شمارنده ها یا مقسوم علیه های یک عدد : اعدادی که عدد داده شده بر آن ها بخش پذیر باشد.

نکته : اولین شمارنده ی هر عدد یک و آخرین شمارنده ی هر عدد خود آن عدد است.

مثال : شمارنده های اعداد ۹ و ۲۴ و ۴۲ را بنویسید.

$\{۱ , ۳ , ۹\}$ = ۹ شمارنده $\{۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۶ , ۸ , ۱۲ , ۲۴\}$ = ۲۴ شمارنده $\{۱ , ۲ , ۳ , ۶ , ۷ , ۱۴ , ۲۱ , ۴۲\}$ = ۴۲ شمارنده

عدد اول : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که فقط دو شمارنده داشته باشد عدد اول است.

نکته : عدد اول فقط بر یک و خودش بخش پذیر است.

نکته : تنها عدد زوج که اول باشد عدد ۲ است.

نکته : ترتیب اعداد اول به صورت مقابل است : اعداد اول یک رقمی

اعداد اول = $\{۲ , ۳ , ۵ , ۷ , ۱۱ , ۱۳ , ۱۷ , ۱۹ , ...\}$

عدد مرکب : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد عدد مرکب است.

نکته : هر عددی طبیعی که بتوان برای آن ضربی غیر از یک نوشت آن عدد مرکب است.

نکته : تمام اعداد زوج (غیر از ۲) مرکب هستند.

نکته : عدد یک نه اول است و نه مرکب. (چون عدد یک فقط یک شمارنده دارد)

نکته : تمام اعداد طبیعی (غیر از یک) حداقل یک شمارنده اول دارند.

مثال : الف) مجموع سومین و هفتمین عدد اول چند است؟ $۵ + ۱۷ = ۲۲$

ب) اختلاف بزرگترین و کوچکترین عدد اول دو رقمی چند است؟ $۹۷ - ۱۱ = ۸۶$

ج) مجموع دو عدد اول ۲۵ شده است. آن دو عدد اول کدامند؟ $۲ + ۲۳ = ۲۵$ (چون مجموع اعداد فرد شده یکی از اعداد باید زوج باشد)

د) از ۱ تا ۲۰ چند عدد مرکب وجود دارد؟ از ۱ تا ۲۰ تعداد اعداد ۲۰ تاست که (۸ عدد اول) و (عدد یک نه اول و نه مرکب)

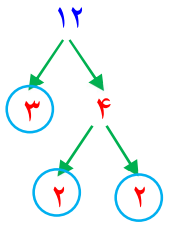
را کم می کنیم : $۲۰ - ۹ = ۱۱$

تجزیه اعداد : برای به دست آوردن شمارنده های اول یک عدد آن را تجزیه می کنیم.

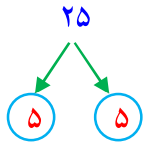
نکته : یکی از روش های تجزیه (نمودار درختی) است که در این روش برای هر عدد یک ضرب بزرگتر از یک نوشته تا وقتی که دیگر نتوان برای عدد یک ضرب نوشت نمودار ادامه پیدا می کند.

نکته : اعداد که نتوان برای آن ها ضربی نوشت جزو شمارنده های اول آن عدد است.

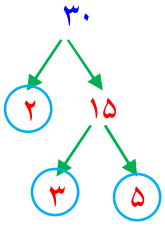
مثال : شمارند های اول اعداد ۱۲ و ۲۵ و ۳۰ را از روش نمودار درختی به دست آورید.



$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$



$۲۵ = ۵ \times ۵$



$۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$

نکته : برای ساده کردن کسرها می توان اعداد را تجزیه کرد سپس شمارنده های مشترک دو عدد را خط زد.

مثال : کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{۲۴}{۶۰} = \frac{\cancel{۲} \times ۲ \times ۲ \times \cancel{۳}}{\cancel{۲} \times ۲ \times \cancel{۳} \times ۵} = \frac{۲}{۵}$$

$$\frac{۱۲}{۱۸} = \frac{\cancel{۲} \times ۲ \times \cancel{۳}}{\cancel{۲} \times \cancel{۳} \times ۳} = \frac{۲}{۳}$$

مثال : بزرگترین شمارنده مشترک (ب . م .م) دو عدد ۱۲ و ۳۰ را از روش نوشتن شمارنده ها به دست آورید.

۱۲ شمارنده $= \{۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲\}$ ۳۰ شمارنده $= \{۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰\}$ مشترک ۳۰ و ۲۴ $= \{۱, ۲, ۳, (۶)\}$

$(۱۲, ۳۰) = ۶$ ⟵ پرانتز نشانه (ب.م.م) دو عدد است

روش به دست آوردن بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد (از روش تجزیه) : مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

۱) دو عدد را تجزیه می کنیم ۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

۳) عدد های مشترک با کمترین تکرار را در هم ضرب می کنیم

مثال : بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۴۸ و ۲۰ را از روش تجزیه به دست آورید.

$(۲۰, ۴۸) = ۲ \times ۲ = ۴$ $۴۸ = \underline{۲ \times ۲} \times ۲ \times ۲ \times ۳$ $۲۰ = \underline{۲ \times ۲} \times ۵$

(شمارنده مشترک دو عدد ۲ است و کمترین تکرار هم ۲ بار است)

نکاتی درباره (ب.م.م) اعداد :

۱) از (ب.م.م) اعداد برای ساده کردن کسرها استفاده می شود.

۲) (ب.م.م) هر عدد با یک برابر با یک است : $(۱۲, ۱) = ۱$

۳) (ب.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود : $(۱۵, ۱۵) = ۱۵$

۴) (ب.م.م) دو عدد اول مختلف یک می شود : $(۵, ۱۳) = ۱$

۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ب.م.م) آن دو عدد برابر با عدد کوچکتر می شود : $(۶, ۱۸) = ۶$

۶) (ب.م.م) دو عدد متوالی (پشت سر هم) همواره یک است : $(۳۲, ۳۳) = ۱$

مضرب های طبیعی یک عدد : اگر یک عدد را به ترتیب در اعداد طبیعی ضرب کنیم مضارب آن عدد به دست می آید.

مثال : مضارب طبیعی اعداد ۸ و ۱۵ را بنویسید.

۸ × ۱ ۸ × ۲ ۸ × ۳ ۸ × ۴

۸ مضارب = {۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲ , ...}

۱۵ مضارب = {۱۵ , ۳۰ , ۴۵ , ۶۰, ...}

نکته : اولین مضرب طبیعی هر عدد خودعدد و آخرین مضرب آن مشخص نیست.

مثال : الف) هفتمین مضرب عدد ۱۲ چند است؟ ۸۴ = ۱۲ × ۷

ب) آیا ۱۴۲ مضرب عدد ۳ است؟ چرا؟ خیر . چون اگر ۱۴۲ را بر ۳ تقسیم کنیم باقیمانده تقسیم صفر نمی شود.

ج) سه مضرب مشترک ۵ و ۷ را بنویسید؟ {۳۵ , ۷۰ , ۱۰۵}

مثال) کوچکترین مضرب مشترک (ک .م .م) دو عدد ۶ و ۱۵ را از روش نوشتن مضرب های دو عدد به دست آورید.

۶ مضارب = {۶ , ۱۲ , ۱۸ , ۲۴ , ۳۰ , ۳۶ , ۴۲ , ۴۸ , ۵۴ , ۶۰, ...} ۱۵ مضارب = {۱۵ , ۳۰ , ۴۵ , ۶۰ , ...}

۱۵ و ۶ مشترک = {۳۰ و ۶۰ و ۹۰ , ...} ← کروشه نشانه (ک.م.م) دو عدد است [۶ , ۱۵] = ۳۰

روش به دست آوردن کوچکترین مضرب مشترک دو عدد (ازروش تجزیه) : مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

۱) دو عدد را تجزیه می کنیم ۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

۳) عدد های مشترک با بیشترین تکرار و عددهای غیر مشترک را در هم ضرب می کنیم

مثال : بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۶۰ و ۷۲ را از روش تجزیه به دست آورید.

۶۰ = ۲ × ۲ × ۳ × ۵ ۷۲ = ۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ۳ [۶۰ , ۷۲] = ۲ × ۲ × ۲ × ۳ × ۳ × ۵ = ۳۶۰

(شمارنده مشترک دو عدد ۲ و ۳ است و بیشترین تکرار ۲ سه بار و ۳ دو بار است)

نکاتی درباره (ک.م.م) اعداد :

۱) از (ک.م.م) اعداد برای مخرج مشترک کسرها استفاده می شود.

۲) (ک.م.م) هر عدد با یک برابر با خود عدد است : (۱۲ , ۱) = ۱۲

۳) (ک.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود : (۱۵ , ۱۵) = ۱۵

۴) (ک.م.م) دو عدد اول مختلف برابر با حاصل ضرب آن دو می شود : (۵ , ۱۳) = ۶۵

۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ک.م.م) آن دو عدد برابر با عدد بزرگتر می شود : (۶ , ۱۸) = ۱۸