خرید آنلاین در gajmarket.com

فعالیت ..... صفحهٔ ۳۹ کتاب درسی

① **یک گراف دلخواه مانند G با n رأسِ $v_1, v_2, \dots, v_n$ و m یال $e_1, e_2, \dots, e_m$ در نظر بگیرید.**

$|V(G)| = n$ $\qquad$ $|E(G)| = m$

② **تمام یال‌های گراف G را حذف کنید.**

با حذف تمام یال‌ها، یک گراف تهی با n رأس به دست می‌آید.

③ **مجموع درجات تمام رئوس گراف حاصل چند است؟ تعداد یال‌های گراف حاصل چند است و این دو عدد چه ارتباطی با هم دارند؟**

مجموع درجات رئوس در گراف تهی صفر و تعداد یال‌ها نیز برابر صفر است.

④ **یال e_1 را در جای خود (بین همان دو رأسی که e_1 قبل از حذف شدن بین آنها قرار داشت) قرار دهید و به سؤال ۳ جواب دهید.**

اگر یال e_1 را اضافه کنیم، به مجموع درجات رئوس گراف دو واحد اضافه می‌شود. در این حالت مجموع درجات رئوس گراف، دو برابر تعداد یال‌هاست.

⑤ **تمام یال‌های $e_2, e_3, \dots, e_m$ را یکی‌یکی در جای خود قرار دهید تا به گراف اولیهٔ G برسید و پس از اضافه کردن هر یال مجدداً برای گراف جدید ساخته‌شده به سؤال ۳ جواب دهید.**

با اضافه کردن هر یال، دو واحد دو واحد به مجموع درجات رئوس گراف اضافه می‌شود. در هر یک از این حالت‌ها نیز مجموع درجات رئوس گراف، دو برابر تعداد یال‌ها است.

⑥ **آیا مجموع درجات رئوس یک گراف می‌تواند عددی فرد باشد؟** خیر

چرا؟ زیرا وقتی از گراف تهی شروع کردیم و یکی‌یکی یال‌ها را اضافه کردیم، مجموع درجات رئوس گراف به صورت الگوی دوتا دوتای $0, 2, 4, 6, \dots$ ایجاد شد که شامل اعداد زوج است و شامل هیچ عدد فردی نیست.

$0 \xrightarrow{+2} 2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+2} 6, \dots$

⑦ **برای تساوی $\sum_{i=1}^{n} \deg(v_i) = \deg(v_1) + \deg(v_2) + \dots + \deg(v_n) = 2m$ استدلال خود را بیان نمایید.**

با توجه به آنچه گفته شد، با اضافه شدن هر یال مانند e_i $(1 \le i \le m)$، ۲ واحد به مجموع درجات رئوس گراف تهی اضافه می‌شود. اگر همهٔ این m یال را اضافه کنیم، بنابراین 2m واحد به مجموع درجات رئوس گراف تهی اضافه خواهد شد. یعنی:

$$\text{مجموع درجات رئوس گراف} = \underbrace{0}_{\text{گراف تهی}} + \underbrace{2}_{\text{به‌ازای } e_1} + \underbrace{2}_{\text{به‌ازای } e_2} + \underbrace{2}_{\text{به‌ازای } e_3} + \dots + \underbrace{2}_{\text{به‌ازای } e_m} = \underbrace{2+2+2+\dots+2}_{\text{تا } m} = 2m$$

بنابراین:

$$\sum_{i=1}^{n} \deg(v_i) = \deg(v_1) + \deg(v_2) + \dots + \deg(v_n) = \text{مجموع درجات رئوس گراف} = 2m$$

@cipbooks قبل از استفاده، کنار کتاب سی‌ای‌پی بیشتر عضو شوید