پراکندگی بسته به نوع موضوع، مناسب یا نامناسب است.

مثلا: در موضوع درآمدِ افراد: پراکندگی زیاد، نشان دهنده اقتصاد بیمار است و نامطلوب است و

در یک آزمون استخدامی: پرکندگی زیادِ نمرات داوطلبین، دلیل درستی آزمون است و مطلوب است.

مثال: دامنه تغییرات یکی از آزمون‌ها ریاضی کلاس را بدست آورید و تفسیر کنید.

ب) واریانس: میانگین مربع تفاضلات میانگین داده‌ها از تک تک داده‌ها. به عبارت دیگر:

۱. میانگین داده‌ها را می‌یابیم. ۲. تک تک داده‌ها را منهای میانگین کرده و حاصل را به توان دو

می‌رسانیم. ۳. میانگین حاصل‌های شماره ۲ را حساب کرده که واریانس است و با σ^2 نمایش

می‌دهند. به زبان ریاضی:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n}$$

مثال: واریانس داده‌های ۱و ۲و۳و۴و۵ را بیابید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

نکته:

۱. اگر تمام داده‌ها را در عدد a ضرب کرده و با عدد b جمع کنیم، واریانس در عدد a^2 ضرب می‌شود اما عدد b در آن هیچ تاثیری ندارد. به عبارت دیگر:

$$\sigma^2_{(ax_i+b)} = a^2\sigma^2$$

۲. می‌توان واریانس را از رابطه روبرو نیز بدست آورد:

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2$$

۳. واحد واریانس، توان دوم واحد دادها است.

مثال: واریانس داده‌های ۲/۱و ۴/۱و ۶/۱ و ۸/۱ را بیابید.

پ) انحراف از معیار

جذر واریانس را انحراف از معیار می‌گویند. در واقع واحد انحراف از معیار با واحد داده‌ها یرابر است.

مثال: انحراف از معیار ارقام شماره تلفن همراهتان را بیابید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

نکته:

۱. اگر تمام داده‌ها را در عدد a ضرب کرده و با عدد b جمع کنیم، انحراف از معیار در عدد $|a|$ ضرب می‌شود اما عدد b در آن هیچ تاثیری ندارد. به عبارت دیگر:

$$\sigma_{(ax_i+b)} = |a|\sigma$$

ت) ضریب تغییرات

آن را با $C.V$ نمایش می‌دهند و برابر است با نسبت انحراف از معیار به میانگین. به عبارت دیگر: $C.V = \frac{\sigma}{\overline{x}}$

معمولا آن را با درصد بیان می‌کنند و مهمترین ویژگی‌اش آن است که به واحد اندازه‌گیری بستگی ندارد. مثلا برای مقایسه میزان پراکندگی قد و وزن دانش‌آموزان پیک کلاس مناسب است.

مثال:

وزن دو فرد میانسال ۷۵ و ۷۴ کیلوگرم و وزن دو نوزاد ۲/۵ و ۳/۵ کیلوگرم است. میزان پراکندگی را در این دو دسته بررسی کنید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

ویژگی‌ها:

۱. اگر تمام داده‌ها در عدد a ضرب شود ضریب تغییرات تغییری نمی‌کند و اگر تمام داده‌ها با عدد مثبت b جمع شود، ضریب تغییرات کاهش می‌یابد.

۲. ضریب تغییرات برای داده‌های مثبت بکار می‌رود.

مثال: اگر مجموع ده داده برابر ۲۵ و مجموع مربعات آنها برابر ۲۵۰۰ باشد واریانس و ضریب تغییرات را بیابید.

ث) چارک‌ها

چارک اول: با Q_1 نمایش می‌دهند و برابر است با: میانه‌ی نیمه اول داده‌ها.

چارک دوم (همان میانه است) : با Q_2 نمایش می‌دهند و عبارت است از میانه‌ی داده‌ها.

چارک سوم : با Q_3 نمایش می‌دهند و عبارت است از میانه‌ی نیمه دوم داده‌ها.

مثال: چارک‌ها را در داده‌های زیر به دست آورید.

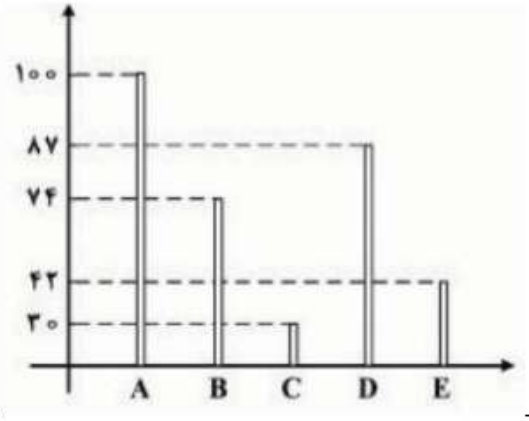
۱۲و ۱۰و ۳و ۱۱و ۱۵و ۱۰و ۱۳و ۱۰و ۸و ۵و ۱۲و ۱۳و ۱۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

تست‌های کنکور:

سراسری تجربی – ۹۶

۱ – نمودار میله ای روبه رو ، تعداد کارکنان با مهارت فنی ، در ۵ گروه متمایز است . در نمایش آن با نمودار دایره ای ، زاویهٔ مربوط به گروه B ، چند درجه است ؟



۱) ۷۵

۲) ۸۰

۳) ۸۴

۴) ۸۴

سراسری تجربی – ۹۶

۲ – ضریب تغییرات ، در داده های آماری زیر ، با فراوانی تجمعی داده شده ، کدام است ؟

مرکز دسته	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
فراوانی تجمعی	۷	۱۶	۳۳	۴۴	۵۰

۱) ۰/۱۶ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۲۸

سراسری تجربی ۹۶ – خارج از کشور

۳ – داده های آماری با نمودار ساقه و برگ داده شده است . اگر این داده ها در ۵ طبقه دسته بندی شوند ، درصد فراوانی نسبی دسته وسط ، کدام است ؟

ساقه	برگ							
۱	۱	۱	۲	۴	۵	۷	۹	
۲	۰	۰	۱	۱	۳	۴	۵	۸
۳	۱	۲	۲	۲	۴	۶	۷	۸

۱) ۱۶

۲) ۱۸

۳) ۲۰

۴) ۲۴

سراسری تجربی ۹۶ – خارج از کشور

۴ – ضریب تغییرات ، در داده های آماری زیر ، کدام است ؟

مرکز دسته	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی مطلق	۷	۹	۱۷	۱۱	۶

۱) ۰/۱۰

۲) ۰/۱۵

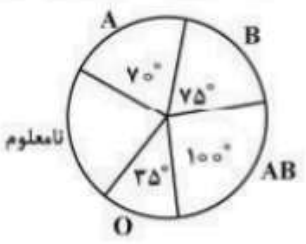
۳) ۰/۲۰

۴) ۰/۲۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

سراسری تجربی – ۹۵

۵ - نمودار دایره ای روبه رو ، متناسب با تعداد کارکنان سازمانی با گروه خونی متمایز است . گروه خونی ۳۲ نفر از آنان تعیین نشده اند . چند نفر از آنها ، دارای گروه خونی B هستند .



۱) ۲۵
۲) ۳۰
۳) ۳۶
۴) ۴۰

سراسری تجربی – ۹۵

۶ - میانگین طول اضلاع مربع هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۰/۲ محاسبه شده است . میانگین مساحت این مربع ها ، کدام است ؟

۱) ۲۲۹ ۲) ۲۳۲ ۳) ۲۳۴ ۴) ۲۳۶

سراسری تجربی ۹۵ – خارج از کشور

۷ - در نمودار جعبه ای ۲۳ دادهٔ آماری ، میانگین دنباله های سمت چپ و سمت راست به ترتیب ۲۱/۶ و ۳۳ و میانگین داده های داخل و روی جعبه ۲۵ می باشد . میانگین کل این داده ها کدام است ؟

۱) ۲۵/۸ ۲) ۲۶ ۳) ۲۶/۱ ۴) ۲۶/۲

سراسری تجربی ۹۵ – خارج از کشور

۸ – در ۳۰ داده ی آماری ، مجموع تمام داده ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات این داده ها ۲۱۹۰ می باشد . ضریب تغییرات کدام است ؟

۱) ۰/۲۲۵ ۲) ۰/۲۷۵ ۳) ۰/۳۲۵ ۴) ۰/۳۷۵

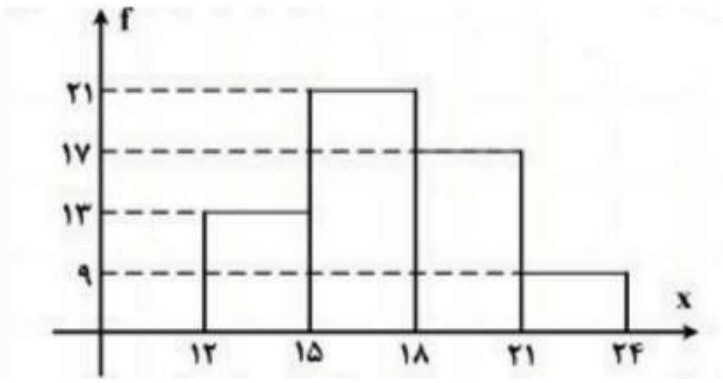
سراسری تجربی ۹۵ – خارج از کشور

۸ – در ۳۰ داده ی آماری ، مجموع تمام داده ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات این داده ها ۲۱۹۰ می باشد . ضریب تغییرات کدام است ؟

۱) ۰/۲۲۵ ۲) ۰/۲۷۵ ۳) ۰/۳۲۵ ۴) ۰/۳۷۵

سراسری تجربی - ۹۴

۹ - از داده های آماری با نمودار مستطیلی مقابل ، سه داده ۱۴ و ۱۶ و ۱۶ حذف شده است . در نمودار دایره ای داده های جدید ، بزرگترین زاویه مرکزی نظیر دسته ها چند درجه است ؟



۱) ۹۰°
۲) ۱۰۵°
۳) ۱۲۰°
۴) ۱۳۵°

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

سراسری تجربی - ۹۴

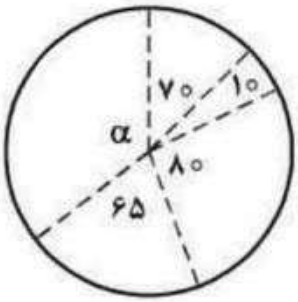
۱۰ - داده های آماری به صورت نمودار ساقه و برگ نشان داده شده است . در نمودار جعبه ای ، تفاضل میانه از میانگین چند درجه است ؟

ساقه	برگ
۵	۰ ۱ ۱ ۲ ۴ ۴ ۶ ۷ ۹ ۹
۶	۰ ۰ ۲ ۳ ۳ ۵ ۵ ۶
۷	۱ ۱ ۲ ۲ ۴ ۷ ۸

۱) ۰
۲) ۰/۵
۳) ۱
۴) ۱/۵

سراسری تجربی ۹۴ – خارج از کشور

۱۱ - افراد یک جامعه به ۵ گروه سنّی تقسیم شده اند که نمودار دایره ای آنها با زاویه مرکزی برحسب درجه رسم شده است . گروه سنّی با زاویه مرکزی α ، شامل چند درصد این جامعه است ؟



۱) ۲۳
۲) ۳۲/۵
۳) ۳۶
۴) ۳۷/۵

سراسری تجربی ۹۴ – خارج از کشور

۱۲ – میانگین اضلاع مربع هایی برابر ۸ و میانگین مساحت آنها ۶۵/۴۴ می باشد . ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع ها ، کدام است ؟

۱) ۰/۱۲ **۲) ۰/۱۵** ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۲۵

سراسری تجربی - ۹۳

۱۳ – در یک شرکت داروئی ، جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره ای نشان می دهیم . زاویه مربوط به کارکنان ارشد چند درجه است ؟

نوع مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکترا
تعداد	۳۰	۹۰	۱۸۰	۱۲۰	۳۰

۱) 84°
۲) 92°
۳) 96°
۴) 105°

سراسری تجربی - ۹۳

۱۴ - در ۲۵ داده آماری ، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰و ۸ می باشد . اگر داده های ناجور ۱۰ ، ۱۵ ، ۴۵ ، ۵۰ از بین آنها حذف شوند ، واریانس داده های باقی مانده کدام است ؟

۱) ۱۴/۷۲ ۲) ۱۴/۸۱ ۳) ۱۵/۳۳ **۴) ۱۶/۶۶**

---

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

سراسری تجربی ۹۳ – خارج از کشور

۱۶ – میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می باشد . اگر داده های ۲۰ ، ۲۷ ، ۲۸ به آنان افزوده شود ، واریانس ۲۱ داده جدید کدام است ؟

۱) ۹/۲۵ ۲) ۹/۳۶ **۳) ۹/۵۲** ۴) ۹/۶۳

سراسری تجربی - ۹۲

۱۷ - در جدول فراوانی تجمعی زیر ، میانگین کدام است ؟

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

۱) ۹/۲
۲) ۹/۳
۳) ۹/۴
۴) ۹/۵

سراسری تجربی - ۹۲

۱۸– در ۱۵۰ داده آماری با میانگین ۱۲ ، به دو برابر هر یک از داده ها ۳ واحد اضافه می کنیم تا داده های جدیدی حاصل شود . ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است ؟

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ **۳) $\frac{۷}{۸}$** ۴) $\frac{۸}{۹}$

سراسری تجربی ۹۲ – خارج از کشور

۲۰ – میانگین محیط مربع هائی برابر ۸۴ و میانگین مساحت این مربع ها ۴۹۰ می باشند . ضریب تغییرات در طول ضلع این مربع ها کدام است ؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۲۷ ۳) ۰/۲۸ **۴) ۰/۳۳**

سراسری تجربی - ۹۱

۲۱ – جمع آوری داده ها به کدام طریق مورد قبول نیست ؟

۱) مصاحبه ۲) مشاهده ۳) انجام آزمایش **۴) پرسش هدایت کننده**

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

سراسری تجربی - ۸۷

۳۹ – در توزیع فراوانی داده های پیوسته ، کدام نمودار مناسب تر است ؟

۱) مستطیلی ۲) **چندبر فراوانی** ۳) میله ای ۴) دایره ای

سراسری تجربی - ۸۷

۴۰ – دو نفر در یک آزمایشگاه ، در ۵ روز متوالی همزمان شروع به کار کرده اند .امتیازات دقّت کاری آنان ، مطابق جدول زیر است . دقّت کاری کدام بیشتر است ؟

نفر اول	۷	۹	۸	۹	۷
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۷	۹

۱) **نفر اول**

۲) نفر دوم

۳) یکسان

۴) نیاز به اطلاعات بیشتر

سراسری تجربی ۸۷ – خارج از کشور

۴۱ – واریانس داده های آماری دسته بندی شده در جدول مقابل کدام است ؟

مرکز دسته	۱	۳	۵	۷	۹
فراوانی	۲	۷	۳	۵	۳

۱) ۵/۴

۲) ۵/۶

۳) ۶/۲

۴) **۶/۴**

سراسری تجربی ۸۶ – خارج از کشور

۴۶ – مجموع ۴۰ داده ی آماری برابر ۱۰۰ و مجموع مربعات این داده ها ۳۴۰ می باشد . انحراف معیار کدام است ؟

۱) ۱/۲۵ ۲) **۱/۵** ۳) ۲/۲۵ ۴) ۲/۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

سراسری تجربی - ۸۵

۴۸– در ۶۰ داده ی آماری ، میانگین ۳ و انحراف معیار ۱/۲ محاسبه شده است . اگر به تمام داده ها ۹ واحد اضافه شود ، ضریب تغییرات داده های جدید کدام است ؟

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

سراسری تجربی ۸۵ – خارج از کشور

۴۹ – در داده های ۱۸,۱۴,۱۶,۲۰,۲۴,۱۵,۱۴,۱۲,۲۶,۲۱,۲۰,۲۵

میانگین « داده های بزرگتر از چارک اول و کوچکتر از چارک سوم » کدام است ؟

۱) ۱۸/۲۵ ۲) ۱۸/۳۳ ۳) ۱۸/۶۶ ۴) ۱۸/۷۵

سراسری تجربی ۸۵ – خارج از کشور

۵۰ – جدول زیر مقادیر انحراف از میانگین داده های آماری دسته بندی شده را مشخص می کند . فراوانی مطلق در دسته ششم چقدر است ؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۷

انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی مطلق	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳

سراسری تجربی - ۸۴

۵۱ – هشت دادهٔ آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ مفروض است . اگر دو دادهٔ ۱۲ و ۱۸ به آنها اضافه شود ، واریانس ۱۰ دادهٔ حاصل ، کدام است ؟

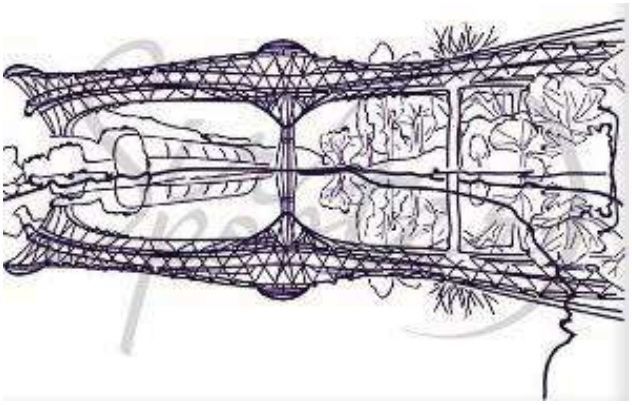
۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۴/۸ ۴) ۵

سراسری تجربی ۸۴ – خارج از کشور

۵۲ – میانگین چند داده برابر ۵۷ است . ابتدا از هر داده ۱۲ واحد کم و سپس داده های حاصل را سه برابر کرده ایم . میانگین داده های نهائی کدام است ؟

۱) ۴۵ ۲) ۷۰ ۳) ۱۳۵ ۴) ۱۵۹

پیروز خواهید شد، مهم آن است که با چه رتبه‌ای؟



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا