توان : اگر عددی چند بار در خودش ضرب شده باشد. برای مختصر نویسی از توان استفاده می شود.

مانند : $a \times a \times a \times \dots \times a = a^n$ (a به توان n) ; a پایه، n توان ; a به n بار

مانند : $۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۳^۴$ (۳ به توان ۴) ; ۳ پایه، ۴ توان

نکته : هر عدد یا عبارتی که توان نداشته باشد توان آن یک است. عددی که توان آن یک باشد برابر با خود آن عدد است.

مانند : $x = x^۱$ ، $۸^۱ = ۸$

نکته : عدد یک به هر توانی که باشد. حاصل برابر با یک است.

مانند : $۱^{۲۰۰} = ۱$

نکته : هر عبارت یا عددی (غیر از صفر) به توان صفر باشد. حاصل برابر با یک است.

مانند : $a^۰ = ۱$ ، $۶^۰ = ۱$

نکته : عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به توان مربوط نیست.

مانند : $-۴^۲ = -(۴ \times ۴) = -۱۶$ ، $(-۴)^۲ = -۴ \times -۴ = ۱۶$

نکته : عدد کسری داخل پرانتز باشد صورت و مخرج به همان تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد کسری داخل پرانتز نباشد فقط عددی به توان ضرب می شود که توان بالای آن قرار داشته باشد.

مانند : $\frac{۲}{۳^۲} = \frac{۲}{۳ \times ۳} = \frac{۲}{۹}$ ، $\frac{۲^۲}{۳} = \frac{۲ \times ۲}{۳} = \frac{۴}{۳}$ ، $\left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ = \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۹}$

نکته : عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی می شود.

مانند : $(-۳)^۳ = -۲۷$ (توان فرد) ، $(-۳)^۴ = ۸۱$ (توان زوج)

مثال : حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\frac{-۳^۲ + ۱^۸ - ۲^۲}{۶^۲ \div ۲^۲} = \frac{-۹ + ۱ - ۴}{۳۶ \div ۴} = -\frac{۱۲}{۹} = -\frac{۴}{۳}$$

$$۴^۳ - ۲^۵ + ۹^۰ = ۶۴ - ۳۲ + ۱ = ۳۳$$

مجذور یا مربع یک عدد : به توان دوم هر عدد مجذور یا مربع آن عدد گفته می شود.

مانند : مربع عدد ۶ برابر است با : $۶^۲ = ۳۶$

مکعب یک عدد : به توان سوم هر عدد مکعب آن عدد گفته می شود.

مانند : مکعب عدد ۶ برابر است با : $۶^۳ = ۲۱۶$

مثال : الف) مجموع مربع ۵ و مکعب ۴ را به دست آورید. $۵^۲ + ۴^۳ = ۲۵ + ۶۴ = ۸۹$

ب) اختلاف مکعب و مجذور ۰/۳ را به دست آورید. $(۰/۳)^۳ - (۰/۳)^۲ = ۰/۰۲۷ - ۰/۰۹ = ۰/۰۶۳$

اولویت های ریاضی : اگر چند علامت ریاضی با هم باشند از اولویت ریاضی استفاده می شود :

۱) ابتدا داخل پرانتز جواب داده می شود و اگر چند پرانتز باشد از داخل ترین پرانتز جواب می دهیم.

۲) توان یا جذر ۳) ضرب و تقسیم ۴) جمع و تفریق

نکته : اگر از یک اولویت هر دو با هم باشند یعنی ضرب و تقسیم با هم باشند از علامتی زودتر استفاده می کنیم که به سمت چپ نزدیکتر باشد.

مثال : حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$۵ - ۵ \times ۲^۳ \div ۴ = ۵ - ۵ \times ۸ \div ۴ = ۵ - ۴۰ \div ۴ = ۵ - ۱۰ = -۵$$

$$۴ + ۳^۲ - (۵^۲ - ۲۴)^{۱۰} = ۴ + ۳^۲ - (۲۵ - ۲۴)^{۱۰} = ۴ + ۳^۲ - ۱^{۱۰} = ۴ + ۹ - ۱ = ۱۲$$

ضرب اعداد توان دار : الف) اگر پایه ها برابر باشند : یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

مانند : $۴^۷ \times ۴^۳ = ۴^{۱۰}$ $a^m \times a^n = a^{m+n}$

ب) اگر توان ها برابر باشند : یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

مانند : $۱۲^۷ \times ۳^۷ = ۳۶^۷$ $a^m \times b^m = (ab)^m$

مثال : حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$۴^۵ \times ۱۲^۷ \times ۳^۵ = ۱۲^۵ \times ۱۲^۷ = ۱۲^{۱۲}$$

$$(۲/۵)^۳ \times ۶^۳ = (۲/۵ \times ۶)^۳ = ۱۵^۳$$

مثال : اگر $۲^{۱۰} = ۱۰۲۴$ باشد حاصل $۲^{۱۲}$ و $۲^{۱۵}$ را به دست آورید.

$$۲^{۱۵} = ۲^{۱۰} \times ۲^{۵} = ۱۰۲۴ \times ۳۲ = ۳۲۷۶۸$$

$$۲^{۱۲} = ۲^{۱۰} \times ۲^{۲} = ۱۰۲۴ \times ۴ = ۴۰۹۶$$

مثال : اگر $۳^{a} = ۵$ باشد حاصل $۳^{a+۲}$ را به دست آورید.

$$۳^{a+۲} = ۳^{a} \times ۳^{۲} = ۵ \times ۹ = ۴۵$$

جذر یا ریشه دوم اعداد : در تساوی $[۳^{۲} = ۹ \ , (-۳)^{۲} = ۹]$ عدد ۹ را مجذور اعداد ۳ و ۳- می گویند. و اعداد ۳ و ۳- ریشه های دوم ۹ می گویند.

نکته : هر عدد دارای دو ریشه دوم است که یکی قرینه ی دیگری است.

مانند : ریشه های دوم عدد ۳۶ برابر است با : ۶ و ۶-

نکته : در جذر گیری فقط عدد مثبت آن در نظر گرفته می شود و جذر را با رادیکال $(\sqrt{\ })$ نشان می دهند.

نکته : اعداد منفی جذر ندارند. چون مجذور هیچ عددی ؛ منفی نمی شود.

نکته : جذر اعداد صفر و یک برابر با خود آن اعداد است.

مثال : جذر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{۴۹ \times ۲۵} = ۷ \times ۵ = ۳۵$$

$$\sqrt{\frac{۴}{۹}} = \frac{۲}{۳}$$

$$\sqrt{۱۰۰} = ۱۰$$

جذر تقریبی اعداد : برای به دست آوردن جذر تقریبی اعداد مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

۱) ابتدا مشخص می کنیم عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

۲) سپس عدد وسط دو عدد را مشخص کرده و مجذور آن را می نویسیم.

۳) سپس اگر مجذور عدد وسطی از عدد داده شده بیشتر بود ۴ عدد کمتر از عدد وسطی و اگر از عدد داده شده کمتر بود ۴ عدد بزرگتر از عدد وسطی را می نویسیم.

۴) داخل یک جدول مجذورهای ۴ عدد را نوشته سپس مجذور عددی که به عدد داده شده نزدیکتر بود همان جذر تقریبی عدد است.

نکته : برای این که بدانیم عدد داده شده بین کدام دو صحیح متوالی قرار دارد مجذور دو عددی را مشخص می کنیم که به عدد داده شده نزدیک باشد.

مثال : مشخص عدد $\sqrt{۳۲}$ و $\sqrt{۸۳}$ بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است.

$\sqrt{۸۱} < \sqrt{۸۳} < \sqrt{۱۰۰}$ (بین ۹ و ۱۰ که به ۹ نزدیکتر است)

$\sqrt{۳۶} < \sqrt{۳۲} < \sqrt{۴۵}$ (بین ۵ و ۶ که به ۶ نزدیکتر است)

مثال : جذر تقریبی عدد ۴۷ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$۶ \rightarrow ۶/۵ \leftarrow ۷$

$\sqrt{۳۶} < \sqrt{۴۷} < \sqrt{۴۹}$

مرحله ۲

مجذور عدد وسط

$(۶/۵)^۲ = ۴۲/۲۵$

مرحله ۳

$۴۲/۲۵ < ۴۷$

چون مجذور عدد وسط کمتر از عدد شده مجذور

۴ عدد بزرگتر از عدد وسط را می نویسیم

مرحله ۴

عدد	۶/۶	۶/۷	۶/۸	۶/۹
مجذور عدد	۴۳/۵۶	۴۴/۸۹	۴۶/۲۴	۴۷/۶۱

$\sqrt{۴۷} \simeq ۶/۸$

مثال : جذر تقریب عدد ۶۶ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$۸ \rightarrow ۸/۵ \leftarrow ۹$

$\sqrt{۶۴} < \sqrt{۶۶} < \sqrt{۸۱}$

مرحله ۲

مجذور عدد وسط

$(۸/۵)^۲ = ۷۲/۲۵$

مرحله ۳

$۷۲/۲۵ > ۶۶$

چون مجذور عدد وسط بیشتر از عدد شده مجذور

۴ عدد کوچکتر از عدد وسط را می نویسیم

مرحله ۴

عدد	۸/۱	۸/۲	۸/۳	۸/۴
مجذور عدد	۶۵/۶۱	۶۷/۲۴	۶۸/۸۹	۷۰/۵۶

$\sqrt{۶۶} \simeq ۸/۱$

نکته : یکی از کاربرد های جذر در مساحت شکل های هندسی مانند مربع و دایره است.

مثال : مساحت مربعی ۶/۲۵ شده است. طول یک ضلع مربع چند است.

یک ضلع مربع $\longrightarrow \sqrt{۶/۲۵} = ۲/۵ \Longrightarrow$ خودش × یک ضلع = مساحت مربع

مثال : مساحت دایره ای ۲۸/۲۶ شده است. شعاع دایره چند است.

شعاع دایره $\longrightarrow \sqrt{۹} = ۳ \Longrightarrow$ شعاع × شعاع $= \frac{۲۸/۲۶}{۳/۱۴} = ۹ \Longrightarrow$ شعاع × شعاع × ۳/۱۴ = مساحت دایره