خرید آنلاین در gajmarket.com

پرسش متن ..... صفحهٔ ۱۱ کتاب درسی

ویژگی ۳: هرگاه عددی دو عدد را بشمارد آنگاه مجموع و تفاضل آن دو عدد را نیز می‌شمارد.

$$a|b \wedge a|c \Rightarrow a|b \pm c$$

اثبات:
$$\left.\begin{matrix} a|b \Rightarrow b = a\times q_1 \\ a|c \Rightarrow c = aq_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow b \pm c = a \times \underbrace{(q_1 \pm q_2)}_{q} \Rightarrow a|b \pm c$$

سؤال ..... صفحهٔ ۱۱ کتاب درسی

آیا از اینکه $a|b+c$ همواره می‌توان نتیجه گرفت که $a|c$ یا $a|b$؟ خیر، به مثال نقض زیر توجه کنید.

فرض کنید $a=۶$، $b=۸$ و $c=۴$. در این صورت $۶|۸+۴$ ولی $۶\nmid ۸$ و $۶\nmid ۴$.

پرسش متن ..... صفحهٔ ۱۱ کتاب درسی

ویژگی ۴: اگر $a|b$ و $b\neq ۰$ در این صورت $|a|\leq|b|$.

اثبات: چون $a|b$ پس $b=aq$ و چون $b\neq ۰$ پس $q\neq ۰$ و چون $q\in\mathbb{Z}$ لذا $|q|\geq ۱$. حال اگر طرفین نامساوی اخیر را در $|a|$ ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$۱\leq|q| \Rightarrow |a|\times ۱\leq |a||q| \Rightarrow |a|\leq|aq| \Rightarrow |a|\leq|b|$$

نتیجه: اگر $a|b$ و $b|a$ آنگاه $a=\pm b$.

اثبات:
$$\left.\begin{matrix} a|b \overset{(۴)}{\Rightarrow} |a|\leq|b| \\ b|a \overset{(۴)}{\Rightarrow} |b|\leq|a| \end{matrix}\right\} \Rightarrow |a|=|b| \Rightarrow a=\pm b$$

کار در کلاس ..... صفحهٔ ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی

۱) اگر $a\neq ۰$ عددی صحیح و دو عدد $(۷m+۶)$ و $(۶m+۵)$ بر a بخش‌پذیر باشند ثابت کنید $a=\pm ۱$.

$$\left.\begin{matrix} a|۷m+۶ \overset{\times ۶}{\Rightarrow} a|۴۲m+۳۶ \\ a|۶m+۵ \overset{\times ۷}{\Rightarrow} a|۴۲m+۳۵ \end{matrix}\right\} \Rightarrow a|(۴۲m+۳۶)-(۴۲m+۳۵) \Rightarrow a|۱ \Rightarrow a=\pm ۱$$

$\Rightarrow a|۱ \Rightarrow a=\pm ۱$ (چرا؟)

زیرا می‌دانیم شمارنده‌های صحیح عدد ۱ اعداد ± ۱ هستند.

۲) اگر $a|b$ نشان دهید که $a^n|b^n$.

اثبات: $a|b \Rightarrow b=aq \Rightarrow b^n=a^n q^n \overset{q^n=q'}{\Rightarrow} b^n=a^n\times q' \Rightarrow a^n|b^n$

۳) اگر $a|b$ و $c|d$ نشان دهید که $ac|bd$.

$$\left.\begin{matrix} a|b \Rightarrow b=aq_1 \\ c|d \Rightarrow d=cq_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow b\times d=(a\times c)\underbrace{(q_1q_2)}_{q}$$

$$\Rightarrow bd=a\times c\times q \Rightarrow ac|bd$$

۴) اگر $a|b$ و $a|c$ نشان دهید که $a|mb\pm nc$.

(از ویژگی ۱ و ویژگی ۳ استفاده کنید).

$$\left.\begin{matrix} a|b \Rightarrow b=aq_1 \Rightarrow mb=maq_1 \\ a|c \Rightarrow c=aq_2 \Rightarrow nc=naq_2 \end{matrix}\right\} \Rightarrow mb\pm nc=a\underbrace{(mq_1\pm nq_2)}_{q} \Rightarrow mb\pm nc=aq \Rightarrow a|mb\pm nc$$

@cipbooks
فیل از استفاده حتما در کانال سی پی بوکز عضو شوید