gajmarket.com خرید آنلاین در

درس اول: استدلال ریاضی

کار در کلاس ..... صفحهٔ ۳ کتاب‌درسی

هر یک از گزاره‌های زیر را اثبات و یا با ارائهٔ مثال نقض رد کنید.

الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است.

اثبات: دو عدد فرد $a=2k+1(k\in\mathbb{N})$ و $b=2k'+1(k'\in\mathbb{N})$ را در نظر بگیرید. با استفاده از اثبات مستقیم داریم:

$$a+b=2k+1+2k'+1=2k+2k'+2=2(\underbrace{k+k'+1}_{q\in\mathbb{N}})=2q$$

ب) برای هر دو عدد حقیقی x و y: $\sqrt{x+y}=\sqrt{x}+\sqrt{y}$

مثال نقض: فرض کنید $x=1$ و $y=3$:

$$\left.\begin{array}{l}\sqrt{x+y}=\sqrt{1+3}=2\\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{1}+\sqrt{3}\simeq 2/7\end{array}\right\}\Rightarrow \sqrt{x}+\sqrt{y}\neq\sqrt{x+y}$$

پ) برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، عدد 2^n-1 اول است.

مثال نقض: فرض کنید $n=4$ باشد، در این صورت $2^4-1=15=3\times 5$ عددی اول نیست.

ت) مجموع هر دو عدد گویا، عددی گویاست.

اثبات: فرض کنید $x=\frac{a}{b}$ و $y=\frac{c}{d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{Z}$ و $b,d\neq 0)$ دو عدد گویا باشند، در این صورت:

$$x+y=\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$$

یک عدد گویا است، زیرا $ad+bc\in\mathbb{Z}$ و $bd\in\mathbb{Z}$ و $bd\neq 0$.

ث) اگر برای هر سه مجموعه A، B و C داشته باشیم، $A\cup B=A\cup C$ آنگاه $B=C$.

مثال نقض: سه مجموعهٔ $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$، $B=\{2,5,6,7\}$ و $C=\{3,5,6,7\}$ را در نظر بگیرید. مشاهده می‌کنیم که $A\cup B=A\cup C=\{1,2,3,4,5,6,7\}$، اما B و C مساوی نیستند.

ج) اگر k حاصل‌ضرب دو عدد طبیعی متوالی باشد، آنگاه $4k+1$ مربع کامل است.

اثبات: دو عدد طبیعی متوالی n و $n+1$ را در نظر بگیرید. در این صورت:

$$k=n(n+1)\Rightarrow 4k+1=4n(n+1)+1=4n^2+4n+1=(2n+1)^2$$

مثال ..... صفحهٔ ۴ کتاب‌درسی

الف) اگر $a=0$، در این حالت حکم برقرار است. (چرا؟)

اگر صفر بودن a را با p و صفر بودن b را با q نشان دهیم، در این صورت: حکم: $p\vee q$

طبق فرض $a=0$ است، یعنی p درست است و در نتیجه حکم $p\vee q$ برقرار است.

@cipbooks
قبل از استفاده حتماً در کانال سی پی بوکز عضو شوید