# آموزش کامل

# ریاضی هفتم

آموزش ریاضی به روش کانگورو

مؤلفین:
محمد ابراهیم امینی / ابوطالب تاسا
فاطمه زکی زاده / مژگان سروری

۳ کتاب
در ۱ کتاب

انتخاب شده
به عنوان کتاب مناسب، توسط
دفتر تکنولوژی آموزشی و کمک آموزشی
وزارت آموزش و پرورش

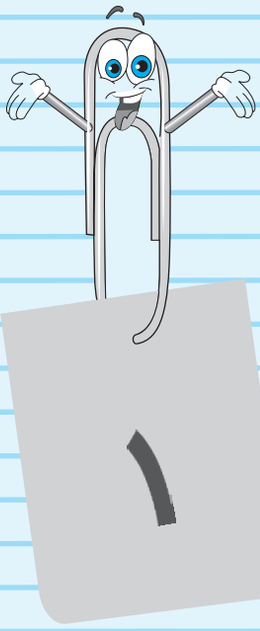
کتابی متفاوت!





✓ ویرایش جدید
به همراه بررسی و تحلیل سوالات تیزهوشان ۹۵

آموزش کامل مطالب کتاب درسی
+ نمونه سؤالات امتحانی با پاسخ تشریحی
+ نمونه سؤالات امتحانی بدون پاسخ






# راهبردهای حل مسئله

## ۱ چگونه مسئله حل کنیم؟

حل مسئله، یکی از مهارت‌های مهم در ریاضی است. انجام فعالیت‌ها و پاسخ دادن به پرسش‌ها و تمرین‌های ریاضی هم نوعی حل مسئله است.

اگر چه افراد مختلف، مسئله‌های مختلف را با روش‌های متفاوتی حل می‌کنند؛ اما چهار مرحله وجود دارد که اگر هنگام حل کردن یک مسئله آن‌ها را در ذهن خود مرور کنیم، می‌توانیم فکر خود را منظم کنیم و مسئله را راحت‌تر حل کنیم:

### گام اول فهمیدن مسئله

معمولاً مسئله‌های پیچیده را نمی‌توانیم حل کنیم، چون در فهم آن‌ها مشکل داریم. برای این‌که یک مسئله را خوب بفهمیم، می‌توانیم کارهای زیر را انجام دهیم:

- مسئله را به زبان خود و با کلمات خود بیان کنیم؛
- مسئله را خلاصه کنیم؛
- مسئله را به صورت یک نمایش درآوریم؛
- مشخص کنیم که مسئله چه اطلاعاتی را به ما داده است؟
- خواسته‌های مسئله را مشخص کنیم.

  (در مورد واحدهای اندازه‌گیری، دقت کنیم که چه واحدهایی داده شده و چه واحدهایی خواسته شده است.)
- اگر مسئله شرایط خاصی دارد، آن‌ها را جدا کرده و بررسی کنیم.
- اطلاعات اضافی مسئله را مشخص کنیم.

### گام دوم انتخاب راهبرد مناسب

در دوره‌ی ابتدایی، با بعضی از راهبردهای حل مسئله آشنا شدیم. در این فصل، ضمن یادآوری آن راهبردها، با یک راهبرد جدید، نیز آشنا خواهیم شد.

برای این‌که بتوانیم راهبرد مناسبی برای حل یک مسئله انتخاب کنیم، باید نام هر راهبرد و کاربرد آن‌ها را در ذهن خود مرور کنیم. بعضی از مسئله‌ها را می‌توانیم با راهبردهای مختلفی حل کنیم و در حل بعضی از مسئله‌ها هم‌زمان از چند راهبرد استفاده می‌کنیم. هر چه بیش‌تر مسئله حل کنیم، پیدا کردن راهبرد مناسب، برای ما آسان‌تر می‌شود. حل کردن یک مسئله از راهبردهای مختلف و بررسی و مقایسه‌ی راهبردها نیز کمک می‌کند تا در انتخاب راهبرد مناسب هر مسئله، مهارت بیش‌تری پیدا کنیم.

#### راهبردهای حل مسئله

- رسم شکل
- حذف حالت‌های نامطلوب
- حدس و آزمایش
- حل مسئله‌ی ساده‌تر
- الگوسازی (تفکر نظام‌دار)
- الگویابی
- زیرمسئله
- روش‌های نمادین

### گام سوم حل کردن مسئله

اگر مسئله را خوب فهمیده باشیم و راهبرد مناسبی انتخاب کرده باشیم، به راحتی می‌توانیم مسئله را حل کنیم. اگر هنگام حل مسئله، متوجه شدیم که راهبرد ما مناسب نیست و به نتیجه نمی‌رسد، به مرحله‌ی انتخاب راهبرد برمی‌گردیم و راهبرد

دیگری را انتخاب می‌کنیم. بعضی وقت‌ها لازم است به مرحله‌ی اول برگردیم و مسئله را دوباره و با دقت بیش‌تری بخوانیم، زیرا ممکن است نکته‌ای در مسئله وجود داشته باشد که به آن توجه نکرده‌ایم.

### گام چهارم بازگشت به عقب

وقتی به جواب مسئله برسیم، کار تمام نشده است. بلکه باید بررسی کنیم و ببینیم:

- آیا همان چیزی را به‌دست آورده‌ایم که مسئله از ما خواسته بود؟
- آیا جواب ما، منطقی است؟

همچنین باید مراحل و عملیات حل مسئله و درستی آن‌ها را دوباره بررسی کنیم. می‌توانیم مسئله را از راه دیگری حل کنیم. در بعضی از مسئله‌ها، می‌توانیم درستی جواب را امتحان کنیم.

در این فصل، بعد از معرفی هر راهبرد، دو مسئله را با استفاده از آن راهبرد حل می‌کنیم. مسئله‌ی اول هر راهبرد، با جزئیات و مراحل حل آورده شده است. در مسئله‌ی دوم، فقط مرحله‌ی حل مسئله آورده شده، اما سعی شده تا در صورت امکان از راهبرد مورد نظر، به شیوه‌های مختلف استفاده شود. قضاوت در مورد این‌که کدام شیوه مناسب‌تر است، به عهده‌ی خود شماست. در چنین مسئله‌هایی یک جای خالی هم برای شما در نظر گرفته شده تا اگر روش بهتری به ذهنتان می‌رسد، در آن قسمت بنویسید.

در این کتاب سعی شده از مسئله‌هایی استفاده شود که مکمل مسئله‌های کتاب درسی باشند. بنابراین برای تمرین بهتر و تسلط بیش‌تر به هر راهبرد، لازم است تا مسئله‌های مربوط به هر راهبرد را که در کتاب درسی آمده‌اند، مرور کنید. پیشنهاد می‌شود مسئله‌های کتاب ریاضی پایه‌ی ششم خود را نیز یک بار دیگر مطالعه کنید.



## ۱. راهبرد رسم شکل

کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که دیگر نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه‌های ریاضی نباشد. ممکن است این شکل در ذهن ما باشد. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بنابراین بهتر است از شکل‌های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنیم.



### مسأله ۱

بالگردی پس از برخاستن از زمین، مأموریت خود را آغاز می‌کند. در اولین مأموریت، ۵۰ کیلومتر به سمت شرق رفته و در دومین مأموریت ۲۰ کیلومتر به سمت شمال حرکت می‌کند. برای انجام مأموریت سوم، ۷۰ کیلومتر به غرب می‌رود و در مأموریت چهارم ۴۰ کیلومتر به سمت جنوب حرکت می‌کند. اگر پس از طی ۲۰ کیلومتر به شرق، آخرین مأموریت را انجام دهد، کوتاه‌ترین مسیر این بالگرد برای بازگشت به نقطه‌ی شروع، چند کیلومتر خواهد بود؟ (مأموریت‌ها به دنبال هم و بدون بازگشت به نقطه‌ی شروع انجام می‌شوند و بالگرد فقط بعد از آخرین مأموریت باز می‌گردد.)

**فهم مسئله**

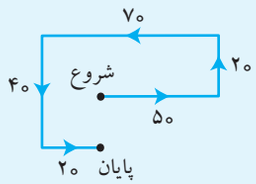
- مسافت‌های پیموده شده در هر مأموریت و جهت حرکت داده شده
- کوتاه‌ترین مسافت (مسیر مستقیم) نقطه‌ی پایان و نقطه‌ی شروع خواسته شده

**انتخاب راهبرد**

- با توجه به این‌که مسیر همه‌ی مأموریت‌ها مستقیم است، کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک کند و ما را به جواب نهایی برساند.

**حل مسئله**

● طبق اطلاعات مسئله، شکل مقابل به‌دست می‌آید:




اگر اندازه‌های داده شده را با هم مقایسه کنیم، مشخص می‌شود که برای بازگشت به نقطه‌ی شروع، باید ۲۰ کیلومتر به سمت شمال حرکت کنیم.

**بازگشت به عقب**

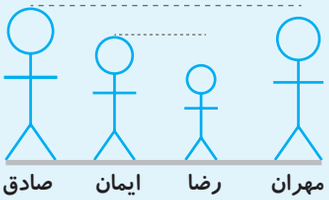
● در این مرحله، شکل رسم شده، عددها، جهت حرکت‌ها و ... را کنترل می‌کنیم. باید بررسی کنیم که آیا نقطه‌های شروع و پایان، دقیقاً زیر هم قرار دارند؟

## مسأله ۲

صادق، مهران، رضا و ایمان عضو تیم تنیس روی میز مدرسه‌اند. مهارت ایمان از رضا بیش‌تر است. صادق از همه قوی‌تر است و مهران بالاتر از رضا قرار دارد. ایمان از مهران ضعیف‌تر است. رتبه‌ی اعضای تیم را مشخص کنید.

**حل مسئله**

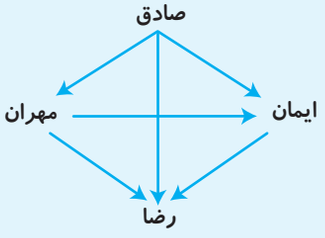
روش اول:




روش دوم:




روش سوم:




روش چهارم: (روش شما)

پاسخ نهایی: ۱ـ صادق، ۲ـ مهران، ۳ـ ایمان، ۴ـ رضا

## ۲. راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار)

در بعضی از مسئله‌ها لازم است همه‌ی حالت‌های ممکن را بنویسیم. برای این‌که هیچ حالتی جا نماند، باید حالت‌ها را با نظم، الگو و ترتیب مشخصی بنویسیم. الگوسازی کمک می‌کند که مطمئن شویم همه‌ی حالت‌ها را نوشته‌ایم. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه‌ی جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسیم، می‌توانیم از این راهبرد استفاده کنیم.

## مسأله ۳

پری ۶۰۰۰ تومان پول دارد. او می‌خواهد تعدادی مجله‌ی ورزشی و یا طنز بخرد. اگر قیمت هر مجله‌ی ورزشی ۱۲۰۰ تومان و قیمت هر مجله‌ی طنز ۶۰۰ تومان باشد، او به چند طریق می‌تواند با همه‌ی پولش، مجله‌های ورزشی و طنز بخرد؟

### فهم مسئله

- داده‌های مسئله: کل پول: ۶۰۰۰ تومان، هر مجله‌ی ورزشی ۱۲۰۰ تومان، هر مجله‌ی طنز ۶۰۰ تومان
- خواسته‌ی مسئله: تعداد حالت‌هایی که پری با همه‌ی پولش می‌تواند مجله بخرد.

### انتخاب راهبرد

- با توجه به این‌که همه‌ی حالت‌های ممکن خواسته شده، منظم نوشتن حالت‌ها اهمیت دارد و به همین دلیل، برای حل این مسئله از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم.

### حل مسئله

- جدولی رسم می‌کنیم و در آن از کوچک‌ترین تعداد ممکن برای یکی از مجله‌ها، شروع کرده و تعداد آن مجله را به طور منظم افزایش می‌دهیم تا تمام حالت‌ها را در نظر بگیریم. باید دقت کنیم که مجموع قیمت مجله‌ها ثابت است. (۶۰۰۰ تومان)

| مجله‌ی طنز (۶۰۰ تومان) | مجله‌ی ورزشی (۱۲۰۰ تومان) |
|---|---|
| – | ۵ |
| ۲ | ۴ |
| ۴ | ۳ |
| ۶ | ۲ |
| ۸ | ۱ |
| ۱۰ | - |

**جواب نهایی:** ۶ حالت

### بازگشت به عقب

- دراین مرحله، تمام حالت‌های ذکر شده را کنترل می‌کنیم تا چیزی از قلم نیفتاده باشد. در هر حالت، قیمت کل را دوباره محاسبه و کنترل می‌کنیم. همچنین بررسی می‌کنیم که آیا پاسخی که پیدا کرده‌ایم، همان چیزی است که خواسته شده بود؟

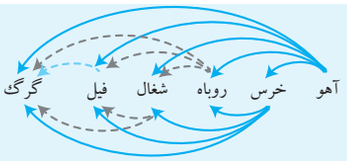
## مسأله ٤

حیوانات جنگل قرار است در یک دوره مسابقه‌ی بسکتبال شرکت کنند و همه‌ی تیم‌ها با یکدیگر مسابقه دهند تا قهرمان مشخص شود. تیم‌های آهوها، خرس‌ها، روباه‌ها، شغال‌ها، فیل‌ها و گرگ‌ها در این مسابقات شرکت کرده‌اند. چند بازی باید انجام شود تا مسابقات به پایان برسد؟

روش اول:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| آهو ـ خرس | خرس ـ روباه | روباه ـ شغال | شغال ـ فیل | فیل ـ گرگ |
| آهو ـ روباه | خرس ـ شغال | روباه ـ فیل | شغال ـ گرگ | |
| آهو ـ شغال | خرس ـ فیل | روباه ـ گرگ | | |
| آهو ـ فیل | خرس ـ گرگ | | | |
| آهو ـ گرگ | | | | |

روش دوم:




در این‌جا از رسم شکل هم کمک گرفتیم.

روش سوم: (روش شما)

پاسخ نهایی: ۱۵ بازی



## ۳. راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانیم حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذاریم تا با حذف آن‌ها به پاسخ مسئله یا همان حالت مطلوب نزدیک شده و در نهایت آن را به‌دست آوریم. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن، می‌توانیم از راهبرد الگوسازی استفاده کنیم. به این ترتیب که ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به‌دست می‌آوریم، سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف می‌کنیم.



### مسأله ۵

در یک مسابقه‌ی تیراندازی با کمان، هر شرکت کننده ۵ تیر پرتاب می‌کند. امتیازهای روی صفحه‌ی هدف ۲، ۴، ۶، ۸ و ۱۰ می‌باشند. یکی از شرکت کنندگان به نام آرش، هر ۵ تیرش را به صفحه‌ی هدف زد. از عددهای زیر، کدام‌ها می‌توانند مجموع امتیاز آرش باشند؟

۳۸, ۲۳, ۵۸, ۳۰, ۴۲, ۳۱, ۲۶, ۶, ۱۴, ۱۵

**فهم مسئله**

- داده‌های مسئله: امتیاز ممکن برای هر تیر (عددی زوج از ۲ تا ۱۰)، هر ۵ تیر آرش به هدف خورده
- خواسته‌ی مسئله: از بین عددهای داده شده، کدام‌ها می‌توانند امتیاز آرش باشند.

### انتخاب راهبرد

- بعضی از عددهای داده شده، با داده‌های مسئله مطابقت ندارند و به اصطلاح نامطلوب هستند که برای حذف کردن چنین عددهایی، باید دلیل منطقی داشته باشیم. با حذف شدن این عددها، به خواسته‌ی مسئله می‌رسیم. پس، از راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب استفاده می‌کنیم.

### حل مسئله

- هر ۵ تیر آرش به صفحه برخورد کرده و می‌دانیم که حداقل امتیاز هر تیر ۲ و حداکثر آن ۱۰ می‌باشد. پس امتیاز آرش حداقل ۱۰ و حداکثر ۵۰ می‌باشد. (حذف عددهای ۶ و ۵۸)
- امتیاز هر تیر، عددی زوج است. پس مجموع امتیاز آرش نیز عددی زوج خواهد بود. (حذف عددهای ۱۵، ۳۱ و ۲۳)
- سایر عددها می‌توانند امتیاز آرش باشند. پس جواب‌های مسئله عبارتند از: ۱۴، ۲۶، ۳۰، ۳۸ و ۴۲

### بازگشت به عقب

- در این مرحله، شرایط مسئله را دوباره بررسی کرده و با پاسخ‌های به‌دست آمده مطابقت می‌دهیم تا از درست بودن پاسخ‌ها مطمئن شویم.

## مسأله ۶

مرضیه با استفاده از رقم‌های ۱ تا ۹، یک عدد سه‌رقمی ساخته است. ملیحه سعی می‌کند عدد را بیابد و مرضیه با استفاده از مهره‌های سفید و سیاه او را راهنمایی می‌کند. هر مهره‌ی سیاه نشان دهنده‌ی درستی یک رقم و جای آن است و هر مهره‌ی سفید نشان دهنده‌ی درستی یک رقم و نادرستی جای آن است. عدد مورد نظر مرضیه کدام است؟

- ◯ ۲ ۳ ۸
- ◯ ۱ ۲ ۳
- ◯ ۸ ۶ ۲

روش اول:

- عدد مورد نظر، رقم ۲ ندارد، چون این رقم در هر سه مکان قرار گرفته، ولی هیچ مهره‌ی سیاهی نگرفته است. پس رقم ۲ را حذف می‌کنیم.
- فرض کنیم رقم ۳ داشته باشد، جای آن حتماً باید در صدگان باشد، چون در دهگان و یکان مهره‌ی سیاه نگرفته؛ ضمن این‌که رقم‌های ۸ و ۱ هم نباید باشند، چون در هر یک از دو حدس اول، فقط یک مهره‌ی سفید گرفته. اما این یک تناقض است؛ زیرا حدس سوم دو مهره‌ی سفید گرفته، در حالی که طبق فرض‌های قبل، عدد مورد نظر نباید ۲ و ۸ داشته باشد. پس خود ۳ حذف می‌شود.

### نتیجه

از حدس اول، رقم ۸ و از حدس دوم رقم ۱ و از حدس سوم، رقم‌های ۸ و ۶ درست هستند.

- رقم ۸ باید در دهگان قرار بگیرد، چون در جاهای دیگر مهره‌ی سیاه نگرفته.
- رقم ۱ در صدگان سیاه نگرفته، پس باید یکان باشد.
- تنها جای باقی‌مانده برای رقم ۶، صدگان است و عدد مورد نظر ۶۸۱ می‌باشد.

روش دوم:

هیچ یک از حدس‌های زده شده، مهره‌ی سیاه نگرفته‌اند، پس رقم‌های استفاده شده در این سه عدد را در جدولی نوشته و مکان استفاده در این سه حالت را حذف می‌کنیم.

| یکان | دهگان | صدگان |
|---|---|---|
| ~~۱~~ | ۱ | ~~۱~~ |
| ~~۲~~ | ~~۲~~ | ~~۲~~ |
| ~~۳~~ | ~~۳~~ | ۳ |
| ~~۶~~ | ~~۶~~ | ۶ |
| ~~۸~~ | ۸ | ~~۸~~ |

**نتیجه**

- رقم ۲ به طور کامل حذف می‌شود.
- طبق حدس اول، فقط یکی از رقم‌های ۳ و ۸ می‌تواند در عدد مورد نظر باشد.
- طبق حدس دوم، از بین رقم‌های ۱ و ۳ فقط یکی می‌تواند باشد.
- با بازگشت به حدس اول، رقم ۳ حذف می‌شود.
- با بازگشت به حدس دوم، رقم ۱ باید باشد.
- با بازگشت به جدول و حذف رقم ۳ و با استفاده از سه رقم ۶، ۸ و ۱، تنها عدد ممکن ۶۸۱ خواهد بود.

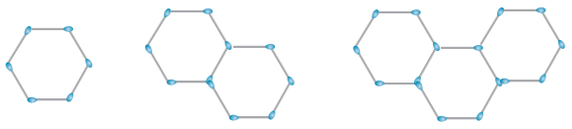
روش سوم: (روش شما)

## ٤. راهبرد الگویابی

در بعضی از مسئله‌ها بین عددها یا شکل‌ها، رابطه‌هایی وجود دارد. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در چنین مسئله‌هایی، کمک می‌کند تا بتوانیم به خواسته‌ی مسئله پاسخ دهیم. بیش‌تر الگوهایی که در مسئله‌های ریاضی با آن‌ها روبه‌رو می‌شویم، یا عددی هستند و یا هندسی، گاهی هم ترکیبی از هر دو. منظور از الگوهای هندسی، الگوها و روابطی هستند که بین چند شکل برقرارند.

### مسأله ۷

اگر شکل‌های زیر را ادامه دهیم، برای ساختن شکل هفتم، چند چوب کبریت لازم است؟



شکل۱ شکل۲ شکل۳

### فهم مسئله

- داده‌های مسئله: سه شکل اول داده شده که تعداد چوب‌کبریت‌ها در آن‌ها به ترتیب ۶، ۱۱ و ۱۶ کبریت است.
- خواسته‌ی مسئله: تعداد چوب‌کبریت‌های شکل هفتم.

### انتخاب راهبرد

- از آن‌جایی که تعداد شش‌ضلعی‌های تشکیل شده در هر شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها به طور منظم افزایش پیدا می‌کند، بهتر است به دنبال کشف الگو و رابطه‌ی بین هر شکل با تعداد چوب‌کبریت‌های آن باشیم. بنابراین، برای حل این مسئله از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم.

### حل مسئله

- با دقت در تعداد چوب‌کبریت‌های سه شکل اول، متوجه می‌شویم که در هر شکل نسبت به شکل قبلی، ۵ چوب کبریت بیش‌تر استفاده شده، بنابراین می‌توانیم الگوی عددی مربوط به تعداد چوب‌کبریت‌ها را ادامه دهیم:

$$۶, ۱۱, ۱۶, ۲۱, ۲۶, ۳۱, ۳۶$$

بنابراین پاسخ صحیح، ۳۶ می‌باشد.

البته می‌توانستیم سریع‌تر به پاسخ برسیم:

- در هر شکل نسبت به شکل قبل ۵ کبریت اضافه شده، پس شکل هفتم، $۵ \times ۶$ کبریت بیش‌تر از شکل اول دارد: $۶ + ۳۰ = ۳۶$.

روش سوم:

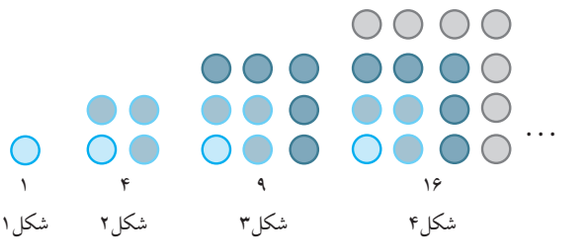
اگر از هر شکل یک کبریت برداریم، تعداد کبریت‌های هر شکل، ۵ برابر شماره‌ی آن خواهد شد. پس شکل هفتم $۵ \times ۷ = ۳۵$ کبریت دارد، که با اضافه کردن آن یک کبریتی که برداشته بودیم، به عدد ۳۶ می‌رسیم.

### بازگشت به عقب

- در این‌جا، می‌توانیم از روش‌های دوم و سوم برای تأیید پاسخ نهایی استفاده کنیم، یا حتی شکل‌ها را تا شکل هفتم ادامه دهیم (با توجه به کوچک بودن عدد) و یا مراحل انجام شده را دوباره بررسی کرده و با خواسته‌ی مسئله مطابقت دهیم.

## مسأله ۸

**اگر شکل‌های زیر را ادامه دهیم، در شکل یازدهم چند دایره خواهیم داشت؟**




**روش اول:**

$$\overset{+3}{1}\frown\overset{+5}{4}\frown\overset{+7}{9}\frown\overset{+9}{16}\frown\overset{+11}{25}\frown\overset{+13}{36}\frown 49$$

$$\overset{+15}{64}\frown\overset{+17}{81}\frown\overset{+19}{100}\frown\overset{+21}{121}$$

(شکل یازدهم)

**روش دوم:**

شکل ۱ : $1$

شکل ۲ : $1+3=4$

شکل ۳ : $1+3+5=9$

شکل ۴ : $1+3+5+7=16$

$\downarrow \qquad \downarrow$

شکل ۱۱ : $1+3+5+7+9+\cdots+19+21=121$

**روش سوم:**

شکل ۱ : $1\times1=1$

شکل ۲ : $2\times2=4$

شکل ۳ : $3\times3=9$

شکل ۴ : $4\times4=16$

$\downarrow \qquad \downarrow$

شکل ۱۱ : $11\times11=121$

**روش چهارم: (روش شما)**

## ۵. راهبرد حدس و آزمایش

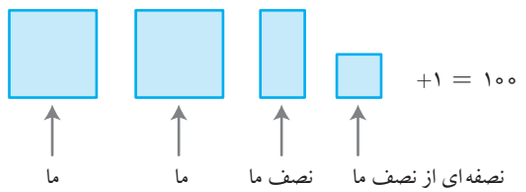
ممکن است بعضی از مسئله‌ها روش و راه‌حل مستقیمی نداشته باشند و یا رسیدن به جواب از روش‌های معمولی، طولانی و دشوار باشد. در چنین مواقعی، می‌توانیم با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی را حدس بزنیم. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حدس خود را بررسی کرده و با توجه به نتیجه‌ای که به‌دست می‌آید، حدس دیگری می‌زنیم. به این ترتیب، به شکلی منطقی و منظم، کم‌کم به پاسخ نزدیک شده و در نهایت به حالت دلخواه می‌رسیم. باید حدس‌ها و آزمایش‌های خود را به شیوه‌ی مناسبی نشان دهیم تا دیگران هم بتوانند آن‌ها را درک کنند.

### مسأله ۹

تعدادی کبوتر با هم پرواز می‌کردند. کلاغی به آن‌ها رسید و پرسید: «شما چند تا هستید؟» یکی از کبوترها پاسخ داد: «ما و ما و نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، جملگی صد می‌شویم.» کبوترها چند تا بودند؟

#### فهم مسئله

- اگر به جای تعداد کبوترها یک مربع در نظر بگیریم، درک مسئله ساده‌تر می‌شود:




#### انتخاب راهبرد

- می‌توانیم با چند حدس تعداد کبوترها را پیدا کنیم. هر حدسی که می‌زنیم باید بر اساس نتیجه‌ای که از حدس‌های قبل از آن می‌گیریم و به شکلی منطقی باشد.

#### حل مسئله

- می‌توانیم حدس‌های خود، آزمایش آن‌ها و نتیجه‌ی هر حدس را در جدولی مانند جدول صفحه‌ی بعد، خلاصه کنیم:

| نتیجه‌گیری | حاصل | رابطه | تعداد (حدس) |
|---|---|---|---|
| خیلی کم است | ۵۶ | ۱ + ۵ + ۱۰ + ۲۰ + ۲۰ | ۲۰ |
| زیاد است (جواب بین ۲۰ و ۴۰) | ۱۱۱ | ۱ + ۱۰ + ۲۰ + ۴۰ + ۴۰ | ۴۰ |
| کم است (جواب بین ۳۲ و ۴۰) | ۸۹ | ۱ + ۸ + ۱۶ + ۳۲ + ۳۲ | ۳۲ |
| زیاد است (جواب بین ۳۲ و ۳۸) | ۱۰۵/۵ | ۱ + ۹/۵ + ۱۹ + ۳۸ + ۳۸ | ۳۸ |
| پاسخ صحیح | ۱۰۰ | ۱ + ۹ + ۱۸ + ۳۶ + ۳۶ | ۳۶ |

#### بازگشت به عقب

- جواب نهایی را با اطلاعات مسئله مطابقت می‌دهیم و مراحل کار را بررسی می‌کنیم.

## مسأله ۱۰

دست‌فروشی اجناس خود را به حراج گذاشت. او فقط اجناس ۲۰۰۰ تومانی یا ۵۰۰۰ تومانی داشت و در پایان روز، متوجه شد از فروش ۱۲ قلم جنس، ۴۵۰۰۰ تومان به‌دست آورده است. اگر دست‌فروش از هر خریدار، فقط یک اسکناس ۲۰۰۰ تومانی یا ۵۰۰۰ تومانی گرفته باشد، اکنون از هر اسکناس چند تا دارد؟

روش اول: تعداد کل اجناس فروخته شده (۱۲) را ثابت می‌گیریم:

| نتیجه‌گیری | کل پول | مجموع ۲۰۰۰ تومانی‌ها | مجموع ۵۰۰۰ تومانی‌ها | تعداد ۲۰۰۰ تومانی‌ها | تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها |
|---|---|---|---|---|---|
| کم است، باید تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها بیش‌تر شود | ۳۶۰۰۰ | ۱۶۰۰۰ | ۲۰۰۰۰ | ۸ | ۴ |
| کم است، باید تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها بیش‌تر شود | ۴۲۰۰۰ | ۱۲۰۰۰ | ۳۰۰۰۰ | ۶ | ۶ |
| زیاد است، باید تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها کم‌تر شود | ۴۸۰۰۰ | ۸۰۰۰ | ۴۰۰۰۰ | ۴ | ۸ |
| پاسخ صحیح | ۴۵۰۰۰ | ۱۰۰۰۰ | ۳۵۰۰۰ | ۵ | ۷ |

روش دوم: به روش الگوسازی (تفکر نظام‌دار) عمل می‌کنیم:

| نتیجه‌گیری | کل پول | مجموع ۲۰۰۰ تومانی‌ها | مجموع ۵۰۰۰ تومانی‌ها | تعداد ۲۰۰۰ تومانی‌ها | تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها |
|---|---|---|---|---|---|
| زیاد است، باید تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها کم‌تر شود | ۶۰۰۰۰ | - | ۶۰۰۰۰ | - | ۱۲ |
| زیاد است، باید تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها کم‌تر شود | ۵۷۰۰۰ | ۲۰۰۰ | ۵۵۰۰۰۰ | ۱ | ۱۱ |
| زیاد است، باید تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها کم‌تر شود | ۵۴۰۰۰ | ۴۰۰۰ | ۵۰۰۰۰ | ۲ | ۱۰ |
| زیاد است، باید تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها کم‌تر شود | ۵۱۰۰۰ | ۶۰۰۰ | ۴۵۰۰۰ | ۳ | ۹ |
| زیاد است، باید تعداد ۵۰۰۰ تومانی‌ها کم‌تر شود | ۴۸۰۰۰ | ۸۰۰۰ | ۴۰۰۰۰ | ۴ | ۸ |
| پاسخ صحیح | ۴۵۰۰۰ | ۱۰۰۰۰ | ۳۵۰۰۰ | ۵ | ۷ |

روش سوم: (روش شما)

## ۶. راهبرد زیرمسئله (مسئله‌های درون مسئله)

بعضی از مسئله‌ها، به ظاهر پیچیده هستند و در چند مرحله حل می‌شوند. این مسئله‌ها را می‌توانیم به چند مسئله‌ی ساده‌تر تبدیل کرده و مرحله به مرحله حل کنیم. وقتی با چنین مسئله‌هایی روبه‌رو می‌شویم، ابتدا باید فهرستی از زیرمسئله‌ها تهیه کنیم، سپس آن‌ها را به ترتیب حل کنیم. این کار به فکر ما نظم می‌دهد. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص دهیم، حل هر زیرمسئله، به حل زیرمسئله‌ی بعدی کمک می‌کند و در نهایت به جواب مورد نظر می‌رسیم.

## مسأله ۱۱

نازنین ۱۲۸ سیب داشت. او ۲۵٪ سیب‌هایش را به نوش‌آفرین و ۲۵٪ از بقیه را به تهمینه داد و درشت‌ترین سیب را به سمیه داد. چند سیب دیگر برای نازنین باقی‌مانده است؟

## فهم مسئله

- تعداد سیب‌های نازنین: (۱۲۸ تا) و درصدی که به هر کس داده مشخص است. باید دقت کنیم که به نوش‌آفرین ۲۵ درصد از کل سیب‌ها را داده است، ولی به تهمینه ۲۵ درصد از بقیه‌ی سیب‌ها را. یک سیب هم به سمیه داده است.

## انتخاب راهبرد

- با توجه به چند مرحله‌ای بودن کار، از راهبرد زیرمسئله استفاده می‌کنیم.

## حل مسئله

- زیر مسئله‌ی اول: چند سیب به نوش‌آفرین داده؟
- زیرمسئله‌ی دوم: بعد از دادن سیب به نوش‌آفرین، چند سیب باقی‌مانده؟
- زیرمسئله‌ی سوم: چند تا از سیب‌های باقی‌مانده را به تهمینه داده؟

- زیرمسئله‌ی چهارم: در مجموع، چند سیب را به دیگران داده؟
- زیرمسئله‌ی پنجم: چند تا از سیب‌های نازنین باقی‌مانده است؟

پاسخ زیرمسئله‌ی اول:

تعداد سیب‌هایی که به نوش‌آفرین داده:

| | |
|---|---|
| ۲۵ | ? |
| ۱۰۰ | ۱۲۸ |

$$\frac{\overset{۳۲}{\cancel{۱۲۸}} \times \overset{۱}{\cancel{۲۵}}}{\underset{۴}{\cancel{۱۰۰}}} = ۳۲$$

پاسخ زیرمسئله‌ی دوم:

$$۱۲۸ - ۳۲ = ۹۶$$

پاسخ زیرمسئله‌ی سوم:

تعداد سیب‌هایی که به تهمینه داده:

| | |
|---|---|
| ۲۵ | ? |
| ۱۰۰ | ۹۶ |

$$\frac{\overset{۲۴}{\cancel{۹۶}} \times \overset{۱}{\cancel{۲۵}}}{\underset{۴}{\cancel{۱۰۰}}} = ۲۴$$

پاسخ زیرمسئله‌ی چهارم:

مجموع سیب‌هایی که به دیگران داده:

$$۳۲ + ۲۴ + ۱ = ۵۷$$

پاسخ زیرمسئله‌ی پنجم:

تعداد سیب‌های باقی‌مانده:

$$۱۲۸ - ۵۷ = ۷۱$$

## بازگشت به عقب

- یک بار زیرمسئله‌ها را کنترل می‌کنیم تا ببینیم آیا چیزی از قلم نیفتاده؟ همچنین ضمن بررسی راه‌حل، عملیات و پاسخ به‌دست آمده برای هر زیرمسئله، باید ببینیم آیا سؤال همان چیزی را می‌خواست که ما به‌دست آوردیم؟

## مسأله ۱۲

**کارگران یک کارگاه تولیدی می‌خواهند از یک ورق آهن مستطیل شکل به ابعاد ۱٫۲ متر و ۱٫۶ متر، مستطیل‌هایی به ابعاد ۸۰ سانتی‌متر و ۴۰ سانتی‌متر بسازند. از این ورق، حداکثر چند مستطیل از این نوع می‌توانند بسازند.**

روش اول:

- زیرمسئله‌ی ۱: ابعاد هر مستطیل بر حسب متر، چقدر است؟
- زیرمسئله‌ی ۲: مساحت ورق آهن چند مترمربع است؟
- زیرمسئله‌ی ۳: مساحت هر مستطیل چند مترمربع است؟
- زیرمسئله‌ی ۴: با این ورق حداکثر چند مستطیل می‌توانند بسازند؟

پاسخ زیرمسئله‌ی ۱:

$۴۰ \div ۱۰۰ = ۰٫۴$ متر $\qquad ۸۰ \div ۱۰۰ = ۰٫۸$ متر

پاسخ زیرمسئله‌ی ۲:

مساحت ورق آهن: $۱٫۶ \times ۱٫۲ = ۱٫۹۲$ مترمربع

پاسخ زیرمسئله‌ی ۳:

مساحت هر مستطیل: $۰٫۸ \times ۰٫۴ = ۰٫۳۲$ مترمربع

پاسخ زیرمسئله‌ی ۴:

تعداد مستطیل‌ها: $۱٫۹۲ \div ۰٫۳۲ = ۶$ قطعه

روش دوم:

- زیرمسئله‌ی ۱: ابعاد ورق بر حسب سانتی‌متر، چقدر است؟
- زیرمسئله‌ی ۲: مساحت ورق آهن چند سانتی‌مترمربع است؟
- زیرمسئله‌ی ۳: مساحت هر مستطیل چند سانتی‌مترمربع است؟
- زیرمسئله‌ی ۴: با این ورق حداکثر چند مستطیل می‌توانند بسازند؟

پاسخ زیرمسئله‌ی ۱:

$۱٫۶ \times ۱۰۰ = ۱۶۰$ سانتی‌متر

$۱٫۲ \times ۱۰۰ = ۱۲۰$ سانتی‌متر

پاسخ زیرمسئله‌ی ۲:

مساحت ورق آهن: $۱۶۰ \times ۱۲۰ = ۱۹۲۰۰$ سانتی‌مترمربع

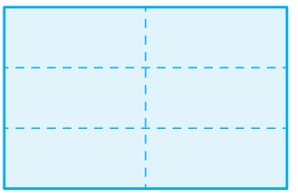
پاسخ زیرمسئله‌ی ۳:

مساحت هر مستطیل: $۸۰ \times ۴۰ = ۳۲۰۰$ سانتی‌مترمربع

پاسخ زیرمسئله‌ی ۴:

تعداد مستطیل‌ها: $۱۹۲۰۰ \div ۳۲۰۰ = ۶$ قطعه

روش سوم: از رسم شکل کمک می‌گیریم:



- زیرمسئله‌ی ۱: ابعاد ورق آهن بر حسب سانتی‌متر، چقدر است؟
- زیرمسئله‌ی ۲: در طول ورق آهن، چند مستطیل به صورت طولی جا می‌گیرند؟
- زیرمسئله‌ی ۳: در عرض ورق آهن، چند مستطیل به صورت عرضی جا می‌گیرند؟
- زیرمسئله‌ی ۴: با این ورق حداکثر چند مستطیل می‌توانند بسازند؟

پاسخ زیرمسئله‌ی ۱:

$$۱٫۶ \times ۱۰۰ = ۱۶۰ \text{ سانتی‌متر}$$

$$۱٫۲ \times ۱۰۰ = ۱۲۰ \text{ سانتی‌متر}$$

پاسخ زیرمسئله‌ی ۲: $۱۶۰ \div ۸۰ = ۲$

پاسخ زیرمسئله‌ی ۳: $۱۲۰ \div ۴۰ = ۳$

پاسخ زیرمسئله‌ی ۴: $۲ \times ۳ = ۶$ قطعه

روش چهارم: (روش شما)

## ۷. راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر (و مرتبط با مسئله‌ی اصلی)

بعضی از مسئله‌ها در نگاه اول دشوار و پیچیده به نظر می‌رسند؛ اما اگر آن‌ها را ساده‌تر کنیم و در حالت خاص و ساده شده، آن‌ها را بررسی کنیم، مسئله حل شده و یا راه‌حل آن آشکار می‌شود. وقتی مسئله در حالت ساده‌تر بررسی شد، پس از الگویابی مناسب و نتیجه‌گیری، الگوی کشف شده را به مسئله‌ی اصلی ارتباط داده و آن را نیز حل می‌کنیم. برای ساده کردن یک مسئله، می‌توانیم از عددهای تقریبی به جای عددهای کسری و اعشاری استفاده کنیم، عددهای کوچک‌تر را به جای عددهای بزرگ‌تر به کار بریم، مسئله را با تعداد حالت‌های کم‌تری حل کنیم و . . . .

### مسأله ۱۳

برای یک ۲۵ضلعی، چند قطر می‌توانیم رسم کنیم؟

**فهم مسئله**

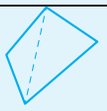
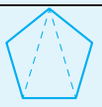
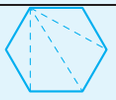
- با داشتن تعداد ضلع‌ها، می‌خواهیم تعداد قطرها را به‌دست آوریم و می‌دانیم که قطر، پاره‌خطی است که دو رأس غیرمجاور را به هم وصل می‌کند.

### انتخاب راهبرد

- با توجه به زیاد بودن تعداد ضلع‌ها، رسم شکل کاری دشوار و وقت‌گیر است. بهتر است ابتدا مسئله را برای تعداد ضلع‌های کم‌تر حل کنیم و به دنبال یک الگو بگردیم. بنابراین از راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر استفاده می‌کنیم.

### حل مسئله

- **مسئله‌های ساده‌تر:** برای یک ۴ضلعی، چند قطر می‌توانیم رسم کنیم؟ برای یک ۵ضلعی، چند قطر می‌توانیم رسم کنیم؟ برای یک ۶ضلعی، چند قطر می‌توانیم رسم کنیم؟
- **حل مسئله‌های ساده‌تر:** ابتدا از یک چهارضلعی شروع می‌کنیم. می‌دانیم از هر رأس چهارضلعی، تنها یک قطر می‌توانیم رسم کنیم. بنابراین، ۴ضلعی باید ۴ قطر داشته باشد، اما می‌دانیم که ۲ قطر دارد. (نیمی از قطرها تکراری هستند.) همین کار را برای ۵ضلعی، ۶ضلعی و ... هم می‌توانیم انجام دهیم. برای نتیجه‌گیری بهتر، می‌توانیم مراحل انجام کار را در جدول زیر خلاصه کنیم و از راهبرد الگوسازی (تفکر نظام‌دار) نیز کمک بگیریم.

| نام | شکل | تعدادقطرهایی که از هر رأس می‌توانیم رسم کنیم | تعداد قطرها |
|---|---|---|---|
| ۴ ضلعی |  | ۱ | $۴ \times ۱ = ۴$<br>$۴ \div ۲ = ۲$ |
| ۵ ضلعی |  | ۲ | $۵ \times ۲ = ۱۰$<br>$۱۰ \div ۲ = ۵$ |
| ۶ ضلعی |  | ۳ | $۶ \times ۳ = ۱۸$<br>$۱۸ \div ۲ = ۹$ |

اگر جدول بالا را با دقت بررسی کنیم، می‌فهمیم که تعداد قطرهایی که از هر رأس یک چندضلعی می‌توانیم رسم کنیم، ۳ تا کم‌تر از تعداد ضلع‌های آن است. (چون از یک رأس، به خود آن رأس و به دو رأس مجاورش قطری وصل نمی‌شود) بنابراین، از هر رأس یک ۲۵ ضلعی، می‌توانیم ۲۲ قطر رسم کنیم و چون نصف آن‌ها تکراری هستند، تعداد قطرهای ۲۵ضلعی برابر می‌شود با:

$$۲۵ \times ۲۲ = ۵۵۰ \rightarrow ۵۵۰ \div ۲ = ۲۷۵$$

### بازگشت به عقب

- شکل‌ها و قطرهای رسم شده، محاسبه‌ها و عملیات و نیز الگوی کشف شده بین هر شکل و تعداد قطرهایش و ... را کنترل می‌کنیم تا مطمئن شویم همان چیزی را یافته‌ایم که مسئله می‌خواسته.

## مسأله ۱۴

حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید:

$$(۱ - ۰/۹۵) + (۰/۹۵ - ۰/۹) + (۰/۹ - ۰/۸۵) + \cdots + (۰/۲ - ۰/۱۵) + (۰/۱۵ - ۰/۱)$$

روش اول:

- **مسئله‌ی ساده‌تر:** حاصل عبارت زیر چیست؟

$$(۱ - ۰/۹۵) + (۰/۹۵ - ۰/۹) + (۰/۹ - ۰/۸۵)$$

پاسخ مسئله‌ی ساده‌تر:

$$(\underbrace{۱ - ۰/۹۵}_{۰/۰۵}) + (\underbrace{۰/۹۵ - ۰/۹}_{۰/۰۵}) + (\underbrace{۰/۹ - ۰/۸۵}_{۰/۰۵}) = \underbrace{۳}_{\text{تعداد پرانتزها}} \times ۰/۰۵ = ۰/۱۵$$

**پاسخ مسئله‌ی اصلی:** در مسئله‌ی اصلی، با مقایسه‌ی اولین عدد پرانتزها و فاصله‌ی ۵ صدمی بین آن‌ها، تعداد پرانتزها برابر با ۱۸ به‌دست می‌آید؛ پس:

$$\underbrace{(۰٫۱۵ - ۰٫۱)}_{۰٫۰۵} + \underbrace{(۰٫۲ - ۰٫۱۵)}_{۰٫۰۵} + \underbrace{(۰٫۹ - ۰٫۸۵)}_{۰٫۰۵} + \underbrace{(۰٫۹۵ - ۰٫۹)}_{۰٫۰۵} + \underbrace{(۱ - ۰٫۹۵)}_{۰٫۰۵} + \cdots$$
$$= ۱۸ \times ۰٫۰۵ = ۰٫۹$$

روش دوم:

**مسئله‌های ساده‌تر:** حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

۱) $(۱ - ۰٫۹۵) + (۰٫۹۵ - ۰٫۹)$

۲) $(۱ - ۰٫۹۵) + (۰٫۹۵ - ۰٫۹) + (۰٫۹ - ۰٫۸۵)$

**پاسخ مسئله‌های ساده‌تر:**

۱) $\underbrace{۱ - ۰٫۹۵ + ۰٫۹۵}_{۰} - ۰٫۹ = ۱ - ۰٫۹ = ۰٫۱$

۲) $\underbrace{۱ - ۰٫۹۵ + ۰٫۹۵}_{۰} \underbrace{- ۰٫۹ + ۰٫۹}_{۰} - ۰٫۸۵ = ۱ - ۰٫۸۵ = ۰٫۱۵$

**پاسخ مسئله‌ی اصلی:** در مسئله‌ی اصلی نیز، به جز اولین و آخرین عدد، بقیه‌ی عددها دوبه‌دو قرینه‌ی هم هستند و حذف می‌شوند؛ پس:

$$(۱ - ۰٫۹۵) + (۰٫۹۵ - ۰٫۹) + (۰٫۹ - ۰٫۸۵) + \cdots + (۰٫۲ - ۰٫۱۵) + (۰٫۱۵ - ۰٫۱)$$
$$= ۱ - ۰٫۱ = ۰٫۹$$

روش سوم: (روش شما)



## ۸. راهبرد روش‌های نمادین

در فصل سوم با نمادهای جبری و معادله آشنا خواهیم شد. بسیاری از مسئله‌ها را می‌توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم. بعضی از مسئله‌ها ممکن است پس از تبدیل شدن به یک شکل هندسی، به روش هندسی حل شوند. چنین روشی را مدل‌سازی هندسی می‌گوییم. تبدیل مسئله به معادله‌های جبری و یا شکل‌های هندسی، نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به شمار می‌روند. در روش‌های نمادین، مسئله‌ها را از دنیای واقعی به دنیای ریاضی برده و حل می‌کنیم. پس از حل مسئله، جواب‌ها را در دنیای واقعی تفسیر می‌کنیم.



## مسأله ۱۵

شخصی همه‌ی دارایی خود را که ۵۱ سهم از یک شرکت بود، بین همسر، پسر و دخترش تقسیم کرد. او ۱۸ سهم به همسرش داد و باقی‌مانده را بین پسر و دخترش به نسبت ۲ به ۱ تقسیم کرد. چند سهم به پسرش و چند سهم به دخترش رسیده است؟

### فهم مسئله

- داده‌های مسئله: تعداد کل سهم‌ها و سهم‌هایی که به همسر رسیده مشخص است، نسبت سهم پسر به دختر از بقیه‌ی سهم‌ها هم مشخص شده.
- تعداد سهم‌های پسر و دختر خواسته شده.

### انتخاب راهبرد

- اگر تعداد سهم‌هایی که به دختر رسیده را با یک مربع نشان دهیم، تعداد سهم‌های پسر، ۲ مربع می‌باشد. به این ترتیب می‌توانیم این مسئله را با نمادگذاری، به یک رابطه‌ی ریاضی تبدیل کنیم.

### حل مسئله

- مدل ریاضی مسئله‌ی بالا به صورت زیر است:

$$۲ \times \square + \square + ۱۸ = ۵۱$$

اگر رابطه‌ی بالا را ساده‌تر کنیم، خواهیم داشت:

$$۳ \times \square + ۱۸ = ۵۱$$

حالا می‌توانیم با حدس و آزمایش، عددی که باید در مربع قرار بگیرد (تعداد سهم‌های دختر) را به‌دست آوریم و با دو برابر کردن آن، تعداد سهم‌های پسر نیز به‌دست می‌آید.

| حدس | آزمایش (محاسبه‌ی رابطه) | بررسی (نتیجه‌گیری) |
|---|---|---|
| ۵ | $\underbrace{۳ \times ۵}_{۱۵} + ۱۸ = ۳۳$ | کم است |
| ۱۰ | $\underbrace{۳ \times ۱۰}_{۳۰} + ۱۸ = ۴۸$ | کم است |
| ۱۵ | $\underbrace{۳ \times ۱۵}_{۴۵} + ۱۸ = ۶۳$ | زیاد است (جواب بین ۱۰ و ۱۵) |
| ۱۲ | $\underbrace{۳ \times ۱۲}_{۳۶} + ۱۸ = ۵۴$ | زیاد است (جواب بین ۱۰ و ۱۲) |
| ۱۱ | $\underbrace{۳ \times ۱۱}_{۳۳} + ۱۸ = ۵۱$ | پاسخ صحیح |

بنابراین تعداد سهم‌های پسر، برابر است با: $۲ \times ۱۱ = ۲۲$.

در این مسئله می‌توانستیم با استفاده از راهبرد زیرمسئله، رابطه‌ی نمادین ساده‌تری تشکیل دهیم.

### بازگشت به عقب

● باید تمام عملیات و راه‌حل‌ها و به ویژه درستی رابطه‌ی نمادین تشکیل شده را بررسی کنیم. هم‌چنین می‌توانیم تعداد سهم‌ها را جمع زده و با کل سهم‌ها مقایسه کنیم:

درست $۲۲ + ۱۱ + ۱۸ = ۵۱$

در فصل سوم خواهیم خواند که چگونه، به جای حدس و آزمایش از روشی ساده‌تر و سریع‌تر به پاسخ نهایی برسیم. در آن‌جا می‌توانیم با جای‌گذاری کردن پاسخ در رابطه‌ی نمادین (مشابه آخرین ردیف جدول بالا) از درستی پاسخ، اطمینان حاصل کنیم.

* مسئله‌ی بالا و روش حل آن را با مسئله‌ی اول از راهبرد حدس و آزمایش (مسئله‌ی ۹) مقایسه کنید.



## مسأله ۱۶

مجموع سه عدد طبیعی متوالی (پشت سر هم) ۸۱ می‌باشد. این اعداد را پیدا کنید.

روش اول:

تشکیل رابطه‌ی نمادین: (به جای کوچک‌ترین عدد، یک مربع در نظر می‌گیریم )

$$\square + (\square + ۱) + (\square + ۲) = ۸۱ \Rightarrow ۳ \times \square + ۳ = ۸۱$$

حدس و آزمایش:

| بررسی (نتیجه‌گیری) | آزمایش (محاسبه‌ی رابطه) | حدس |
|---|---|---|
| کم است | $\underbrace{۳ \times ۲۰}_{۶۰} + ۳ = ۶۳$ | ۲۰ |
| زیاد است (جواب بین ۲۰ و ۳۰) | $\underbrace{۳ \times ۳۰}_{۹۰} + ۳ = ۹۳$ | ۳۰ |
| کم است (جواب بین ۲۵ و ۳۰) | $\underbrace{۳ \times ۲۵}_{۷۵} + ۳ = ۷۸$ | ۲۵ |
| زیاد است (جواب بین ۲۵ و ۲۷) | $\underbrace{۳ \times ۲۷}_{۸۱} + ۳ = ۸۴$ | ۲۷ |
| پاسخ صحیح (عدد کوچک‌تر) | $\underbrace{۳ \times ۲۶}_{۷۸} + ۳ = ۸۱$ | ۲۶ |

* پس عددهای مورد نظر عبارتند از: ۲۶، ۲۷ و ۲۸

روش دوم:

تشکیل رابطه‌ی نمادین: (به جای عدد وسط، یک مربع در نظر می‌گیریم )

$$(\square - ۱) + \square + (\square + ۱) = ۸۱ \Rightarrow ۳ \times \square = ۸۱$$

حدس و آزمایش:

| بررسی (نتیجه‌گیری) | آزمایش (محاسبه‌ی رابطه) | حدس |
|---|---|---|
| کم است | $۳ \times ۲۰ = ۶۰$ | ۲۰ |
| زیاد است (جواب بین ۲۰ و ۳۰) | $۳ \times ۳۰ = ۹۰$ | ۳۰ |
| کم است (جواب بین ۲۵ و ۳۰) | $۳ \times ۲۵ = ۷۵$ | ۲۵ |
| پاسخ صحیح (عدد وسط) | $۳ \times ۲۷ = ۸۱$ | ۲۷ |

روش سوم:

قسمت اول این روش، مشابه روش قبل است:

تشکیل رابطه‌ی نمادین: (به جای عدد وسط، یک مربع در نظر می‌گیریم)

$$(\square - ۱) + \square + (\square + ۱) = ۸۱$$

$$\Rightarrow ۳ \times \square = ۸۱$$

با توجه به رابطه‌ی ساده شده، ۳ برابر عدد وسط برابر است با ۸۱؛ پس برای یافتن آن، کافی است یک تقسیم ساده انجام دهیم:

$$\square = ۸۱ \div ۳ = ۲۷$$

بنابراین عددهای مورد نظر عبارتند از: ۲۶، ۲۷ و ۲۸

روش چهارم: (روش شما)

## سؤال‌های امتحانی با پاسخ تشریحی بخش ۱-۱

**۱** وزن دو میله‌ی A و B روی هم ۴۵ گرم است. میله‌ی A از ۹ قسمت و میله‌ی B از ۶ قسمت تشکیل شده است. اگر وزن تمام قسمت‌ها مساوی باشد، وزن میله A و B چند گرم است؟

**۲** فاطمه عکس تولدش را که ابعادش ۲۰ و ۱۵ سانتی‌متر است وسط مقوایی مستطیلی شکل به ابعاد ۳۰ و ۲۰ سانتی‌متر قرار داده است. مساحت لبه‌های قاب عکس چند سانتی‌متر است؟

**۳** $\frac{۱}{۳}$ دانش‌آموزان مدرسه‌ای به اردو رفتند. $\frac{۵}{۶}$ دانش‌آموزانی که در مدرسه مانده‌اند، در حیاط مشغول بازی شدند و فقط ۷ نفر در کلاس درس مانده‌اند. این مدرسه چند دانش‌آموز دارد؟ «تیمز»

**۴** صادق توپی را از بالکن خانه‌شان در ارتفاع ۲۷ متری رها می‌کند. توپ پس از هر بار برخورد با زمین $\frac{۲}{۳}$ ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه‌ی رها شدن تا سومین برخورد با زمین چند متر حرکت کرده است؟

**۵** اگر قیمت دو مداد، سه پاک‌کن و یک روان‌نویس با قیمت ۵ پاک‌کن، یک مداد و یک روان‌نویس و هم‌چنین با قیمت دو روان‌نویس، یک مداد و یک پاک‌کن برابر باشد و بدانیم قیمت یک پاک‌کن ۳۰۰ تومان است، قیمت یک مداد و یک روان‌نویس را حساب کنید.

**۶** با سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می‌توان ۳۵۰ تومان بابت هزینه‌ی اتوبوس پرداخت کرد؟

**۷** چند عدد دورقمی می‌توان نوشت که یکان آن‌ها یکی از ارقام ۳، ۵ و ۷ و دهگان آن‌ها زوج باشد؟ آن‌ها را بنویسید.

**۸** مساحت مستطیلی ۴۸ سانتی‌مترمربع است. اگر طول و عرض آن دو عدد طبیعی باشد، چند مستطیل با این ویژگی وجود دارد؟ کدام‌یک کم‌ترین محیط را دارد؟

**۹** در یک اتاق سه لامپ نارنجی، زرد و قرمز است. به چند طریق توسط این سه لامپ می‌توان نور اتاق را تنظیم کرد؟ (هر سه لامپ سالم و دارای کلیدهای جداگانه هستند.)

**۱۰** در مربع‌های عبارت زیر می‌توانیم عددهای صفر، ۲ یا ۳ قرار دهیم. حاصل‌جمع، چند عدد مختلف می‌تواند باشد؟

$$\square + \square + \square + \square$$

**۱۱** احمد آقا سه فرزند دارد که مجموع سن آن‌ها ۱۹ سال و حاصل‌ضرب سن‌شان ۷۲ می‌باشد. سن بزرگ‌ترین فرزند احمد آقا چند سال است؟

**۱۲** چند عدد دو رقمی می‌توان نوشت که بر ۲ و ۵ بخش‌پذیر باشند ولی بر ۳ بخش‌پذیر نباشند؟ آن‌ها را بنویسید.

**۱۳** سعید تعداد خط‌های یک صفحه از کتابش را شمرد. وقتی آن‌ها را سه‌تا سه‌تا می‌شمرد، دو خط باقی می‌ماند. وقتی آن‌ها را پنج‌تا پنج‌تا می‌شمرد، ۴ خط باقی می‌ماند و وقتی آن‌ها را هفت‌تا هفت‌تا می‌شمرد، یک خط باقی می‌ماند. در آن صفحه حداقل چند خط وجود دارد؟

**۱۴** با توجه به الگوها، دو عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

۱) $۳, ۶, ۹, ۱۲, \cdots, \cdots$

۲) $\frac{۲}{۵}, \frac{۵}{۱۰}, \frac{۸}{۱۵}, \cdots, \cdots$

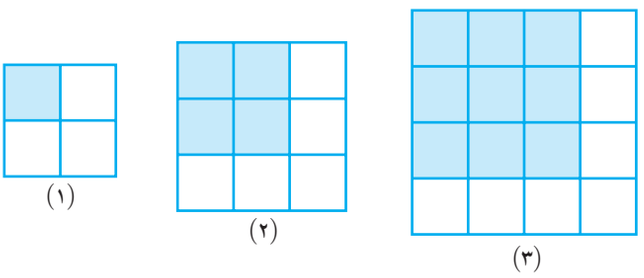
۳) $۲, ۳, ۵, ۸, ۱۲, \cdots, \cdots$

۴) $۶, ۱۱, ۲۱, ۴۱, \cdots, \cdots$

۵) $۱, ۴, ۹, ۱۶, \cdots, \cdots$

۶) $۲, ۵, ۱۴, ۴۱, \cdots, \cdots$

**۱۵** با توجه به شکل‌های داده شده، چه کسری از شکل بیستم رنگ شده است؟




**۱۶** در الگوی عددی زیر، حاصل $\Delta \times \square$ را به‌دست آورید:

$$۱, ۱, ۲, ۳, ۵, \square, ۱۳, \Delta, \cdots$$

آیا می‌دانید الگوی عددی بالا چه نام دارد؟ در مورد آن تحقیق کنید.

**۱۷** در تقسیم ۲۳ بر ۷ پنجاهمین رقم اعشار در خارج‌قسمت چه رقمی است؟

**۱۸** با توجه به الگوهای داده شده، جاهای خالی را کامل کنید.

۱) $۴۷ \times ۱۰۱ = ۴۷۴۷$

۲) $۷۲ \times ۱۰۱ = \cdots$

۳) $۴۵۲ \times ۱۰۰۱ = ۴۵۲۴۵۲$

۴) $۲۰۴۷ \times ۱۰۰۰۱ = \cdots$

۵) $۳۵۲۹ \times ۱۰۰۰۱ = ۳۵۲۹۳۵۲۹$

۶) $۵۳۵ \times ۱۰۰۱۰۰۱ = \cdots$

**۱۹** در هر ردیف بین اعداد، سه عمل متفاوت از بین چهار عمل اصلی را طوری قرار دهید که تبدیل به یک تساوی درست شود؟

۱) $۱ \quad ۱ \quad ۱ \quad ۱ = ۲$

۲) $۲ \quad ۲ \quad ۲ \quad ۲ = ۴$

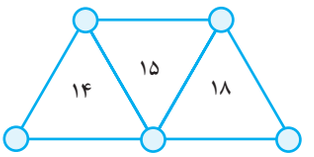
۳) $۳ \quad ۳ \quad ۳ \quad ۳ = ۵$

**۲۰** یک خط‌کش ۵۰ سانتی‌متری شکست و به دو قسمت تقسیم شد. اگر یکی از قسمت‌ها هشت سانتی‌متر از قسمت دیگر کوتاه‌تر باشد، اندازه‌ی هر یک از این قسمت‌ها چند سانتی‌متر است؟ «تیمز»

**۲۱** دو زاویه مکمل هستند و یکی از این زاویه‌ها از چهار برابر زاویه‌ی دیگر ۵ درجه بزرگ‌تر است. اندازه‌ی هر زاویه را به‌دست آورید؟

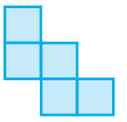
**۲۲** در یک کارتون تخیلی ۱۸ شخصیت فضایی وجود دارد که بعضی از آن‌ها سه چشم و بعضی دیگر چهار چشم دارند. اگر مجموع تعداد چشم‌های آن‌ها ۶۵تا باشد، چند شخصیت سه چشم و چند شخصیت چهار چشم در کارتون وجود دارد؟

**۲۳** اعداد ۳ تا ۷ را در جاهای خالی شکل زیر طوری قرار دهید که مجموع اعداد راس‌های هر مثلث برابر عدد داخل مثلث شود؟




**۲۴** پس‌انداز هفتگی مریم ۵۷۰۰ تومان است. او حساب کرد که اگر ۴ هفته پولش را جمع کند، $\frac{۲}{۳}$ مبلغ کادویی را که برای روز مادر قرار است بخرد، تهیه می‌شود. کادوی مورد نظر مریم چند تومان است؟

**۲۵** در شکل روبه‌رو ۵ مربع مساوی دیده می‌شود. اگر مساحت شکل ۱۸۰ سانتی‌مترمربع باشد، محیط آن چند سانتی‌متر است؟



**۲۶** احمد با سرعت ۸۰ کیلومتر بر ساعت رانندگی می‌کند و ۶ ساعته به اهواز می‌رسد. اگر او بخواهد ۴ ساعته به مقصد برسد، با چه سرعتی باید رانندگی کند؟

**۲۷** صاحب یک کارگاه کیف‌سازی دیروز ۱۸٫۲۷ کیلوگرم چرم و امروز ۱۵٫۳۳ کیلوگرم چرم خریده است. اگر برای هر کیف ۱۵۰ گرم چرم استفاده شود، با این مقدار چرم چند کیف می‌تواند بسازد؟

**۲۸** ظرفیت یک آسانسور ۱۵ کودک یا ۱۰ نفر بزرگسال است. اگر ۱۲ نفر کودک درون آسانسور باشند، این وسیله برای چند نفر بزرگسال هم ظرفیت دارد؟

**۲۹** حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید.

$$(۱-\frac{۱}{۲})(۱-\frac{۱}{۳})(۱-\frac{۱}{۴})\times\cdots\times(۱-\frac{۱}{۵۰})=$$

**۳۰** در یک کارخانه هر روز ۳۴۸ لوله با طول $۴\frac{۵}{۶}$ متر تولید می‌گردد. تولید لوله‌ی روزانه این کارخانه چند متر است؟

**۳۱** جهت واکسن زدن هر گوسفند ۱۲۵ سی‌سی مایع واکسن نیاز است. برای واکسن زدن ۱۵۳۷ گوسفند چند سی‌سی مایع واکسن نیاز داریم؟ اگر مایع واکسن در شیشه‌هایی با گنجایش ۰٫۴۵ لیتر باشد، حداقل چند شیشه مایع واکسن باید تهیه کنیم؟

**۳۲** اگر روی یک دایره ۸ نقطه متمایز (جدا از هم) داشته باشیم و آن‌ها را دوبه‌دو به هم وصل کنیم، چند پاره‌خط به وجود می‌آید؟

**۳۳** شیرین یک کتاب ۴۵۰ صفحه‌ای را در ۶ روز مطالعه کرد. اگر ۳۰ صفحه از کتاب باقی مانده باشد، او به طور متوسط در هر روز چند صفحه مطالعه کرده است؟

**۳۴** در جدول زیر عدد ۷ در خانه‌ی اول آن و عدد ۶ در خانه‌ی نهم نوشته شده است. اگر مجموع عددهای هر سه خانه پشت سر هم برابر ۱۸ باشد، چه عددی در خانه پنجم نوشته می‌شود؟

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۷ | | | | ? | | | | ۶ | | |

**۳۵** اختلاف طول و عرض مستطیلی ۷ سانتی‌متر است. اگر محیط مستطیل ۵۰ سانتی‌متر باشد، طول و عرض مستطیل را حساب کنید.

## سؤال‌های امتحانی بدون پاسخ بخش ۱-۱

**۱** در هر مسئله گزینه‌ی مناسب را انتخاب نمایید.

**۱.** محمد یک بطری آب‌میوه داشت. او $\frac{۱}{۳}$ آب‌میوه را در لیوان و سپس $\frac{۳}{۴}$ آب‌میوه باقی‌مانده را در پارچ ریخت. چه کسری از آب‌میوه اولیه در بطری مانده است؟ «کانگورو ـ ۲۰۰۸»

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

**۲.** یک اتومبیل سواری ۴ چرخ دارد. به چند حالت ممکن است چرخ‌های این اتومبیل پنچر باشند؟

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

**۳.** حاصل‌ضرب سن دو نفر ۳۶ و تفاضل سن آن‌ها ۹ می‌باشد. مجموع سن آن‌ها چند است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۵ ۳) ۱۳ ۴) ۱۲

**٤.** در جدول زیر، بین اعداد ستون چپ و ستون راست رابطه‌ای وجود دارد، به جای علامت سوال کدام عدد را باید قرار دهیم؟ «تیمز»

| | |
|---|---|
| ۲ | ۵ |
| ۳ | ۷ |
| ۴ | ؟ |
| ۷ | ۱۵ |

۱) ۹
۲) ۱۰
۳) ۱۱
۴) ۱۲

**۵.** دور یک میز مربع شکل ۴ نفر می‌توانند بنشینند. اگر ۱۰ تا از این میزها را در یک ردیف کنار هم بچسبانیم، طوری که یک میز مستطیل شکل به‌دست آید، دور این میز چند نفر می‌توانند بنشینند؟ «کانگورو ـ ۲۰۰۶»

۱) ۴۰ ۲) ۳۲ ۳) ۳۰ ۴) ۲۲

**۶.** میانگین دو عدد ۱۱ است. اگر یکی از این دو عدد ۶تا از دیگری بیش‌تر باشد، عدد بزرگ‌تر کدام است؟
«استرالیا ـ ۲۰۱۰»

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۴ ۴) ۱۷

**۷.** آرش گفت: «۱۲٪ پرتقال‌ها فروخته نشده‌اند.» رضا گفت: «که تعداد آن‌ها برابر ۳۶۰ پرتقال است.» چه تعداد پرتقال فروخته شده است؟
«آفریقای جنوبی ـ ۲۰۰۴»

۱) ۲۴۰۰ ۲) ۲۶۴۰ ۳) ۳۰۰۰ ۴) ۳۶۰۰

**۸.** حاصل عبارت مقابل کدام است؟ $۲(۱-\frac{۱}{۲})+۳(۱-\frac{۱}{۳})+۴(۱-\frac{۱}{۴})+\cdots+۲۰(۱-\frac{۱}{۲۰})$

۱) ۴۲۰ ۲) ۲۱۰ ۳) ۳۸۰ ۴) ۱۹۰

**۹.** در اتاقی تعدادی سگ و گربه وجود دارند. اگر تعداد پاهای گربه‌ها دو برابر بینی سگ‌ها باشد، آن‌گاه تعداد گربه‌ها:
«کانگورو ـ ۲۰۰۹»

۱) ۲ برابر سگ‌ها است. ۲) برابر با سگ‌ها است. ۳) نصف سگ‌ها است. ۴) ۴ برابر سگ‌ها است.

**۱۰.** وزن ۳ سیب و ۲ پرتقال ۲۲۵ و وزن ۲ سیب و ۳ پرتقال ۲۸۵ گرم است. اگر وزن سیب‌ها با هم و وزن پرتقال‌ها با هم برابر باشد، وزن یک سیب و یک پرتقال با هم چند گرم است؟
«کانگورو ـ ۲۰۰۴»

۱) ۲۱۰ ۲) ۱۰۲ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۲۲

۱۱. مجموع دو عدد طبیعی برابر با ۷۷ است. عدد اول را در ۸ و عدد دوم را در ۶ ضرب می‌کنیم. اگر حاصل این دو عدد با هم برابر باشد، عدد بزرگ‌تر کدام است؟ «کانگورو ـ ۲۰۰۴»

۱) ۳۳ ۲) ۴۴ ۳) ۲۷ ۴) ۴۶

۱۲. یک خانواده سه نفری خرگوشی، در طول هفته ۷۳ هویج را خوردند. پدر خانواده ۵ هویج بیش‌تر از مادر خانواده خورده است. پسرشان در این هفته ۱۲ هویج خورده است. مادر خانواده چند هویج خورده است؟ «کانگورو ـ ۲۰۰۴»

۱) ۲۸ ۲) ۲۳ ۳) ۴۶ ۴) ۲۰

۱۳. در الگوی مقابل به جای ◯ چه عددی قرار می‌گیرد؟ ◯ , □ ,۲٫۵ ,۰٫۵ ,۰٫۱ ,۰٫۰۲

۱) ۴٫۵ ۲) ۵ ۳) ۱۲٫۵ ۴) ۶۲٫۵

۱۴. با استفاده از هر سه نوع سکه ۱۰۰، ۲۰۰ و ۵۰۰ تومانی به چند حالت می‌توانیم هزینه‌ی یک بستنی ۱۵۰۰ تومانی را پرداخت کنیم؟

۱) ۶ حالت ۲) ۵ حالت ۳) ۴ حالت ۴) ۳ حالت

۱۵. دو زاویه‌ی مکمل یکدیگرند. اگر اندازه‌ی یکی از زاویه‌ها از سه برابر دیگری بیست درجه بیش‌تر باشد، اندازه‌ی متمم زاویه‌ی کوچک‌تر چند درجه است؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

**۲** فرهاد تعدادی سیب داشت. او ابتدا $\frac{۱}{۵}$ سیب‌هایش را به بردارش فرشاد داد. سپس نصف بقیه‌ی سیب‌ها را به خواهرش فرزانه داد و در آخر $\frac{۱}{۴}$ سیب‌های باقی‌مانده را نیز به دوستش پژمان داد و ۱۵ سیب برایش باقی ماند. فرهاد در ابتدا چند سیب داشت؟

**۳** اتاقی به شکل مستطیل به ابعاد ۹ و ۵ متر داریم. فرشی مستطیل شکل را کف این اتاق می‌اندازیم طوری که از هر طرف کف اتاق نیم متر خالی می‌ماند. مساحت این فرش چند مترمربع است؟

**٤** در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۵ نفر ساعت مچی دارند، ۱۸ نفر عینک می‌زنند و ۳ نفر ساعت مچی ندارند و عینک نمی‌زنند. چند نفر هم ساعت مچی دارند و هم عینک می‌زنند؟

**۵** یک خرگوش داخل گودالی به عمق ۱۰ متر گیر افتاده است. او با هر جهش ۲ متر بالا می‌آید، اما نیم متر سُر می‌خورد و به پایین برمی‌گردد. این خرگوش با چند جهش به بالای گودال می‌رسد؟

**۶** در یک مزرعه ۵ جوجه، ۲ مرغ و ۱ خروس وجود دارد. غذای هر مرغ ۲/۵ برابر غذای یک جوجه و غذای خروس ۲ برابر غذای یک مرغ است. اگر سهم روزانه‌ی همه‌ی آن‌ها ۳۰۰۰ دانه ارزن باشد، سهم هر مرغ چند دانه است؟

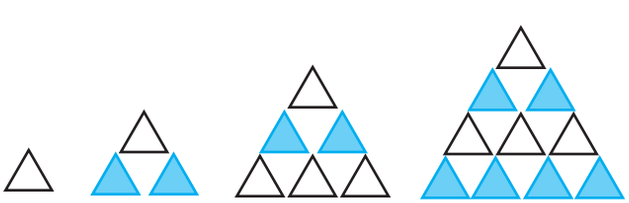
«آزمون ورودی تیزهوشان»

**۷** هنگامی که حسام به دنیا آمد، پدرش ۲۸ ساله بود. اگر اکنون سن پدرش ۵ برابر سن او باشد، سن فعلی هر یک را حساب کنید.

**۸** محیط مستطیلی ۳۶ سانتی‌متر است. اگر طول و عرض این مستطیل دو عدد طبیعی متفاوت باشند، مساحت این مستطیل حداکثر چند سانتی‌مترمربع خواهد بود؟

**۹** اگر عدد ۱۳ را ۲۷ نوشته و در هم ضرب کنیم، رقم یکان عدد حاصل چند می‌شود؟

**۱۰** با توجه به شکل‌های زیر، چه کسری از شکل هفتم رنگی است؟




**۱۱** چند عدد طبیعی مختلف داریم که حاصل‌ضرب دو عدد فرد یک‌رقمی باشند؟ «استرالیا ـ ۲۰۰۸»

**۱۲** حاصل‌ضرب سن علی و زهرا ۳۶ و تفاضل سن آن‌ها ۹ می‌باشد. اگر سن هر یک از آن‌ها را عددی طبیعی در نظر بگیریم، مجموع سن آن‌ها چند است؟

**۱۳** تام روزهای چهارشنبه، پنج‌شنبه و جمعه دروغ می‌گوید و در بقیه‌ی روزهای هفته راست می‌گوید. جری روزهای یک‌شنبه، دوشنبه و سه‌شنبه دروغ می‌گوید و بقیه‌ی روزهای هفته راست می‌گوید. امروز هر دوی آن‌ها می‌گویند: «من دیروز دروغ گفته‌ام.» امروز چه روزی از هفته است؟

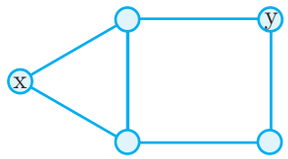
**۱۴** اگر کلمه‌ی «فرزانگان» را هزار بار پشت سر هم بنویسیم، ۲۰۱۵امین حرف کدام خواهد بود؟

«فرزانگان‌فرزانگان‌فرزانگان‌فرزانگان‌فرزان. . . »

**۱۵** اتومبیلی در هر ۱۰۰ کیلومتر ۱۱ لیتر بنزین مصرف می‌کند. اگر این اتومبیل ۶۷ لیتر بنزین داشته باشد، پس از طی ۵۰۰ کیلومتر چند لیتر بنزین در مخزن سوخت آن باقی خواهد ماند؟

**۱۶** تعداد ۲۰۰۰ تومانی‌های پیمان ۵تا بیش‌تر از ۵۰۰ تومانی‌های اوست. او جمعاً ۶۶۰۰ تومان پول دارد. او چندتا ۲۰۰۰ تومانی و چندتا ۵۰۰ تومانی دارد؟

**۱۷** می‌خواهیم اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را در دایره‌های شکل زیر، طوری قرار دهیم که اعدادی که با یک خط به هم وصل شده‌اند، متوالی (پشت سر هم) نباشند. مجموع $x$ و $y$ چه اعدادی می‌تواند باشد؟




**۱۸** در الگوی مقابل، حاصل‌ضرب مربع در دایره چه خواهد بود؟

۱
۱ ۲ ۱
۱ ۳ ۳ ۱
۱ ۴ ۶ ۴ ۱
۱ ۵ ۱۰ ۱۰ ۵ ۱
۱ ۶ △ ○ □ ۶ ۱

**۱۹** حلزونی پایین درخت ۱۳ متری قرار دارد. این حلزون هر روز ۴ متر به طرف بالا حرکت کرده و شب یک متر به سمت پایین لیز می‌خورد. چند روز طول می‌کشد تا حلزون به بالای درخت برسد؟

**۲۰** دو گروه جهانگردی هر کدام دارای ۶۰ جهانگرد هستند. اگر ۷۵٪ جهانگردان گروه اول و $\frac{۲}{۳}$ جهانگردان گروه دوم برای رفتن به موزه از اتوبوس استفاده کرده باشند، در گروه اول چند نفر بیش‌تر از گروه دوم سوار اتوبوس شده‌اند؟ «تیمز»

**۲۱** حاصل عبارت مقابل را به‌دست آورید. $\frac{۱}{۱۹ \times ۲۰} + \cdots + \cdots + \frac{۱}{۳ \times ۴} + \frac{۱}{۲ \times ۳} + \frac{۱}{۱ \times ۲}$

**۲۲** یک آگهی به صورت زیر روی دیوار یک فروشگاه لوازم ورزشی چسبانده شده است. قیمت توپ چقدر است؟
«کانگورو ـ ۲۰۰۶»

قیمت ۳ توپ و ۲ راکت = ۲۴۰۰۰۰ تومان ،قیمت یک توپ و یک راکت = ۹۰۰۰۰ تومان

**۲۳** پنج پسربچه را دوبه‌دو روی ترازو برده و وزن کرده‌ایم. اعداد به‌دست آمده به این ترتیب بودند: ۹۰، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۱۰۰، ۱۰۱ کیلوگرم. مجموع وزن این بچه‌ها چند کیلوگرم است؟ «کانگورو ـ ۲۰۰۲»

**۲۴** محدثه می‌خواهد در هر کدام از خانه‌های خالی شکل زیر عددی بگذارد و آن را کامل کند. او می‌خواهد مجموع سه عدد سمت چپ ۱۰۰ باشد، مجموع سه عدد وسط ۲۰۰ و مجموع سه عدد سمت راست ۳۰۰ باشد. محدثه چه عددی را باید در خانه وسط بگذارد؟ «کانگورو ـ ۲۰۱۲»

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ۱۰ | | | | ۱۳۰ |

**۲۵** یکان یک عدد سه‌رقمی ۲ است. اگر این رقم را به سمت چپ منتقل کنیم، عددی سه‌رقمی به‌دست می‌آید که ۳۶ واحد از عدد اولیه کوچک‌تر است. مجموع ارقام این عدد چند است؟ «کانگورو ـ ۲۰۰۶»

**۲۶** یک کارخانه در سال $5\frac{3}{4}$تن مس تولید می‌کند. مقدار مس تولید شده توسط این کارخانه در ۲/۵ سال چند تن است؟

**۲۷** مدرسه‌ای ۳۰۰ نفر از دانش‌آموزان خود را به اردوی تفریحی برده است. اگر ۱۰ اتوبوس برای حمل و نقل دانش‌آموزان استفاده شده باشد و هر اتوبوس ۵ نفر اضافه سوار کرده باشد، حساب کنید ظرفیت هر اتوبوس در حالت معمولی چند نفر بوده است؟

**۲۸** آقا محسن از نمایشگاه کتاب سه کتاب برای فرزندش خریداری کرد و ۱۸۵۰۰ تومان پرداخت. قیمت کتاب داستان ۳ هزار تومان بیش‌تر از قیمت کتاب کمک درسی و قیمت کتاب علمی تخیلی ۵ هزار تومان بیش‌تر از قیمت کتاب داستان بود. قیمت کتاب داستان را حساب کنید.

**۲۹** کلاه‌فروشی در یک حراجی، کلاه‌های ۱۲۰۰۰ تومانی خود را در صبح فروخت و در مجموع ۷۲۰ هزار تومان فروش کرد. بعدازظهر، قیمت کلاه‌های باقی‌مانده را به ۹۰۰۰ تومان کاهش داد و ۲ برابر صبح کلاه فروخت. درآمد کلاه‌فروش در آن روز چند تومان بوده است؟ «استرالیا ـ ۲۰۱۰»

**۳۰** فاصله‌ی دو اتومبیل از هم ۹۰ متر است. اتومبیل اول در هر ثانیه ۸ متر و اتومبیل دوم در هر ثانیه ۱۰ متر حرکت می‌کند. اگر این دو اتومبیل به سمت یکدیگر حرکت کنند، پس از چند ثانیه به هم می‌رسند؟

**۳۱** دو مرد یکی ۵ قرص نان و دیگری ۳ قرص نان در سفره گذاشتند و با همدیگر شروع به خوردن آن کردند. شخص سومی پیدا شد و چون گرسنه بود و نانی نداشت با اجازه‌ی آن‌ها در خوردن نان‌ها شریک شد. مرد سوم پس از خورده شدن نان‌ها ۸ درهم پول به آن دو نفر داد و سپس از آن‌ها جدا شد و رفت. مردی که ۵ نان داشت ۵ درهم برداشت و ۳ درهم آن را به دیگری داد. ولی او راضی نشد و مدعی بود که ۸ درهم باید نصف شود. به نظر شما حق با کیست؟

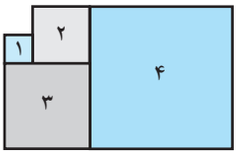
«معمای قرص نان ـ حل شده توسط حضرت علی (ع)»

**۳۲** ترانه عددی را انتخاب کرد و نصف آن را با ۳تا بیش‌تر از ثلث آن جمع کرد و در نهایت تعجب دید همان عددی که در ابتدا انتخاب کرده بود، به‌دست آمده! ترانه چه عددی را انتخاب کرده بود؟

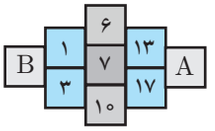
**۳۳** حاصل عبارت مقابل را به‌دست آورید. $(۱+\frac{۱}{۶۶})\times\cdots\times(۱+\frac{۱}{۴})\times(۱+\frac{۱}{۳})\times(۱+\frac{۱}{۲})$

**۳۴** امشب شب سه‌شنبه است. سی شب دیگر، چه روزی از هفته است؟

**۳۵** شکل زیر از چند مربع با ابعاد متفاوت تشکیل شده است. اگر محیط مربع (۱) مساوی ۱۶ متر و محیط مربع (۲) برابر ۲۴ متر باشد، محیط مربع (۴) چند متر است؟ محیط کل شکل را به‌دست آورید.




**۳۶** در شکل زیر به جای حروف انگلیسی چه عددهایی قرار می‌گیرند؟ «کانگورو ـ ۲۰۰۲»




**۳۷** مفتولی را به شکل مربعی به مساحت ۸۱ سانتی‌مترمربع درمی‌آوریم. بعد آن را باز می‌کنیم و به شکل مستطیل به طول ۱۳ سانتی‌متر در می‌آوریم. عرض مستطیل را محاسبه کنید.

**۳۸** مینا و مهتاب قرار گذاشتند در یک زمان معین دراز و نشست بزنند. تعداد دراز و نشست‌های آن‌ها با هم ۶۵تا بود. ولی مینا ۷تا بیش‌تر از مهتاب دراز و نشست زد. حساب کنید هر کدام چند تا دراز و نشست زده‌اند؟

**۳۹** آقای سعیدی برای خرید نان مصرفی خانواده‌اش به نانوایی رفت. متوجه شد قیمت نان ۳۰ درصد افزایش پیدا کرده است. اگر او قبلاً نان را ۱۵۰ تومان می‌خرید، حالا برای خرید ۲۰ نان چه مبلغی را باید علاوه بر مبلغ قبلی پرداخت کند؟

**۴۰** تعداد کتاب‌های مهدیه از دو برابر تعداد کتاب‌های مریم پنج‌تا بیش‌تر است. اگر مهدیه ۷تا از کتاب‌هایش را به مریم بدهد، تعداد کتاب‌های آن‌ها برابر می‌شود. آن‌ها در ابتدا چند کتاب داشته‌اند؟

**۴۱** سه جعبه داریم. در جعبه‌ی اول ۷ توپ، در جعبه‌ی دوم ۵ توپ و در جعبه‌ی سوم ۶ توپ است. اگر مجموع وزن توپ‌های جعبه‌ی اول و دوم ۷۲ گرم باشد، وزن جعبه‌ی سوم را به‌دست آورید. (توپ‌ها دارای وزن یکسانی هستند.)

- آموزش کامل منطبق بر کتاب درسی
- آموزش مفهومی ریاضیات با تکیه بر حل مثالهای متنوع
- استفاده از زبون خودمونی در آموزش
- آموزش مطالب از صفر تا ۱۰۰ و پرهیز از خلاصه گویی
- توجه به اشتباهات رایج دانش آموزان و رفع اون ها
- ارائه سؤالات امتحانی با پاسخ تشریحی
- ارائه سؤالات امتحانی بدون پاسخ




گامی تا فرزانگان
مرکز پرورش استعدادهای خفن

مرکز نشر و پخش

تلفن مرکز پخش ۶۶۹۶۰۹۱۶ - ۶۶۹۶۱۰۱۲
۶۶۹۷۶۴۶۱ - ۶۶۹۵۵۴۵۸

www.farzaneganbook.ir

به سایت ما سر بزنید...

ورود به سایت انتشارات گامی تا فرزانگان
از طریق بارکدخوان تلفن همراه و تبلت

9 786005 997507