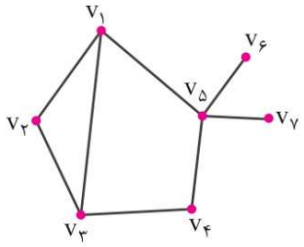
خرید آنلاین در gajmarket.com

کار در کلاس ..... صفحهٔ ۳۶ کتاب‌درسی

درجهٔ سایر رئوسِ گرافِ شکل ۸ (صفحهٔ ۳۵ کتاب درسی) را بنویسید و مشخص کنید کدام رئوس فرد و کدام رئوس زوج‌اند.



$\deg(v_۱)=۳$ (رأس فرد) $\deg(v_۲)=۲$ (رأس زوج)

$\deg(v_۳)=۳$ (رأس فرد) $\deg(v_۴)=۲$ (رأس زوج)

$\deg(v_۵)=۴$ (رأس زوج) $\deg(v_۶)=۱$ (رأس فرد)

$\deg(v_۷)=۱$ (رأس فرد)

مسئلهٔ(۱) ..... صفحهٔ ۳۸ کتاب‌درسی

اگر G یک گراف با n رأس و v یک رأسِ آن باشد و $d_G(v)$ و $d_{\overline{G}}(v)$ به‌ترتیب درجهٔ رأس v در گراف‌های G و $\overline{G}$ باشند، مقدار $d_G(v)+d_{\overline{G}}(v)$ را به دست آورید.

در یک گراف (ساده) با n رأس، هر رأس را حداکثر می‌توان به $n-۱$ رأس دیگر وصل کرد. یعنی اگر رأسی مانند v به همهٔ رأس‌های دیگر متصل باشد، $\deg(v)=n-۱$. با توجه به تعریف گراف G و $\overline{G}$، اگر این دو گراف را با هم در نظر بگیریم، رأس v در اجتماع آنها، به همهٔ رأس‌های دیگر وصل می‌شود و در نتیجه:

$$d_G(v)+d_{\overline{G}}(v)=n-۱$$

مسئلهٔ(۲) ..... صفحهٔ ۳۸ کتاب‌درسی

یک گراف n رأسی حداکثر چند یال می‌تواند داشته باشد؟

در یک گراف ساده بین هر دو رأس دلخواه حداکثر یک یال وجود دارد. بنابراین تعداد کل یال‌ها (حداکثر یال‌ها) همان تعداد حالت‌های انتخاب ۲ رأس از n رأس است. (انتخاب هر ۲ رأس معادل با انتخاب یک یال است.)

$$q_{max}=\binom{n}{۲}=\frac{n(n-۱)}{۲}$$

مسئلهٔ(۳) ..... صفحهٔ ۳۸ کتاب‌درسی

اگر G یک گراف n رأسی باشد، مقدار $q(G)+q(\overline{G})$ را به دست آورید.

اجتماع یال‌های گراف G و $\overline{G}$، همان حداکثر تعداد یال‌های ممکن برای گراف G را به ما می‌دهد. پس:

$$q(G)+q(\overline{G})=\frac{n(n-۱)}{۲}$$

مسئلهٔ(۱) ..... صفحهٔ ۳۸ کتاب‌درسی

یک گراف کامل p رأسی چند یال دارد؟

گراف کامل K_p حداکثر تعداد یال ممکن در یک گراف ساده را دارد. یعنی:

$$q=\frac{p(p-۱)}{۲}$$

مسئلهٔ(۲) ..... صفحهٔ ۳۸ کتاب‌درسی

اگر G یک گراف p رأسی باشد، چه رابطه‌ای بین تعداد یال‌های گراف‌های G، $\overline{G}$ و K_p وجود دارد؟

$$E(G)\cap E(\overline{G})=\varnothing\Rightarrow|\underbrace{E(G)\cup E(\overline{G})}_{K_p}|=|E(G)|+|E(\overline{G})|\Rightarrow|K_p|=|E(G)|+|E(\overline{G})|\Rightarrow q(K_p)=q(G)+q(\overline{G})$$