

مجموعه اعداد گویا

نمایش اعشاری اعداد گویا

اعداد گویای تحویل پذیر:

اعدادی نظیر $\frac{4}{6}$ ، $\frac{8}{12}$ و $\frac{14}{35}$ که ب.م.م صورت و مخرج آنها به غیر از یک است، اعداد گویای تحویل پذیر هستند.

اعداد گویای تحویل ناپذیر:

اعدادی نظیر $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ و $\frac{17}{19}$ که ب.م.م صورت و مخرج آنها یک است، اعداد گویای تحویل ناپذیر هستند.

عدد گویای $\frac{a}{b}$ را تحویل ناپذیر گویند هرگاه $(a, b) = 1$

نمایش اعشاری اعداد گویا براساس عامل های اول مخرج به سه دسته تقسیم می شوند:

در مخرجهای هریک از سه دسته از کسره های زیر دقت کنید:

دسته اول: $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{3}{20}$ ، $\frac{7}{160}$

دسته دوم: $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{7}$ ، $\frac{7}{39}$ ، $\frac{13}{231}$

دسته سوم: $\frac{5}{6}$ ، $\frac{3}{26}$ ، $\frac{7}{34}$ ، $\frac{1}{30}$

دسته اول: اگر مخرج هریک از کسره های این دسته را به عوامل اول تجزیه کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2} \quad , \quad \frac{3}{2^2} \quad , \quad \frac{3}{2^2 \times 5}$$

در مخرج هر یک از کسره های بالا فقط عامل های ۲ و ۵ دیده می شود.

جزوه آموزشی برای فعالیت های تکمیلی (تایپ، تهیه و گردآوری: عثمان شکری)

مجموعه اعداد گویا

اگر در هر کسر صورت را بر مخرج تقسیم کنیم پس از تعدادی متناهی پیشروی در تقسیم، باقیمانده به صفر خواهد رسید.

$$\frac{1}{2} = 0.5$$

$$\frac{3}{4} = 0.75$$

$$\frac{3}{20} = 0.15$$

$$\frac{7}{160} = 0.04375$$

کسره‌ای تحویل ناپذیری که در مخرج آنها تنها عامل‌های اول ۲ یا ۵ وجود داشته باشد قابل تبدیل به کسر اعشاری تحقیقی یا مختوم می‌باشند.

دسته دوم: اگر مخرج هر یک از کسره‌های دسته دوم را به عوامل اول تجزیه کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{7}, \frac{7}{3 \times 13}, \frac{13}{3 \times 7 \times 11}$$

در مخرج این کسرها فقط عامل‌های اول غیر از ۲ و ۵ وجود دارد. اگر در هر کسر صورت را بر مخرج تقسیم کنیم و در تقسیم پیشروی کنیم باقیمانده هیچگاه به صفر نخواهد رسید و خارج قسمت تحقیقی به دست نمی‌آید. بلکه در خارج قسمت مرتب رقم یا ارقامی تکرار می‌شود و خارج قسمت به دست آمده همیشه تقریبی خواهد بود که بر حسب تقریب خواسته شده آن را گرد می‌کنیم.

جزوه آموزشی برای فعالیت‌های تکمیلی (تایپ، تهیه و گردآوری: عثمان شکری)

مجموعه اعداد گویا

$$\frac{1}{3} \approx 0.67$$

$$\frac{1}{3} = 0.666 \dots = 0.\overline{6}$$

$$\frac{1}{7} = 0.428571 \dots = 0.\overline{428571}$$

این نمادها را نماد اعشاری متناوب ساده یا عدد اعشاری متناوب ساده متناظر با آن کسرهای می خوانیم. رقم یا دسته ارقامی که مرتب تکرار می شود **دوره گردش** آن عدد اعشاری متناوب ساده می خوانیم و برای سهولت در نوشتن این اعداد اعشاری فقط یک دوره گردش را می نویسیم و بالای آن دسته ارقام یک خط قرار می دهیم، همانطور که در بالا می بینید.

دسته سوم: اگر مخرج هر یک از کسرهای دسته سوم را به عوامل اول تجزیه کنیم خواهیم داشت:

$$\frac{5}{2 \times 3}, \quad \frac{3}{2 \times 13}, \quad \frac{7}{2 \times 17}, \quad \frac{1}{2 \times 3 \times 5}$$

در مخرج هریک از اعداد این دسته عامل های اول ۲ یا ۵ وجود دارد و در عین حال عامل های اول دیگری مثل ۳ یا ۷ یا ۱۱ و ... نیز دیده می شود. در هر یک از این کسرها اگر صورت را بر مخرج تقسیم کنیم و در تقسیم پیشروی کنیم، باقیمانده هیچگاه به صفر نخواهد رسید و خارج قسمت همیشه تقریبی خواهد بود:

$$\frac{5}{6} = 0.83333 \dots = 0.8\overline{3}$$

جزوه آموزشی برای فعالیت های تکمیلی (تایپ، تهیه و گردآوری: عثمان شكري)

مجموعه اعداد گویا

$$\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$$

$$\frac{3}{26} = 0.1153846153846\ldots = 0.\overline{1153846}$$

این نمادها را نماد اعشاری متناوب مرکب یا عدد اعشاری متناوب مرکب متناظر با کسرهای فوق می خوانیم. در اینجا غیر از ارقام دوره گردش، ارقام دیگری نیز وجود دارند که تکرار نمی شود که آنها را ارقام غیر دوره گردش می خوانیم. به عنوان مثال در نمایش اعشاری کسر $\frac{5}{6}$ ، ۸ رقم غیر گردش و سه رقم دوره گردش است.

هر عدد گویا را می توان به صورت یک عدد اعشاری تحقیقی (مختوم)، متناوب ساده یا متناوب مرکب نوشت. اعدادی را که نتوان آنها را به صورت عدد اعشاری تحقیقی یا متناوب نوشت گویا نیستند.

جزوه آموزشی برای فعالیت های تکمیلی (تایپ، تهیه و گردآوری: عثمان شکری)

تبدیل کسر اعشاری به کسر متعارفی:

۱- تبدیل عدد اعشاری تحقیقی کوچکتر از واحد به کسر متعارفی :

برای اینکار کافی است کسر متعارفی بنویسیم که صورت آن ارقام بعد از ممیز آن عدد و مخرج آن ۱۰^n باشد (n مساوی تعداد ارقام بعد از ممیز است). و سپس آن را ساده کرده و به کسر تحویل ناپذیر تبدیل نماییم.

مثال

اعداد $۰/۸$ ، $۰/۷۲$ و $۰/۱۲۵$ را به صورت کسر گویا بنویسید.

$$\begin{aligned} ۰/۸ &= \frac{۸}{۱۰^۱} = \frac{۴}{۵} \\ ۰/۷۲ &= \frac{۷۲}{۱۰^۲} = \frac{۷۲}{۱۰۰} = \frac{۱۸}{۲۵} \\ ۰/۱۲۵ &= \frac{۱۲۵}{۱۰^۳} = \frac{۱}{۸} \end{aligned}$$

۲- تبدیل عدد اعشاری متناوب ساده به کسر متعارفی :

ابتدا آن کسر را مساوی x قرار می دهیم (تساوی ۱)
طرفین این تساوی را در ۱۰^n (n تعداد ارقام دوره گردش است) ضرب می کنیم (تساوی ۲)
دو تساوی را از هم کم می کنیم .
از این تساوی x را حساب می کنیم.

مثال

کسر متعارفی مساوی عدد اعشاری $0.\overline{72}$ را بنویسید.

$$x = 0.\overline{72} = 0.7272 \dots \quad (\text{تساوی ۱})$$

$$100x = 72.7272 \dots \quad (\text{تساوی ۲})$$

$$100x - x = 72$$

$$\rightarrow 99x = 72$$

$$\rightarrow x = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}$$

۳- تبدیل عدد اعشاری متناوب مرکب به کسر متعارفی:

ابتدا آن کسر را مساوی x قرار می دهیم (تساوی ۱)

طرفین این تساوی را در 10^p (تعداد ارقام غیر گردش است) ضرب می کنیم (تساوی ۲)

طرفین این تساوی را در 10^n (تعداد ارقام دوره گردش است) ضرب می کنیم (تساوی ۳)

دو تساوی (۲) و (۳) را از هم کم می کنیم .

جزوه آموزشی برای فعالیت های تکمیلی (تایپ، تهیه وگردآوری: عثمان شکری)

مجموعه اعداد گویا

از تساوی اخیر X را محاسبه نموده ساده می کنیم.

مثال

کسر متعارفی مساوی عدد اعشاری $0.\overline{327}$ را بنویسید.

$$x = 0.\overline{327} = 0.3272727\ldots \quad (\text{تساوی ۱})$$

$$10x = 3.272727\ldots \quad (\text{تساوی ۲})$$

$$1000x = 327.272727\ldots \quad (\text{تساوی ۳})$$

$$1000x - 10x = 327.272727\ldots - 3.272727\ldots$$

$$\rightarrow 990x = 327 - 3$$

$$\rightarrow x = \frac{327-3}{990} = \frac{18}{55}$$

برای تبدیل اعداد اعشاری متناوب می توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\frac{(\text{ارقام غیر گردش}) - (\text{تمام ارقام})}{\text{به تعداد غیر گردش صفر به تعداد گردش ۹}}$$

منبع: کتاب ریاضی اول دبیرستان قدیم

جزوه آموزشی برای فعالیت های تکمیلی (تایپ، تهیه و گردآوری: عثمان شکری)



email: O_shokri52@yahoo.com & telegram: @shokri52riazi & Tel: ۰۹۱۸۳۷۹۵۳۰۸