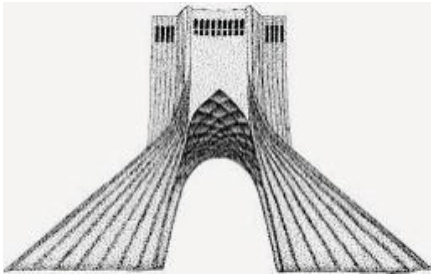
Telegram : @YAZDAHO



فصل اول: هندسه تحلیلی و جبر

۱. آشنایی با هندسه تحلیلی

۱– فاصله بین دو نقطه روی محور طول‌ها

اگر طول نقاط A , B را با x_A , x_B نشان دهیم در اینصورت فاصله بین A تا B از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$|AB| = |x_B - x_A|$$

مثال۱. اگر طول نقاط A برابر ۱۱ و طول نقاط B برابر $-\sqrt{2}$ باشد فاصله بین A تا B را بیابید.

۲– فاصله دو نقطه $A\begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ تا $B\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$ از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

مثال۲- اگر $A\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, B\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}, C\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ سه راس مثلث باشند:

۱- رسم مثلث.۲-محیط آن را بیابید. ۳-نوع آن را تعیین کنید. ۴-شیب دوضلع AC و CB را بیابید.

مثال ۳-معادله خط عمودمنصف پاره خطی را بیابید که دو نقطه $A\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}, B\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ را بهم وصل می‌کند.

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

Telegram : @YAZDAHO

۳– شرط عمود و موازی بودن دوخط

۱. دوخط L , L' را موازی گوییم اگر و تنها اگر شیب‌های آنها با هم برابر باشند یعنی $m = m'$

۲. دو خط L , L' را برهم عمود می گوییم و تنها اگر شیب یکی قرینه و معکوس دیگری باشد به عبارتی دیگر

$$m \times m' = -1 \qquad \text{یا} \qquad m = -\frac{1}{m'}$$

مثال : وضعیت خطوط زیر را نسبت به هم تعیین کنید :

الف) $\begin{cases} y = 2x - 3 \longrightarrow m = 2 \\ x + 2y = 5 \longrightarrow m' = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

$\Rightarrow$ دو خط برهم عمودند

ب) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \longrightarrow 3x + 2y = 6 \longrightarrow m = -\frac{3}{2} \\ x = -\frac{2}{3}y - 4 \longrightarrow 3x + 2y = 4 \longrightarrow m' = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow m = m' \Rightarrow$ خط موازی اند

نکته : دو خط $ax + by + c = 0 \ , a'x = b'y + c' = 0$ مفروض اند .

۱. اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ باشد آن گاه دوخط با هم موازی‌اند و بالعکس .

۲. اگر $aa' + bb' = 0$ باشد ، آن گاه دو خط برهم عمودند و بالعکس .

۳. اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد آن گاه دو خط برهم منطبق‌اند .

مثال ۱. دو خط $(m-1)x + 2y = 3 \ , 5x - \frac{m}{2}y - 1 = 0$ برهم عمودند . مقدار m را بیابید.

مثال 2. اگر نقاط $A(a , 1-2a) \ , \ B(1-2m , m) \ , \ C(0,1)$ در یک راستا باشند مقدار a,m را بیابید.

شراط اینکه سه نقطه بر یک استقامت باشند این است که

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

Telegram : @YAZDAHO

شیب هر دو نقطه دلخواه با شیب دو نقطه دیگر برابر باشند.

۴- مختصات نقطه وسط یک پاره‌خط

۱. مختصات وسط پاره خط AB با طول های x_A , x_B از رابطه زیر به دست می آید :

$$AM = MB \Rightarrow x_m - x_A = x_A - x_m \Rightarrow 2x_m = x_A + x_B \Rightarrow x_m = \frac{xA+xB}{2}$$

مثال ۱. اگر طول A ، -3 و طول B برابر ۵ باشد و $AM = 3MB$

$x_m - x_A = 3(x_B - x_m)$ $\qquad$ $x_B = 5$, $x_A = -3$

$x_m - (-3) = 3(5 - x_m) \Rightarrow x_m + 3 = 15 - 3x_m \Rightarrow 4x_m = 12 \Longrightarrow x_m = 3$

۲. اگر $A\begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ و $B\begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}$ آنگاه مختصات وسط پاره خط AB از رابطه

$$M\begin{bmatrix} \frac{x_A + x_B}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} \end{bmatrix}$$

بدست می‌آید.

مثال ۲. اگر $A\begin{bmatrix} 2a+1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B\begin{bmatrix} 4 \\ k-1 \end{bmatrix}$ مفروض باشد و $M\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ مختصات وسط آنها باشد مقادیر a و k را بیابید.

مثال ۳. در مثلثی با سه راس $A\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $B\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$, $C\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ اندازه میانه AM را بیابید.

مثال۴. خطوط $x = 0$ و $y = -\frac{3}{2}$ و $2x - 3 = 0$ را رسم کنید و و ضعیت هریک را نسبت به دیگری تعیین کنید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

Telegram : @YAZDAHO

۵– فاصله یک نقطه از یک خط

فاصله یک نقطه $A(x_0 , y_0)$ از خط $ax + by + c = 0$ از فرمول زیر محاسبه می شود

$$l : ax + by + c = 0 \quad و \quad A(x_0, y_0) \Rightarrow \quad AH = d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

نکته: معادله خط حتما باید به صورت استاندار $ax + by + c = 0$ باشد یعنی مساوی صفر باشد .

مثال ۱. فاصله نقطه $A(-3 , 2)$ را از خط $y = 2x + 1$ به دست آورید .

مثال ۲. فاصله نقطه $A(-1 , 4)$ از خط $3x + 4y = k + 1$ برابر ۲ است . مقدار k را بیابید .

مثال ۳. نقطه $A(3 , -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع ان منطبق بر خط $2y - x = 5$ است.

مساحت این مربع را بیابید. (تجربی ۹۳)

مثال ۴. دو نقطه روی خط به معادله $y = x - 1$ قرار دارند که فاصله این نقاط از خط به معادله $3x - 3y = 5$ برابر $\sqrt{13}$ است . طول این دو نقطه را بیابید . (تجربی ۸۹)

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۶– فاصله دو خط موازی

۱. اگر دو خط $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ و موازی مفروض باشند فاصله آنها از یکدیگر از رابطه زیر به دست می آید :

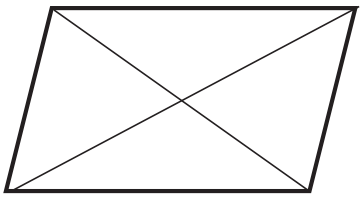
$$d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

۲. معادله خطی که از وسط دو خط موازی $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ می گذرد از رابطه زیر به دست می آید :

$$l : ax + by + \frac{c+c'}{2} = 0$$

۳. در هر متوازی الاضلاع مجموع طول های مختصات رأس ها مقابل باهم برابرند همچنین مجموع عرض های مختصات رأس های مقابل نیز باهم برابرند به عبارت دیگر :

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$



مثال ۱. فاصله دو خط $3x - 2y = 5$ و $9x = 6y + 2$ را به دست آورید.

مثال ۲. در مثال قبل معادله خط میانی دو خط داده شده را بیابید.

مثال ۳. تقطه (۶ و ۷) رأس یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بردو خط معادلات $2y - 3x = 11$ و $3y + 4x = 8$ می باشند، مختصات وسط قطر را بیابید . (تجربی ۹۰)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴. اگر $A(x_A , x_A)$ و $B(x_B , Y_B)$ و $C(x_C , y_C)$ مختصات رأس‌های مثلث ABC باشند آن گاه

الف) مختصات مرکز ثقل مثلث از رابطه $G\left[\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\right]$ به دست می آید.

(مرکز ثقل مثلث محل برخورد سه میانه مثلث است)

ب) مساحت مثلث از رابطه زیر به دست می آید :

$$S_\Delta = \frac{1}{2}\left|(x_A y_B + x_B y_C + x_c y_A) - (y_A x_B + y_B x_C + y_c x_A)\right|$$

مثال ۴. اگر $A(2 , -1)$ و $B(3 , 5)$ و $C(4 , -6)$ باشد.

الف) مرکزثقل مثلث را بیابید. ب) مساحت مثلث را حساب کنید.

تمرین در منزل

۱. مثلث ABC را به رأس‌های $A(-1 , 3)$ و $B(1 , 1)$ و $3(1 , 3)$ در نظر بگیرید :

الف) مثلث را رسم کنید. ب)نوع مثلث را تعیین کنید. ج)محیط مثلث را به دست آورید.

د) معادله خط عمود منصف BC را به دست آورید. ه) طول ارتفاع AH را حساب کنید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲. $A(-2\ ,5)$ و $B(-6\ ,11)$ نقاط دو سر قطر یک دایره اند. مختصات مرکز و طول شعاع دایره را به دست آورید.

۳. شکل نمای جانبی عدسی از منحنی سهمی به معادله $Y = x^2 - 6x - 27$ مدل سازی شده است.

الف) مختصات B , A ب) طول AB ج) بیشترین ضخامت عدسی

۴. فاصله دو خط موازی $-3x + \sqrt{3}y + 6 = 0$ و $-x\sqrt{3} + y - 2 = 0$ را بیابید.

۵. خط $6x + 8y = 10$ بر دایره ۳ به مرکز $5(-2\ ,1)$ مماس است. طول قطر دایره چقدر است ؟

۶. نقطه $S(x\ ,4)$ روی نیم‌دایره‌ای به شعاع ۵ در شکل روبرو داده است.

الف) x را بیابید. ب)شیب خط های AS و BS را بیابید و نشان دهید برهم عمودند.

۷. اگر فاصله نقطه $A(-1\ ,2)$ از خط $ax + 3y = 2$ برابر ۲ باشد. مقدار a را به دست آورید .

۸. فاصله نقطه $A(1\ ,-4)$ از خط $8x - 6y = 2k$ برابر ۳ باشد مقدار k را به دست آورید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹. نقطه ای روی خط $y = 3x$ تعیین کنید که مجموع فاصله‌های آن تا مبدأ مختصات و نقطه $A(2\ ,\ 1)$ برابر ۴ باشد.

۱۰. $A(3\ ,\ 2)$ و $B(-1\ ,\ 1)$ و $C(5\ ,\ 3)$ سه رأس مثلث ABC هستند. اگر M , H به ترتیب پای ارتفاع AH و میانه AM باشند طول M , H را به دست آورید .

۱۱. فاصله دو خط به معادلات $y = \sqrt{3}x + 2$ و $\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0$ را به دست آورید.(تجربی۸۸)

۱۲. مساحت مثلث با سه رأس $A(2\ ,\ 5)$ و $B(3\ ,\ 0)$ و $3(0\ ,\ 2)$ را به دست آورید. (تجربی۹۲)

۱۳. اگر نقطه‌های $A(3\ ,\ 2)$ و $B(-1\ ,\ -4)$ و $C(2\ ,\ 1)$ فاصله نقطه A از عمود منصف BC را به دست آورید.

۱۵. نقطه $A(3\ ,\ -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط روی $2y - x = 5$ است. مساحت این مربع؟

۱۵. نقطه $A(3\ ,\ 2)$ مرکز لوزی $ABCD$ است. اگر قطرهای لوزی به موازات محورهای مختصات و خط $6x + y = 8$ معادله یکی از اضلاع آن باشد، محیط لوزی؟

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶. در مربع $ABCD$ مختصات راس $A(3\ ,2)$ و ضلع BC روی خط $y = kx + 1$ قرار دارد. اگر مساحت این مربع 5 باشد، حاصل جمع مقادیر قابل قبول برای k را بیابید.

۲– تابع و معادله درجه دو

در سال دهم با روش های تجزیه، مربع کامل کردن، ریشه گیری و روش کلی (Δ) برای حل معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ آشنا شدید. هر یک را به روش خواسته شده حل کنید:

الف) $x^2 - x - 110 = 0$ (تجزیه)

ب) $x^2 + 6x + 7 = 0$ (مربع کامل کردن)

ج) $x^2 - 8 = 0$ (ریشه‌گیری)

د) $2x^2 - x = 2$ (روش کلی–دلتا)

همچنین روش میانبری نیز بود: (برای هر یک مثالی بیاورید)

اگر $a + b + c = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} \end{cases}$

$a + c = b \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{c}{a} \end{cases}$

روش ساختن معادله درجه دو با داشتن (معلوم بودن) ریشه های آن $(\alpha\ ,\beta)$

روش اول: مطابق روبرو انجام مراحل ۱و۲و۳

$(1)\quad S = \alpha + \beta$ $\qquad$ $(2)\quad P = \alpha \times \beta$

$\Rightarrow (3)\quad x^2 - Sx + P = 0$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

روش دوم:

مطابق زیر انجام مراحل ۱ و ۲ و ۳

$$(1)\ \begin{cases} x=\alpha \\ x=\beta \end{cases} \Rightarrow (2)\ \begin{cases} x-\alpha=0 \\ x-\beta=0 \end{cases} \Rightarrow (3)\ \boxed{(x-\alpha)(x-\beta)=0}$$

مثال ۱: معادله درجه دومی بسازید که ریشه‌های آن $-\frac{3}{5}$ و ۷ می‌باشد:

$$S=7+\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{35-3}{5}=\frac{32}{5} \qquad \text{و} \qquad P=7\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{21}{5}$$

$$\Rightarrow x^2-\frac{32}{5}x-\frac{21}{5}=0 \Rightarrow \cdots$$

مثال 2. محیط یک مستطیل 33^{cm} و مساحت آن 65^{cm^2} است. ابعاد مستطیل را بیابید.

$$\text{طول:}\alpha \qquad \text{محیط} = 2(\alpha+\beta)=33 \qquad \alpha+\beta=\frac{33}{2}$$

$$\text{عرض:}\beta \qquad \text{مساحت} = \alpha\times\beta=65 \qquad \Rightarrow x^2-Sx+P=0$$

$$\Rightarrow 2x^2-33x+130=0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta=b^2-4ac \\ \Delta=33-4(2)(130) \end{cases} \quad x^2-\frac{33}{2}x+65=0 \Rightarrow$$

$$=1089-1040=49 \Rightarrow x=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x=\frac{33\pm7}{2(2)}=\begin{cases} \frac{33+7}{4}=\frac{40}{4}=10= \text{طول} \\ \frac{33-7}{4}=\frac{2}{4}=\frac{13}{2}=\frac{7}{5}= \text{عرض} \end{cases}$$

مثال ۳. مساحت یک لوزی 4^{cm^2} و مجموع دو قطر آن $\frac{17}{3}$ است. محیط این لوزی را بیابید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲. روابط ریشه‌ها (α, β) و ضرایب (a, b, c) $ax^2 + bx + c = 0$

اگر α , β ریشه‌های معادله درجه دو باشند:

α و $\beta = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha \times \beta = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{b^2-b^2+4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

مثال 4.

اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $3x^2 - 6x + 2 = 0$ باشد، بدون حل معادله مقدار عددی عبارت زیر را به دست آورید: $S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-6}{3}$ و $P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{3}$

الف) $\alpha^2 + \beta^2 = ?$ $\Rightarrow$ $\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 2^2 - 2\left(\frac{2}{3}\right) = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$

ب) $\alpha^3 + \beta^3 = ?$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2 = S^3 - 3PS$$

$$= 2^3 - 3\left(\frac{2}{3}\right)(2) = 8 - 4 = 4$$

ج) $|\alpha - \beta| = ?$ $\quad |\alpha - \beta| = A \Rightarrow (\alpha - \beta)^2 = A^2 \Rightarrow$

$$\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P - 2P = S^2 - 4P \Rightarrow |\alpha - \beta| = \sqrt{S^2 - 4P}$$

$$= \sqrt{2^2 - 4\left(\frac{2}{3}\right)} = \sqrt{4 - \frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

د) $3\alpha^2 + 6\beta - 2 = ?$

ریشه $\beta \Rightarrow 3\beta^2 - 6\beta + 2 = 0 \Longrightarrow 3\beta^2 = 6\beta - 2 \Longrightarrow 3\alpha^2 + 6\beta - 2 = \ 3\alpha^2 + 3\beta^2 =$
$3(\alpha^2 + \beta^2) = 3 \times \frac{8}{3} = 8$

ج) $3\alpha^2 + 2\beta^2 = ?$ $\boxed{m\alpha^2 + n\beta^2 = \left(\frac{m+n}{2}\right)(\alpha^2 + \beta^2) + \left(\frac{m-n}{2}\right)(\alpha^2 - \beta^2)}$

$$\left(\frac{3+2}{2}\right)(\alpha^2 + \beta^2) + \left(\frac{3-2}{2}\right)(\alpha^2 - \beta^2) = \cdots$$

مثال5. اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 2 = 0$ باشند، مقدار عددی عبارات زیر را به دست آورید:

الف) $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} =$

ب) $\frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1} =$

ج) $\beta^2 + \frac{4}{\beta^2} =$

ج) $4\alpha^2 + 3\beta^2 =$

مثال۶. معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن مربع ریشه‌های معادله $x^2 + 4x - 1 = 0$ باشد؟

(گزینه ۲-۹۷)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

کار در کلاس:

1. اگر α و β ریشه‌های معادله $x(5x+3)=2$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادله $4x^2-kx+25=0$ به صورت $\frac{1}{\alpha^2}$, $\frac{1}{\beta^2}$ است؟(ریاضی ۹۰)

2. به ازای چه مقدار m ، مجموع جذر هردو ریشه معادله $2x^2-(m+1)x+\frac{1}{8}=0$ برابر 2می باشد؟

(ریاضی ۹۶)

3. در معادله $3x^2-15x+m=0$ اگر یکی از ریشه‌ها2 واحد بیشتر از ریشه دیگر باشد، m و هر دو ریشه را بیابید.

4. به ازای چه مقدار m نمودار تابع $f(x)=(m-3)x^2+mx-1$ از ناحیه اول محورهای مختصات نمی‌گذرد؟
(ریاضی ۹۲)

5. به ازای چه مقدار m ، معادله درجه دوم $(2m-1)x^2+6x+m-2=0$ دارای دو ریشه حقیقی است؟
(ریاضی ۹۷)

1) $-2<m<\frac{3}{5}$

2) $-2<m<\frac{2}{5}$

3) $-1<m<\frac{3}{-}5$ 4) $-1<m<\frac{2}{5}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۳. صفرهای تابع

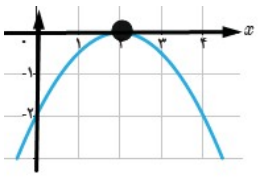
برای هر تابع f ، جواب‌های معادله $f(x)=0$ را در صورت وجود، صفرهای تابع می‌نامند.

به لحاظ شهودی اگر نمودار $f(x)$ را رسم کنیم صفرهای تابع f، طول نقاط تلاقی نمودار با محور x هاست.

مثال ۱ . صفرهای تابع $f(x)=-x^2+4x-4$ را بدست آورید .

الف) روش جبری : $-x^2+4x-4=-(x-2)^2=0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2$

ب) روش هندسی : $f(x)=-(x^2-4x+4)=-(x-2)^2$



مثال ۲ . صفرهای تابع $f(x)=-2x^2+2x+1$ و $g(x)=x^4-x^2-123$ را بیابید.

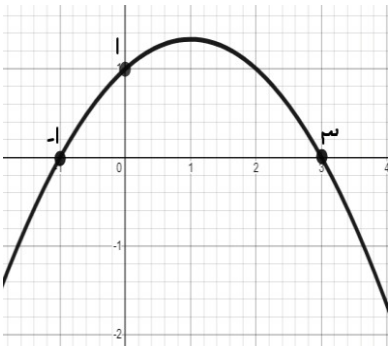
شیوه یافتن ضابطه سهمی از روی نمودار داده شده

۱. اگر صفرهای تابع α,β داده شده باشند از رابطه $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ و استفاده از یک نقطه کمکی در شکل، ضابطه را می‌یابیم.

۲. اگر راس سهمی (h,k) داده شده باشد، از رابطه $y=a(x-h)^2+k$ و استفاده از یک نقطه کمکی در شکل، ضابطه را می‌یابیم.

۳-اگر سه نقطه متفاوت از سهمی با کمک توصیف یا در شکل داده شده باشد از رابطه $y=ax^2+bx+c$ استفاده کرده و با جایگذاری نقاط در آن و حل دستگاه، ضابطه را می‌یابیم.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



مثال ۱. اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد ، مقایر b و a و c را به دست آورید.

$$y = a\,(x-\alpha)(x-\beta) \qquad \begin{matrix}\alpha = -1\\ \beta = 3\end{matrix}$$ با توجه به نمودار

$$\Rightarrow\ y = a\,(x-(-1))(x-3) \ \Rightarrow\ 1 = a(0+1)(0-3)$$

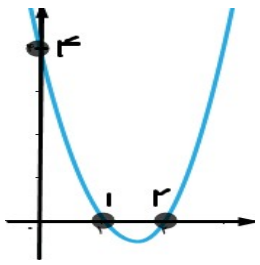
$$\Rightarrow\ 1 = -3a \ \Rightarrow\ a = -\frac{1}{3} \ \Rightarrow y = -\frac{1}{3}\ (x+1)(x-3)$$

$$y = -\frac{1}{3}\ (x^2 - 2x - 3) \ \Rightarrow\ y = -\frac{1}{3}\ x^2 + \frac{2}{3}x + 1 \ \Rightarrow b = \frac{2}{3} \ \text{ و } \ c = 1$$

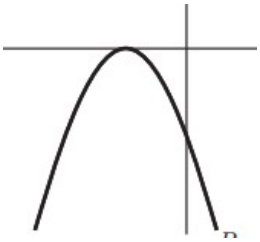
$$\begin{bmatrix}3\\0\end{bmatrix} \Rightarrow\ 0 = a(3)^2 + b(3)^2 + 1 \ \Rightarrow \begin{cases} 9a + 3b = -1 \\ a - b = -1 \end{cases} \Rightarrow \cdots$$

$$\begin{bmatrix}-1\\0\end{bmatrix} \ \Rightarrow\ 0 = a(-1)^2 + b(-1) + 1$$

$$\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} \ \Rightarrow\ 1 = a(0)^2 + b(0) + c \ \Rightarrow$$



مثال ۳. در نمودار سهمی زیر با معادله $y = ax^2 + bx + c$ مقایر a و b و c را بدست آورید.

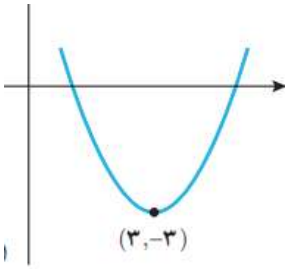


مثال ۴. در نمودار سهمی زیرمحور طولها را در ۱- و محور عرض ها را در ۲- قطع کرده است. ضابطه سهمی را بیابید.

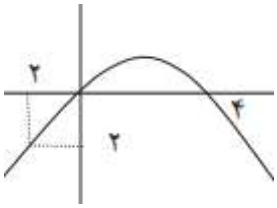
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال ۵. در نمودار سهمی زیر $|a| = 1$ معادله $y = ax^2 + bx + c$ را بدست آورید.



مثال ۶. در نمودار سهمی زیر ضابطه $y = ax^2 + bx + c$ را بدست آورید.



مثال ۶. بهازای چند مقدار ، سهمی $y = ax^2 + (3 + 2a)x$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی گذرد.

(کنکور ۱۴۰۱)

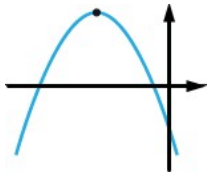
۱)هیچ ۲) تمام ۳) ۲ ۴) ۱

مثال ۷. محورتقارن سهمی‌های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط $y = 1$ رسم شود. مقدار ؟ $ab =$ (کنکور دی ۱۴۰۲)

۱)۴ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) -۸

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال ۸. به ازای کدام مقادیر k نمودار تابع $f(x)=kx^2+(k+3)x-1$ محور xها را در دو نقطه به طول‌های منفی قطع می‌کند ؟ (ریاضی ۹۲)



عرض از مبدأ $c=(-1)$ است و دو ریشه منفی دارد

پس نمودار آن شبیه روبرو است .

۱ دهانه سهمی روبه پایین است پس $k<0$

۲ دو ریشه دارد پس : $\Delta>0 \Leftarrow$ $(k+3)^2-4(k)(-1)>0$

هر نامعادله درجه ۲ نیاز به تعیین علامت دارد بنابراین:

$k^2+6k+9+4k>0 \Rightarrow k^2+10k+9>0$

$k^2+10k+9=0 \longrightarrow \begin{cases} k=-1 \\ k=-9 \end{cases}$ شکل $\Rightarrow (k<-9)\cup(k>-1)$

۳ با توجه به منفی بودن ریشه ها طول رأس سهمی باید منفی باشد یعنی : $-\frac{b}{2a}<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{k+3}{k}>0 \Rightarrow$ شکل $\Rightarrow (k<-3)\cup(k>0)$

مثال۹. فرض کنید نقاط $(-2,5)$ و $(0,5)$ و $(1,11)$ ، بر سهمی $f(x)=ax^2+bx+c$واقع باشند. سهمی از کدام نقطه می‌گذرد؟(۹۹) $(-1,3)$ $(-1,4)$ $(2,9)$ $(2,15)$

مثال ۱۱. اگر یکی از ریشه های معادله $x(ax^2-x-5)=2$ برابر با ۲ باشد. مجموع دو ریشه دیگر را بیابید. (ریاضی ۸۷)

$x=2 \Rightarrow 2(4a-2-5)=2 \Rightarrow 4a=8 \Rightarrow a=2 \Rightarrow x(2x^2-x-5)=2$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0 \;\Rightarrow\; 2x^2 + 3x + 1 = 0 \;\Rightarrow\; a + c = b \;\Rightarrow x = -1, -\frac{1}{2}$$

$$(2x^3 - x^2 - 5x - 2) \div (x - 2) = 2x^2 + 3x + 1 \qquad \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2}$$

۴. تشخیص علامت Δ , c , b , a از روی نمودار سهمی داده شده :

۱. دهانه سهمی روبه بالا $a > 0$ دهانه سهمی روبه پایین $a < 0$

2. نقطه برخورد با محور عرض‌ها وضعیت علامت c را تعیین می‌کند :

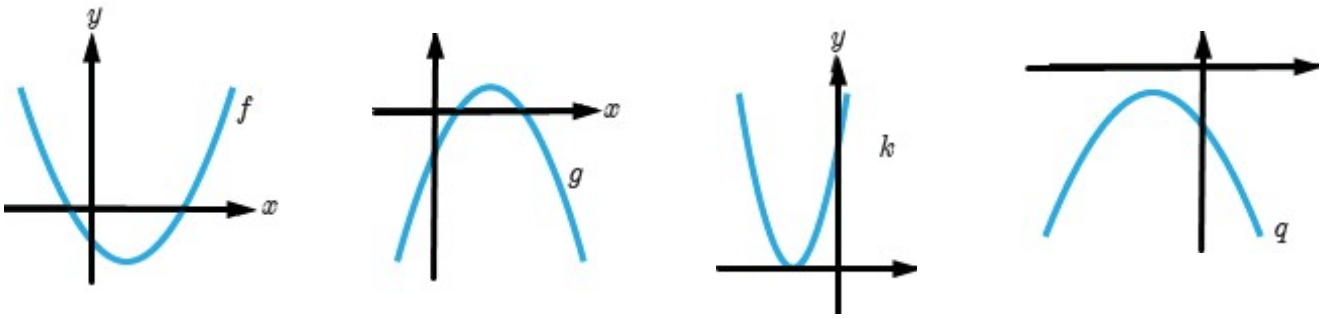
3. برای علامت b ، ابتدا موقعیت رأس سهمی را تعیین کرده و با توجه به علامت طول رأس سهمی

$(-\frac{b}{2a})$ و علامت a ، علامت b تعیین می‌شود.(روش دیگر از شیب خط مماس بر نقطه تقاطع با y ها)

۴- علامت Δ ، با توجه به تعداد برخورد نمودار سهمی با محور طول تعیین می‌شود یعنی:

بدون برخورد $\leftrightarrow \Delta < 0$	یک نقطه برخورد $\leftrightarrow \Delta = 0$	دو نقطه برخورد $\leftrightarrow \Delta > 0$

مثال ۱. در هر قسمت علامت Δ , c , b , a را تعیین کنید.



مثال ۲. الف) یک نمودار سهمی در دستگاه مختصات رسم کنید که در آن c , b , a هم علامت باشند.

ب) یک نمودار سهمی در دستگاه مختصات رسم کنید که $a < 0$ و $b > 0$ و $c = 0$ باشند.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

کار در کلاس

۱. در هر قسمت صفر تابع را در صورت وجود بیابید :

الف) $f(x) = (x-2)^2 + (x-2) - 6$

ب) $f(x) = x^4 - 10x^2 + 24$

ج) $f(x) = x^6 - 10x^3 - 6$

۲. اگر $x = 2$ یکی از صفرهای تابع $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$ باشد. حاصلضرب ریشه‌های دیگر را بیابید.

۳. در تعداد ریشه‌های معادله $ax^4 + bx^2 + c = 0$ در حالات مختلف بحث کنید.

۴. منحنی با معادله $y = (2x+1)(x+8)$ با خطوط $y = mx$ نقطه مشترک ندارد. حدود m را بیابید .

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶. ماکزیمم و مینیمم تابع درجه دو

در سهمی $f(x)=ax^2+bx+c$ ابتدا طول راس سهمی را از رابطه $x=-\frac{b}{2a}$ می‌یابیم.

سپس عدد به دست آمده را در تابع جایگزین می‌کنیم در واقع $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$ را محاسبه می‌کنیم. (می‌توان از رابطه $y=-\frac{\Delta}{4a}$ نیز مقدار y را به دست آورد).

الف) اگر $a>0$ آنگاه مقدار $f\left(-\frac{b}{2a}\right)=-\frac{\Delta}{4a}$ مینیمم تابع است.

ب) اگر $a<0$ آنگاه مقدار $f\left(-\frac{b}{2a}\right)=-\frac{\Delta}{4a}$ ماکزیمم تابع است.

مثال ۱. مقدار ماکزیمم یا مینیمم توابع زیر را بیابید. $f(x)=(x-1)^2+\frac{1}{2}x+1$

$f(x)=-x^2+\sqrt{2}x-2$

مثال ۲ نمودار تابع $y=x^2+2x+5$ را 3 واحد به طرف x های مثبت، سپس 2 واحد به طرف y های منفی انتقال می‌دهیم. نمودار جدید در کدام بازه بالای نیمساز ربع اول است ؟ (ریاضی ۹۷)

1) $(3,4)$
2) $(2,5)$
3) $(3,5)$
4) $(2,6)$

مثال۴. کمترین مقدار تابع $y=mx^2-12x+5m-1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی را تعیین کنید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

کاردر کلاس

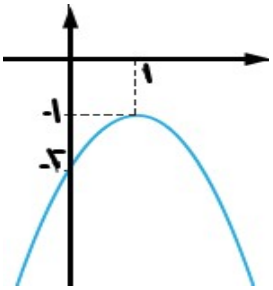
۱. در هر قسمت معادله درجه دومی بنویسید که :

الف) ریشه‌های آن $2 \pm \sqrt{a^2+4}$ باشد.

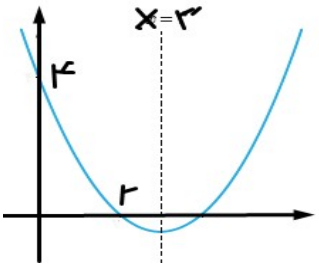
ب)یکی از ریشه‌های آن معکوس ریشه دیگری باشد.

۲. در هر یک از شکل‌های زیر با نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$، مقایر c , b , a را تعیین کنید و پس از تعیین صفرهای تابع آن را تعیین علامت کنید .

الف)



ب)



۳. مقدار ماکزیمم یا می‌نیمم توابع زیر را به دست آورید.

الف) $f(x) = -3x^2 + 2x$

ب) $q(x) = \sqrt{2}x^2 + 4x + 3$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

ج) $h(x) = x + \frac{1}{x}$ $\qquad x > 0$

۴. اگر بیشترین مقدار تابع $f(x) = (k+1)x^2 - 4x + k$ برابر صفر باشد، مقدار k ؟(ریاضی ۸۳)

۵. منحنی تابع $y = (m+2)x^2 - 2x + 1$ از هر چهار ناحیه مختصات می گذرد. حدود m را بیابید. (ریاضی۸۷)

۶. برد تابع $f(x) = \frac{x^2}{3} - 2x + 1$ را به دست آورید.

۷. توپی را از ارتفاع ۴۰ متری پرتاب کنیم. اگر معادله ارتفاع توپ از رابطه $h(t) = -t^2 + 13t - 40$ باشد .

الف)توپ در چه زمانی برای بار دوم به زمین می‌خورد ؟

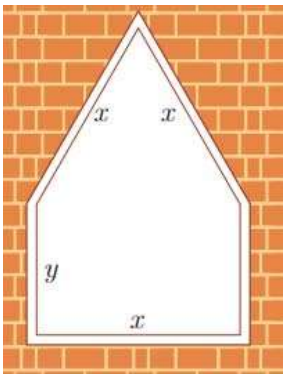
ب)Max ارتفاعی که توپ بالا می‌رود چقدر است ؟

۸. معادله ارتفاع توپی در یک ضربه پنالتی از رابطه $h(t) = -t^2 + 3t$ به دست می‌آید.

الف) توپ در چه زمان‌هایی روی زمین است ؟

ب) بیشترین ارتفاعی که توپ می‌گیرد چقدر است ؟

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



مثال : یک پنجره به شکل مستطیلی است که در بالای آن یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار گرفته است. اگر محیط پنجره $۴m$ باشد، ابعاد مستطیل را طوری بیابید که پنجره حداکثر نوردهی را داشته باشد.

۱۰. رضا و صدرا در یک مسابقه ورزشی، وزنه‌های خود را با زاویه‌های متفاوت α و β که $\alpha < \beta$ است پرتاب می کنند. رضا، زاویه α را انتخاب و مسیر طی شده از رابطه $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{3}{2} + 2$ به دست می‌آید. صدرا زاویه β را انتخاب و مسیر طی شده از رابطه $y = 2x^2 + 3x + 2$ به دست می‌آید. در هر دو معادله، y ارتفاع وزنه از سطح زمین و x مسافت افقی طی شده بر حسب متر است.

الف) مسیر حرکت هر کدام از وزنه‌ها را رسم کنید.

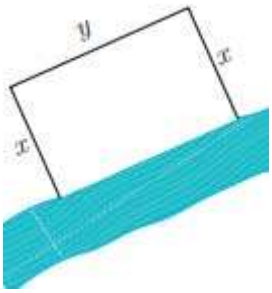
ب) محل برخورد وزنه‌ها با زمین در چه نقاطی است ؟ کدام یک مسافت بیشتری طی می‌کند ؟

ج) کدامیک از وزنه‌ها ارتفاع بیشتری از سطح زمین پیدا کرده است ؟ مقدار آن چقدر است ؟

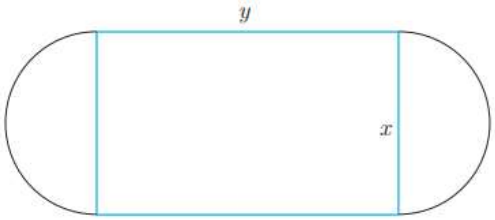
۱۱. یک عکس 15×10 درون یک قاب با مساحت 300 قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، ابعاد قاب را بیابید.

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲. مطابق شکل با ۱۲۰ متر نرده می‌خواهیم کنار رودخانه‌ای زمینی مستطیل شکل محصور کنیم.ا بعاد مستطیل چقدر باشد تا ماکزیمم مساحت را داشته باشیم.



۱۳- در شکل روبرو محیط برابر ۱۴۰۰ متر است. x و y را طوری بیابید که



الف) مساحت مستطیل حداکثر مقدار ممکن گردد.

ب) مساحت کل حداکثر ممکن گردد.

۳. معادلات گنگ (اصم)

به زبان ساده معادله‌هایی را که مجهول، زیر رادیکال باشند را معادله گنگ یا رادیکالی می‌گوییم. برای حل آنها ابتدا در صورت نیاز، جابجایی مناسب را انجام می‌دهیم و سپس دو طرف را به توان فرجه رادیکال می‌رسانیم و محاسبات لازم را انجام می‌دهیم. با جایگذاری در معادله اصلی جواب‌های به دست آمده را امتحان می‌کنیم. اگر به تساوی درستی رسیدیم جواب به دست آمده قابل قبول است. در حل معادله‌های گنگ برخی موارد خاص نیز می‌باشد که با توان دو رساندن مناسب نیست. در ضمن مثال‌ها با آنها آشنا خواهید شد.

مثال ۱. مجموع جواب معادلات زیر را به دست آورید:

الف) $\sqrt{x+1}+x=5$

$$\sqrt{x+1}=5-x \;\Rightarrow\; \sqrt{x+1}=(5-x)^2 \;\Rightarrow\; x+1=25-10x+x^2 \;\Rightarrow$$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

$x^2-11x+24=0 \Rightarrow (x-3)(x-8)=0 \Rightarrow$

$\begin{cases} x=3 \longrightarrow \sqrt{3+1}+3=5 \longrightarrow x=3 \\ x=8 \longrightarrow \sqrt{8+1}+3=5 \longrightarrow \text{غ ق ق} \end{cases}$

ب) $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+7}=5 \Rightarrow \sqrt{x+2}=5-\sqrt{x+7} \Rightarrow$

$$(\sqrt{x+2})^2=(\sqrt{x+7})^2 \Rightarrow x+2=25-10\sqrt{x+7}+x+7 \Rightarrow$$

$$-30=-10\sqrt{x+7} \Rightarrow \sqrt{x+7}=3 \Rightarrow x+7=9 \Rightarrow x=2$$

$\sqrt{2+2}+\sqrt{3+7}=5 \Rightarrow$ ق ق

ج) $\sqrt{x^2+4}+9=0 \Rightarrow \sqrt{x^2+4}=-9$

غیر ممکن، زیرا جواب رادیکال با فرجه زوج نمی‌تواند منفی باشد به عبارتی: $(\sqrt{A+B}) \geq 0$

د) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3}=0 \Rightarrow \sqrt{x+3}=-\sqrt{x-3} \Rightarrow$ **م ج** $=\emptyset$

غیر ممکن، زیرا مجموع دو مقدارنامنفی وقتی صفر می‌شود که هر دو عبارت‌ها (سمت چپ سوال) همزمان صفر باشند.

ه) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x^2-9}=0$ زیرا $x=-3$ همزمان هر دو رادیکال را صفر می کند .

$$x+3=0 \quad \text{و} \quad x^2-9=0 \Longrightarrow \cap \Rightarrow \text{م ج}=\{-3\}$$

$$x=-3 \quad \cap \quad x=\pm 3$$

و) $\sqrt{x^2-4}+3\sqrt{1-x^2}=16$ گاهی اوقات با تعیین دامنه به جواب می رسیم.

$x^2-4 \geq 0 \Rightarrow |x| \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases} (1)$ م.ج $=(1) \cap (2)=\emptyset$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$1 - x^2 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad |x| \leq 1 \quad \Rightarrow \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (2)$

ز) $\sqrt{x + 2\sqrt{2x-4}} + \sqrt{x - 2\sqrt{2x-4}} = 4$

$\left(\sqrt{x + 2\sqrt{2x-4}} + \sqrt{x - 2\sqrt{2x-4}}\right)^2 = 16 \Rightarrow \cdots$

ح) $\sqrt{x^2 - x + 3} = x^2 - x + 1$

مثال۲. الف) عددی بیابید که جمع دو برابر آن با جذرش برابر یک گردد.

ب) عددی بیابید که تفاضل جذرش از دو برابر ثلث آن برابر ۳ گردد.

مثال۳. مختصات نقطه‌ای روی خط $y = x + 1$ بیابید که فاصله آن از دو نقطه $A(1, -1)$ و $B(-3, 3)$ به یک فاصله باشد.

مثال۴. نقطه‌ای روی محور طول‌ها بیابید که فاصله آن از نقطه $P(1, 2)$ برابر ۴ باشد. مسیله چند جواب دارد؟

مثال۵. مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{x^2 - 2x} - 1 = |x|$ کدام است؟(قلم چی ۹۵)

۱) $-\frac{1}{4}$ ۲) ۰ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) بدون جواب

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال۶. اگر $f\left(x+\sqrt{2x-1}\right)=x^2-6$ باشد حاصل $f(1)$ کدام است؟

۱) $-4\sqrt{2}$ ۲) $-2\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $4\sqrt{2}$ (قلم چی ۹۵)

مثال۷. حاصلضرب ریشه‌های حقیقی معادله $2+\sqrt{4x^2-6x-1}=2x^2-3x$ کدام است؟

۱) $-\frac{5}{4}$ ۲) $-\frac{5}{2}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $-\frac{5}{2}$ (گزینه ۲ ۱۴۰۰)

مثال۸. اگر a یک ریشه معادله $\sqrt{3+x}=3\sqrt{x}+1$ باشد، مقدار $\frac{a+1}{a}$ کدام است؟

۱) 12 ۲) 3 ۳) 15 ۴) 17 (گزینه ۲ ۱۴۰۰)

۴. معادلات گویا

به زبان ساده معادله‌ای که مجهول آن در مخرج نیز باشد را معادله گویا می‌گوییم. برای حل آن به کمک ضرب کل معادله در کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها آن را از حالت کسری خارج می‌کنیم و بعد از محاسبات لازم مجهول را می‌یابیم. جوابی قابل قبول است که باعث صفر شدن مخرج‌ها نگردد و یا در شرایط طبیعی صورت مسیله کاربردی داده شده صدق کند.

عموما بیشتر با چهار دسته سوال مواجهیم:۱. حل محاسباتی معادلات. ۲. مسایل حلّال(حل شدن مایعات) ۳. مسایل اتمام کاری توسط دو یا چند نفر. ۴. رفت و برگشت وسیله‌ای با سرعت متفاوت. در زیر با انواع و شیوه حل هر یک آشنا می‌شوید.

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال ۱. مجموعه جواب معادله‌های زیر را بدست آورید.

$$A)\ \frac{x^2}{x^2-2x}-\frac{4-x}{x-2}=\frac{x-1}{x}$$

$$B)\ \frac{x}{x-1}-\frac{3}{x^2-1}=\frac{x-2}{x+1}$$

مثال ۲. اگر $x=2$ **یک جواب معادله** $\frac{x}{a-x}-\frac{a-x}{x}=\frac{a}{x}$ **باشد مقدار** a **را بیابید**$(a\neq 2)$

مثال ۳. به ازای چه مقداری از m **حاصلضرب ریشه‌های معادله زیر برابر ۱۵ است.**

$$\frac{m}{x}-\frac{x}{x-3}=2$$

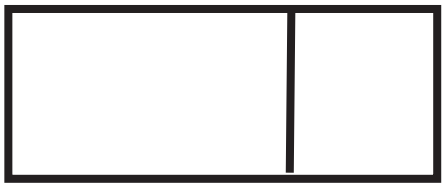
مثال ۴. به ازای چه مقادیری از m **، معادله** $\frac{m}{x^2-3x}-\frac{m}{x^2+3x}=\frac{x}{x^2-9}$ **هیچ ریشه قابل قبولی ندارد؟**

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مثال ۵. سیصد کیلوگرم آب نمک ۴ درصدی را چگونه می توان با افزایش نمک یا کاهش آب به آب نمک ۷ درصدی تبدیل کرد.(به دو روش)

مثال ۶. خط مترو تجریش تا مرقد ۶۰ کیلومتر است. سرعت برگشت به تجریش، ۱۰ کیلومتر بر ساعت کمتر از مسیر تجریش به مرقد است. از اینرو نیم‌ساعت طولانی‌تر می‌شود. سرعت رفت به مرقد چقدر است؟

مثال۷. علی مسیر۳۵کیلومتری A تا B را با دوچرخه رکاب زده و به مبداء بازگشته است. سرعت در برگشت ۶ کیلومتربرساعت کمتر بوده است. اگر مجموع زمان رفت و برگشت ۴ ساعت باشد، سرعت در رفت چقدر است؟



نکته : (عدد طلایی، نسبت طلایی)

عدد طلایی جواب مثبت معادله $x^2 - x - 1 = 0$ است و برابر $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ که تقریبا $\frac{1}{618}$ است و از طرفین وسطین تناسب زیر بدست می‌آید.



$$\frac{x}{1} = \frac{x+1}{x}$$

اگر در یک مستطیل با طول L و عرض W داشته باشیم: $\frac{L}{W} = \frac{W+L}{L}$ **آنگاه در این مستطیل نسبت طلایی برقرار است.**

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

در حل سوالاتی که پاره‌خطی به طول l به دو قسمت a , b تقسیم شده و بین آنها نسبت طلایی برقرار است با تشکیل نسبت زیر و حل آن، مقادیر a , b را می‌یابیم.

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx \frac{1}{618}$$

مثال۸. اگر محیط یک زمین مستطل شکل برابر ۱۴۴ متر و اندازه طول و عرض آن متناسب با نسبت طلایی باشد طول و عرض زمین چقدر است.

مثال ۹. صد کیلوگرم آب و الکل با غلظت ۲۰ درصد موجود است. اگر نیمی از اب آن را تبخیر کنیم چند کیلوگرم باید الکل اضافه کنیم تا غلظت آن ۴۰ درصد گردد.

مثال ۱۰. کار انجام شده توسط آراد در ۸ ساعت انجام می‌شود. اگر رضا به او کمک کند می‌توانند آن کار را در ۱ ساعت و ۳۶ دقیقه تمام کنند. رضا به تنهایی در چند ساعت کار را تمام می‌کند.

تمرین

۱. حاصلضرب ریشه‌های حقیقی معادله $\sqrt{x^2+4x+5} = x^2+4x+3$ را بدست آورید.(کنکور ۹۴)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲. یازده کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با ۴ کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده‌اند. با تبخیر چند کیلوگرم از آن، غلظت محلول به ۵۰ درصد می‌رسد.(خارج ۹۲)

۳. مجموعه جواب معادله روبرو را بدست آورید.

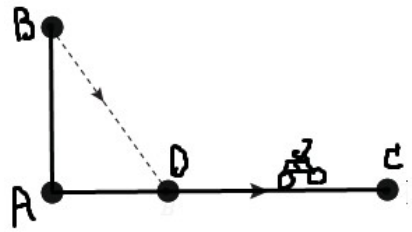
$$2 = \sqrt{12 + x} - \sqrt{2x + 7}$$

۴. امید نقاشی ساختمانی را به تنهایی ۵ روز زودتر از امیر انجام می‌دهد. اگر هر دو نفر با همدیگر کار را در ۱۰ روز تمام کنند. هر یک از آنها به تنهایی در چند روز نقاشی ساختمان را انجام می‌دهند.

۵. مجموعه جواب را بیابید.

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = 3\left(1 - \frac{x-1}{x+1}\right)$$

۶. در شکل زیر اگر $AB = 4\ (km)$ و $AC = 10\ (km)$ و قایق فقط ۱۷ لیتر بنزین تا نقطه D داشته باشد. برای طی مسیر از B به D و سپس از D به C با موتور سیکلت می‌خواهیم از B به C برسیم. اگر قایق $4\ {}^{lit}/_{km}$ و موتور سیکلت $1\ {}^{lit}/_{km}$ مصرف سوخت داشته باشند با موجود بودن فقط ۱۷ لیتر سوخت در قایق موقعیت نقطه D را تعیین کنید.



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۷. مجموعه جواب را بیابید.

$$A) \quad 2\sqrt{3-x}+\sqrt{x-1}=x-4$$

$$B) \quad \frac{x^2-4x+3}{x^2-1}=0$$

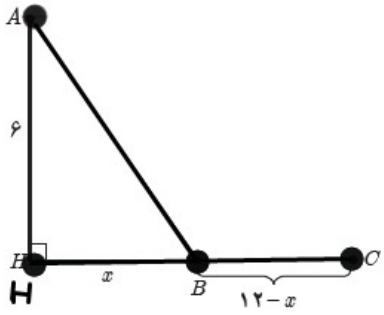
$$C) \quad \frac{2-\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}=4-x$$

$$D) \quad \sqrt{\frac{x+1}{3-x^2}}+\sqrt{\frac{3-x^2}{x+1}}=2$$

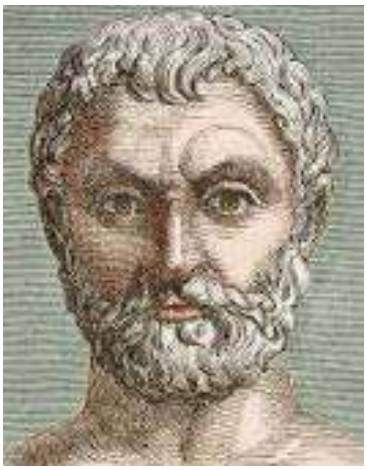
۸. مجموعه جواب نامعادله زیر را بیابید.

$$\frac{3}{2x^2+x+3} \leq \frac{1}{x^2-x+2}$$

۹. یک مرغ دریایی (A) به ارتفاع ۶ متر از سطح آن است. فاصله تصویر او روی آب(H) از ماهی (C) ۱۲ متر است. مرغ برای شکار ابتدا از A به B و سپس از B به C می رود. اگر مرغ در هوا برای هر متر ۱۴ کیلو کالری و برای طی مسیر از سطح آب ۱۰ کیلو کالری انرژی مصرف کند. نقطه B درچه فاصله‌ای از C باشد تا مرغ ۱۸۰ کیلوکالری انرژی مصرف کند؟ اگر مرغ دریایی مستقیما از A به C برود چقدر کالری مصرف می‌کند؟



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا



فصل دوم هندسه

این فصل شامل سه قسمت:

۱. هندسه ترسیمی ۲. استدلال و قضیه طالس ۳.تشابه مثلث‌ها است.

۱. هندسه ترسیمی:

الف) دایره را تعریف کنید:

ب) وضعیت یک نقطه را نسبت به دایره تعیین کنید.

پ) وضعیت یک خط را نسبت به دایره تعیین کنید:

ت) وضعیت دو خط را نسب به یکدیگر بنویسید.

ث) عمود منصف یک پاره‌خط را تعریف کنید:

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا