

فصل اول
راهبرد حل مسئله

رسم شکل

۱-می خواهیم برای یک میز مستطیل شکل به ابعاد ۲×۳ متر یک رومیزی خریده ودور آن را نوار بدوزیم به طوریکه رومیزی از هر طرف ۲۰ سانتی متر آویزان باشد

الف- مساحت رومیزی چند متر مربع است ؟

ب-چند متر نوار برای دور رومیزی لازم است؟

۲-فرش دایره ای شکلی به شعاع یک متر را در وسط یک اتاق انداخته ایم اگر لبه ی فرش از هر طول ۰/۵ متر وتا عرض۱ متر فاصله داشته باشد مساحت این اتاق چه متر مربع است؟

۳-علی $\frac{۱}{۳}$پول خود را خودکار و$\frac{۱}{۴}$باقیمانده را مداد خرید و۳۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. کل پول او چه قدر است؟

۴-دریک مزرعه ۱۲ شتر مرغ واسب وجود دارد.اگر تعداد پا های آنهاروی هم ۳۲ تا باشد چند شتر مرغ وچند اسب وجود دارد؟

۵-مورچه ای هر ثا نیه ۴ سانتی متر بالا می رود. او در حال حاضر در ۴۰ سانتی متری از مکان شروع حرکت خود است ۵ثانیه ی پیش او در چه فاصله ای از نقطه شروع حرکت خود بوده است؟

۶-یک گوی لاستیکی ازروی کمدی به ارتفاع ۲۷۰ سانتی از زمین قل خورده وهر بار پس از زمین خوردن ثلث ارتفاع قبلی خود رابالا می آید این توپ از لحظه ی جدا شدن از لبه ی کمد تا چهارمین باری که به زمین می خورد چند سانتی متر به سمت زمین حرکت داشته است؟

۷-فاطمه $\frac{۱}{۵}$یک کیک را به پدرش و$\frac{۱}{۴}$ باقی مانده را به مادرش$\frac{۱}{۳}$ باقی مانده را به خواهرش داد. چه کسری از کیک برای خودش باقی می ماند؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۸-ریحانه ابتدا $\frac{۲}{۳}$وسپس $\frac{۱}{۵}$پولش را خرج کرد اگر او ۹۰۰۰ تومان پول داشته باشد، چه قدر برایش باقی می ماند؟

۹-$\frac{۲}{۳}$استخری پر از آب است اگر ۴۵۰ لیتر آب به آن اضافه کنیم $\frac{۳}{۴}$استخر پر می شود. گنجایش این استخر چند لیتر است؟

۱۰-در یک کلاس ۵۰ نفری، ۲۵ نفر عضو فوتبال ۲۹ نفر عضو والیبال ودونفر ورزش نمی کنند .در این کلاس چند نفر عضو فقط یک رشته ی ورزشی هستند؟

۱۱-علی نصف پولش را خرج کرد .وثلث بقیه ی آن را به دوستش داد .ودر آخر برایش ۱۱۲۳ تومان باقی ماند. کل پول او چه قدر است؟

۱۲-باغچه ای به شکل مربع داریم که دور تا دور آن را به فاصله ی ۲متر از هرلبه ی باغچه حصار کشیده ایم اگر مساحت باغچه ۱۰۰ متر مربع باشد چند متر حصار نیاز داریم؟

الگو سازی

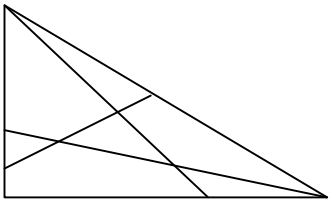
۱-تمام اعداد دورقمی که با ارقام ۳و۵و۷ می توان نوشت را بنویسید؟

۲-با انگشتان یک دست به چند طریق می توان عدد ۳ را نشان داد؟

۳-به چند طریق می توان ۵۰ تومان را باسکه های ۵ و۲۵ و۱۰ تومان خرد کرد؟

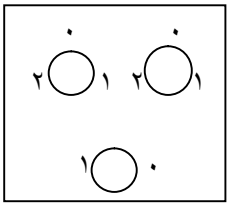
۴-با سکه های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می توان ۴۵۰ تومان را درست کرد؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir



۵- درشکل مقابل چند مثلث می بینید؟

۶-رمز کیفی به صورت شکل مقابل است.اگر صاحب آن رمز، صحیح را فراموش کرده باشد ،حداکثر به چند طریق می تواند رمز هارا امتحان کند ؟



۷- فاطمه سه بلوز و۲دامن و سه روسری خود را حداکثر به چند طریق می تواند امتحان کند تا بهترین حالت پوشش را برای خود انتخاب کند؟

۸-حاصل عبارت۳۰+...+۳+۲+۱را به دست آورید.

۹-حاصل عبارت ۴۲+...+۴+۲را به دست آورید.

۱۰-حاصل عبارت ۱۰۱+۹۹+...+۱را به دست آورید.

حذف حالت های نا مطلوب

۱-دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل جمع شان ۳۱ وحاصل ضربشان بیشترین مقدار باشد؟

۲-دربین مستطیل هایی که محیطی برابر ۲۴ سانتی متر داشته باشند بیشترین مقدار مساحت چیست؟

۳- می خواهیم عدد ی بین صفر تا ۹۹راکه یکی از دوستان شما در ذهن دارد را پیداکنیم، بهترین سوالی که می توانیم از او بکنیم تا حالات نا مطلوب بیشتری از بین رود کدام گزینه است؟

الف)آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟ ب)آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟

پ)آیا عدد مورد نظر شما بر ۳ بخش پذیر است؟ ت)آیا عدد مورد نظر شما مضربی از ۴ است؟

حدس وآزمایش

۱-یک عدد طبیعی پیدا کنید.که اگر با ۱۰ جمع یا تفریق کنیم مجموع آن ها سه برابر اختلاف آن ها باشد؟

۲-یک عدد طبیعی پیدا کنید که مجموع وتفاضل آن با عدد ۲۰ مضربی از ۸ شود؟

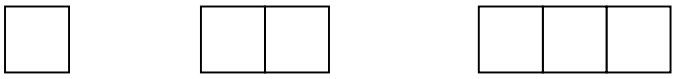
۳-دوزاویه ی مکمل، اختلافشان ۸۰ درجه است .اندازه ی زاویه ی کوچکتر چند درجه است؟

۴-در یک آزمون ۲۰ سوالی که هر پاسخ درست ۱نمره مثبت وهر ۳ پاسخ نادرست یک نمره منفی دارد.دانش آموزن به چند حالت ممکن است در تصحیح برگه هایشان صفر درصد زده باشند؟

۵- دریک میدان اسب دوانی تعداد سرها ۲۲ تا و تعداد پا ها ۷۲ تا است تعداد اسبها چند تا است؟(دراین میدان فقط انسان و اسب وجود دارد)

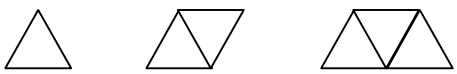
الگو یابی

۱-در الگوی زیر شکل بیستم از چند پاره خط کوچک تشکیل شده است؟



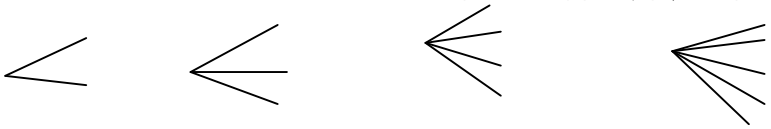
(۱) (۲) (۳)

۲-درالگوی زیر شکل نهم از چند مثلث کوچک تشکیل شده است؟وشکل هفتم از چند پاره خط تشکیل شده است؟



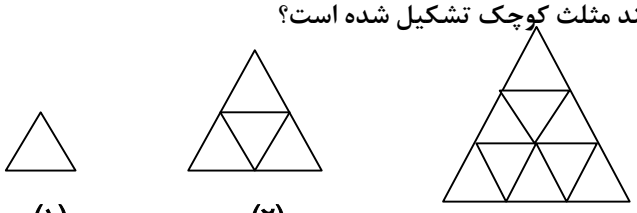
(۱) (۲) (۳)

۳-با توجه به الگوی زیر شکل هفتم از چند زاویه تشکیل شده است؟



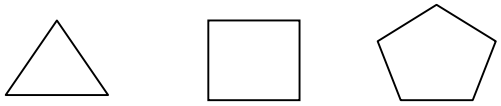
(۱) (۲) (۳) (۴)

۴-در الگوی زیر شکل هفتم ودهم از چند مثلث کوچک تشکیل شده است؟



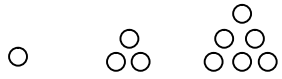
(۱) (۲) (۳)

۵- می دانیم مجموع زوایای داخلی یک مثلث ۱۸۰ درجه است؟ اکنون شما با توجه به الگوی زیر مجموع زوایای داخلی یک ۹ ضلعی را حساب کنید؟



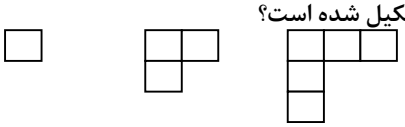
۶-یک کاغذ مربعی شکل را یک بار تا میزنیم به دوقسمت تقسیم می شود .دو بار تامی زنیم به چهار قسمت تقسیم می شود .سه بار تا می زنیم به هشت قسمت تقسیم می شود اگر ۷ بار تا بزنیم به چند قسمت تقسیم می شود؟

۷-با توجه به شکل زیر شکل سی وپنجم از چند دایره تشکیل شده است؟



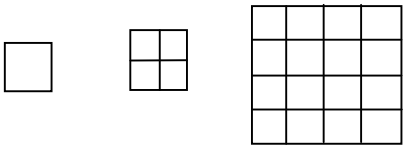
(۱) (۲) (۳)

۸-با توجه به الگوی زیر شکل هشتم از چند پاره خط کوچک تشکیل شده است؟



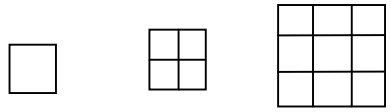
(۱) (۲) (۳)

۹-با توجه به الگوی زیر شکل ششم از چند مربع کوچک تشکیل شده است؟



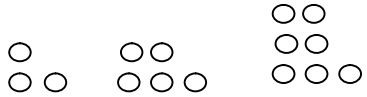
(۱) (۲) (۳)

۱۰-با توجه به الگوی مقابل شکل بیستم از چند مربع کوچک تشکیل شده است؟



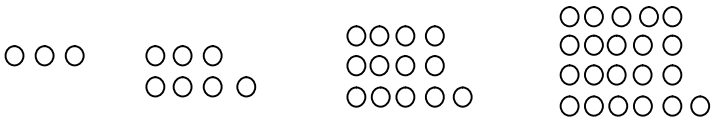
(۱) (۲) (۳)

۱۱-شکل دهم از چند دایره تشکیل شده است؟



(۱) (۲) (۳)

۱۲-با توجه به به الگوی زیر شکل دوازدهم از چند دایره تشکیل شده است؟



(۱) (۲) (۳) (٤)

۱۳- هر یک از الگو های عددی زیر را تا سه عدد بعدی ادامه دهید.

....و....و....و۱۶و۴و۱ ....و....و....و۳۷و۲۴و۱۲و۱ ....و....و....و۹و۴و۱

....و....و....و۶و۳۰و۵و۲۰و۴و۱۲و۳ .....و.....و.....و۸و۵و۳و۲و۱

....و....و....و۱۳و۸و۵و۳و۲و۱و۱ ....و....و....و $\frac{۸}{۲۱}$ و $\frac{۵}{۱۴}$ و $\frac{۲}{۷}$

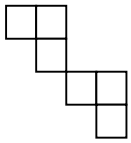
زیر مسئله

۱-با یک سیم مثلثی متساوی الاضلاع درست کرده ایم که اندازه هر ضلع آن ۱/۲ متر است .اگر سیم را باز کرده وبا آن یک مربع درست کنیم اندازه هر ضلع مربع چه قدر است؟

۲-منا تعدادی دفتر با پول خود که ۹۵۰۰ تومان بود،را خرید. اگر قیمت هر دفتر ۳۰۰تومان باشد ،وفروشنده ۸۰۰ تومان از پول ها را به او برگرداند قیمت هر دفتر چند تومان است؟

۳-نصف پول علی ۲۰۰۰ تومان است. $\frac{۲}{۵}$ پول او چه قدر است؟

۴-در شکل مقابل ۶ مربع مساوی داریم ،که مجموع مساحت هایشان ۵۴ متر است.محیط این شکل را حساب کنید.



۵- کالایی ۷۵۰ تومانی را با ۲۰ درصدتخفیف خریدیم. سپس ۸۰۰ تومان فروختیم، چند درصد سود کرده ایم؟

۶-آن قدر آب پرتقال داریم که با آن می توانیم ۱۲ لیوان بزرگ یا ۲۰ لیوان کوچک را پر کنیم. بعد از پر کردن ۹ لیوان بزرگ تصمیم گرفتیم که باقی مانده آب پرتقال ها را در لیوان های کوچک بریزیم چند لیوان کوچک لازم داریم؟

۷-جمعیت یک کشور۷۱۳۵۹۶۴۶۵ و کشور دیگری ۵۰۰۱۲۵۰۳۹ است مجموع جمعیت دو کشور چند برابر تفاضل جمعیت آن دو کشور است؟

حل مسئله ساده

-حاصل هر یک از عبارات زیر را به دست آورید.

$$۲ -۱+ ۴ - ۳ + ۶ -۵ +... +۱۰۰ -۹۹ =$$

$$\frac{۱۰۰\times۱۰۲\times۱۰۴\times...\times۲۹۸}{۱۰۲\times۱۰۴\times۱۰۶\times...\times۲۹۶}= \left(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}+...+\frac{۱}{۱۰۰}\right)+\left(\frac{۱}{۲}+\frac{۲}{۳}+\frac{۳}{۴}+...+\frac{۹۹}{۱۰۰}\right)=$$

۲-عدد ۵ را ۳۰۱ بار در خودش ضرب می کنیم، رقم یکان چه عددی می شود؟

۳-عدد ۵۹ را ۹۳ بار در خودش ضرب می کنیم، رقم یکان چه عددی می شود؟

۴-تعداد قطر های یک ۱۰ ضلعی را حساب کنید؟

۵-مبلغ ۶۰۰ تومان را می خواهیم بین ۳ نفر به نسبت های $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۶}$تقسیم کنیم، به هر یک چه قدر می رسد؟

۶-به هر ضلع مربعی ۱۰ درصد اضافه می کنیم ،مساحت چند در صد افزایش می یابد؟

نمادین

۱-در جای خالی عدد مناسب بنویسید. $۷\times\square+۵\times\square+۴=۱۴۸$

۲-ثلث عددی را با نصف آن جمع کرده ایم. پس از آن ۲ واحد از آن کم کرده ایم ،عدد۲۸ شده است. آن عدد اولیه چیست؟

۳-عددی رادر ۲ ضرب کرده ایم .سپس ثلث حاصل به دست آمده را به دست آوردیم . وقتی آن را با ۲ جمع کردیم،عدد ۴۲ به دست آمد. عدد اولیه چیست؟

۴-مریم با ۴۰۰۰ تومان پول خود ۵ دفتر خرید ولی ۲۰۰ تومان به مغازه دار بدهکار شد .قیمت هر دفتر چه قدر است؟

۵-اگر به عددی ۸ واحد اضافه کنیم با سه برابر همان عدد مساوی می شود. آن عدد چیست؟

۶-محیط مثلث متساوی الاضلاعی با مساحت مربعی به ضلع ۶ سانتی متر برابر است. اندازه هرضلع مثلث چه قدر است؟

۷- $\frac{۳}{۵}$ از ثلث پولی ۶۰۰۰ تومان است.ربع آن را حساب کنید.



فصل دوم
اعداد صحیح



در دوره دبستان با اعداد طبیعی $N=\{1,2,3,...\}$ و همچنین با اعداد حسابی $W=\{0,1,2,3,...\}$ آشنا شدید. و همچنین در پایه‌ی ششم ابتدایی با اعداد صحیح و کاربردهای آن، همچنین نمایش آنها روی محور و مقایسه‌ی اعداد صحیح آشنا شدید. که مجدداً قبل از ورود به مطالب جدید در مورد اعداد صحیح، برخی از نکات مربوط به اعداد صحیح در پایه‌ی ششم را یادآوری می‌کنیم.

اگر عدد صفر را به عنوان مبدأ در نظر بگیریم. در دنیای واقعی اعدادی بالاتر و پائین‌تر (زیر)صفر وجود دارند. که به اعداد بالای صفر، اعداد مثبت و به اعداد زیرصفر، اعداد منفی می‌گوییم.

برای درک بهتر می‌توانیم عددهای صحیح را بر روی محور در جهت های زیر که به محور اعداد صحیح معروف است نمایش دهیم.



هرچه به سمت راست (جهت مثبت) پیش رویم اعداد بزرگ و بزرگ‌تر می‌شوند.

$$\ldots<-1000<-999<\ldots<-1<0<+1<+2<+3<+4\ldots<$$

هرچه به سمت چپ (جهت منفی) پیش رویم اعداد کوچک و کوچک‌تر می‌شوند.

بزرگ‌ترین عدد صحیح مثبت نامعلوم است همچنین کوچک‌ترین عدد صحیح منفی نامعلوم است.

بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی برابر $\boxed{-1}$ و کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت مساوی $\boxed{+1}$ است.

اعداد صحیح مثبت همان اعداد طبیعی هستند $\leftarrow (+5 = 5)$

هر عدد صحیح مثبت از هر عد صحیح منفی بزرگ‌تر است.

صفر از تمام اعداد صحیح منفی بزرگ‌تر و از تمام اعداد صحیح مثبت کوچک‌تر است.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

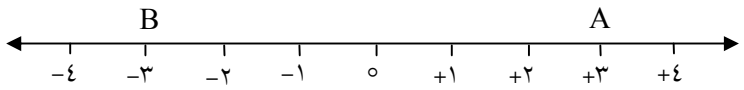
اینکه اعداد بالای صفر را با علامت (+) و اعداد زیر صفر را با علامت (–) نمایش می‌دهیم یک قرارداد است.

صفر، مبدأ است و علامت‌دار نیست به عبارت دیگر ۰+=۰–

در اعداد علامت‌دار، از جمله اعداد صحیح، عدد صفر را به عنوان مبدأ انتخاب کرده‌ایم. ولی در برخی از موارد سطح زمین، سطح روی آب دریا، ساعت ۱۲ ظهر و ... را به عنوان مبدأ انتخاب می‌کنیم که البته از نظر عددی دارای ارزش (صفر) هستند.

مثال: اگر بخواهیم ۲۵ دقیقه قبل از ظهر را به صورت یک عدد صحیح بنویسیم می‌نویسیم $\boxed{-۲۵}$ اعدادی مانند ٤/۲۵– و $+\frac{۹}{۸}$ هرچند علامت‌دار هستند اما یک عدد صحیح محسوب نمی‌شوند زیرا به صورت کسری و اعشاری بوده و قابل تبدیل به عدد صحیح نیستند.

با توجه به شکل روبرو قرینه‌ی A نسبت به نقطه‌ی ۰ برابر نقطه‌ی B است و در نتیجه قرینه‌ی $\boxed{+۳}$ نسبت به مبدأ (عدد صفر) برابر $\boxed{-۳}$ است که به طور خلاصه می‌گوییم قرینه‌ی ۳+ برابر ۳– است و به زبان ریاضی آن را به صورت زیر می‌نویسیم.

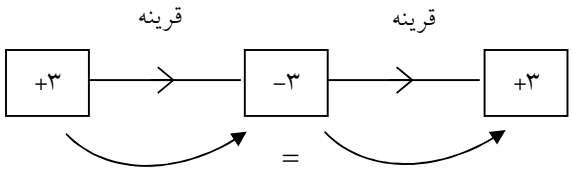


۳ – = (+۳)– ← نماد قرینه

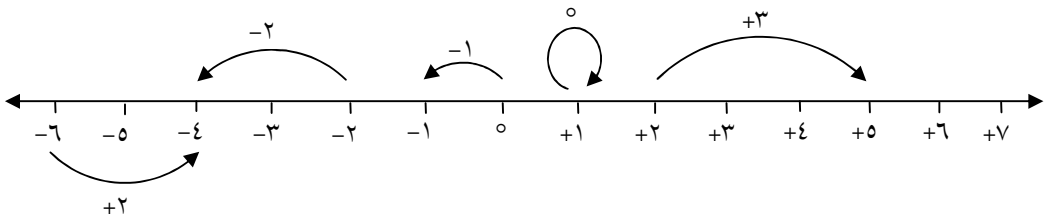
– هر نقطه روی محور اعداد صحیح با یک عدد صحیح متناظر است و هر عدد صحیح برای خودش روی محور نقطه ای مخصوص دارد.

در شکل بالا باز هم اگر بخواهیم قرینه‌ی نقطه‌ی B را نسبت به نقطه‌ی ۰ بدست آوریم ملاحظه می‌شود که قرینه‌ی آن نقطه‌ی A می‌شود که می‌توان گفت:

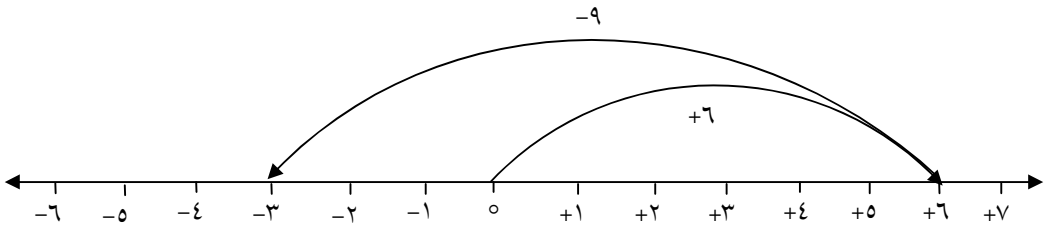
«قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد برابر با خود آن عدد است»



ما می‌توانیم هر حرکتی روی محور اعداد صحیح را با یک عدد صحیح نمایش دهیم.

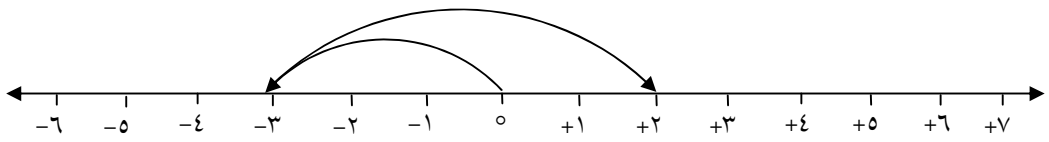


برای هر حرکت روی محور عددهای صحیح می‌توان یک عدد علامت‌دار تعیین کرد. به این صورت که: جهت حرکت، علامت را مشخص می‌کند (حرکت به سمت راست (+) و حرکت به چپ، با علامت (−) واندازه ی حرکت با شمارش واحدها می‌توانیم برای دو حرکت پشت سرهم یک جمع بنویسیم. یا به عبارت دیگر دو حرکت پشت سرهم روی محور اعداد صحیح یک جمع را بیان می‌کنند. به عنوان ***مثال*** رابطه‌ی جمعی که متناظر با دو حرکت زیر می‌توان نوشت عبارت است از: $(+٦)+(-٩)=-۳$



اگر یک جمع داشته باشیم می‌توان آن را بر روی محور نمایش داد. و به کمک حرکت‌های رسم شده حاصل آن را به دست آورد.

مثال: حرکت‌های مربوط به عبارت $(+٥)+(-۳)$ را رسم کنید و حاصل جمع را بنویسید.



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

پاسخ: ابتدا از روی نقطه‌ی صفر (مبدأ) برای ۳-، یک حرکت رسم می‌کنیم و پس از انتهای این حرکت، حرکت ۵+ را رسم کرده و پایان حرکت، نقطه‌ی ۲+ است که همان حاصل جمع عبارت داده شده است.

یعنی: $(-۳)+(+۵)=+۲$

خواص جمع اعداد صحیح عبارتند از:

۱- خاصیت جابجایی: $(+۸)+(-٤)=(-٤)+(+۸)$

۲- خاصیت شرکت‌پذیری: $(+٤)+\big[(+۲)+(+٤)\big]=\big[(+٤)+(+۲)\big]+(-۷)$

۳- حاصل جمع هر عدد صحیح با صفر برابر همان عدد است. $(-۲)+۰=-۲$

٤- حاصل جمع هر عدد صحیح با قرینه‌اش برابر صفر است. $(-۱۵)+(+۱۵)=۰$

- اگر بین دو عدد صحیح تفریق داشته باشیم می‌توانیم آن را به جمع تبدیل کنیم که برای این منظور، عدد اول را با قرینه‌ی عدد دوم جمع می‌کنیم. $a-b=a+(-b)$

قرینه عدد دوم+ عدد اول = عدد دوم – عدد اول

مثال : $(-۲۰)-(-۱٤)=(-۲۰)+(+۱٤)$

نکته:ابتدای بردار دوم در انتهای بردار اول قرار می گیرد.

صورت‌های پشت سر هم بودن دو حرکت

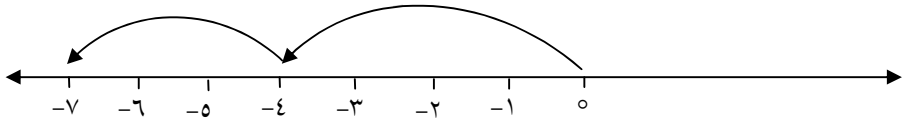


در شکل‌های زیر دو حرکت پشت سرهم نیستند



مثال: برای تفریق $(+۳)-(-٤)$ یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را بدست آورید.

پاسخ: ابتدا تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم یعنی آن را به صورت $(-۳)+(-٤)$ می‌نویسیم و دو حرکت پشت سرهم برای ٤- و ۳- رسم می‌کنیم که انتهای حرکت دوم روی نقطه ۷- است در نتیجه حاصل این تفریق ۷- است.

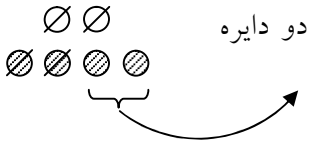


برای درک بهتر جمع و تفریق اعداد صحیح می‌توانیم از ○ برای نمایش ۱+ و ● برای نمایش ۱- استفاده کنیم. همچنین از پایه ششم به یاد داریم که ● ○ برابر صفر است.

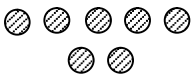
مثال: به روش دایره‌ها حاصل جمع و تفریق‌های زیر را به دست آورید.

$$(+۲)+(-٤)=-۲$$

دو دایره‌ی توپر می‌ماند که دو دایره نشان‌دهنده‌ی ۲- هستند.



این هفت دایره نشان دهنده‌ی ۷- هستند.



$$(-٥)-(+۲)=\underbrace{(-٥)+(-۲)}=-۷$$

تفریق به جمع تبدیل شد

با توجه به ***مثال***‌های حل شده برای جمع دو عدد صحیح نتایج زیر حاصل می‌شود.

۱-ابتدا مختصرنویسی ۲- ساده‌نویسی۳- تعیین علامت می‌کنیم. پرانتزها را حذف می‌کنیم٤- اگر پشت عددی بیشتر از یک علامت قرار داشت، با قرینه‌یابی تعیین علامت می‌کنیم و علامت‌های مثبت اعداد در صورت امکان حذف می‌کنیم.

$$-(-(+۲))-(-۸)=۲+۸=۱۰$$

۱- در جمع اعداد صحیح اگر دو عدد هم علامت باشند آن دو عدد را جمع می‌کنیم و علامت مشترک را پشت حاصل جمع قرار می‌دهیم.

$(+۱۰)+(+۳۰)=+۴۰$
$(-۲۰)+(-۷۰)=-۹۲$

در جمع اعداد صحیح، اگر دو عدد هم علامت نباشند آن دو عدد را از هم کم می‌کنیم و علامت عدد بزرگ‌تر (بدون در نظر گرفتن علامت) را پشت حاصل جمع قرار می‌دهیم.

مثال

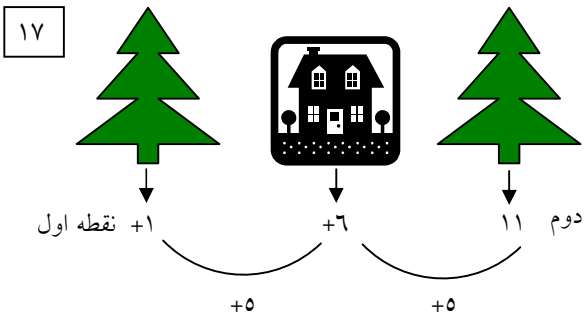
$(-۲۰)+(+۳۰)=+۱۰$
$(-۸)+(+۵)=-۳$

نکته: فاصله هر عدد صحیح با قرینه‌اش دو برابر آن عدد صحیح است – از آن جایی که فاصله هیچگاه منفی نمی‌شود ما این مقدار را همواره مثبت در نظر می‌گیریم.

مثال: فاصله عدد ۳+ با قرینه‌اش برابر ٦ واحد است. همچنین فاصلهٔ عدد ۳- با قرینه‌اش نیز برابر با ٦ واحد است.

نکته: در مشخص کردن علامت یک عدد وقتی چند علامت پشت سرهم آمده باشد، تعداد منفی‌ها را می‌شماریم و با احتساب علامت خود عدد، اگر تعداد آنها زوج باشد علامت کلی مثبت است و اگر تعداد آن‌ها فرد باشد. علامت کلی منفی است.

$-(-(-(+۵)))=-۵$
$-(-(-(-(-(-(-۵)))))=+۵$



نکته: قرینهٔ قرینهٔ هر عدد با خودش برابر است.

قرینه‌ی یک نقطه نسبت به نقطه دیگر:

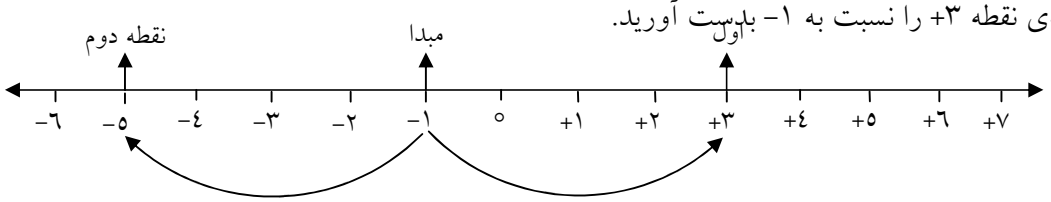
من خانه‌ای دارم روی عدد ۶+ قرار دارد اگر یکی از درختانم روی نقطه ۱+ باشد درخت دوم را باید در کدام نقطه قرار دهم تا نسبت به خانه هر دو درخت قرینه باشند؟

$$\text{مبداء} = \frac{\text{نقطه دوم} + \text{نقطه اول}}{۲} \qquad \frac{۱+۱۱}{۲} = ۶$$

نقطه دوم= (نقطه اول – مبداء ×۲)

قرینه درخت کاج اول نسبت به خانه را می‌توانیم به اندازهٔ فاصله‌اش تا خانه به طرف مخالف حرکت کنیم.

مثال: قرینه‌ی نقطه ۳+ را نسبت به ۱– بدست آورید.



$$۲\times(-۱)-۳=-۵$$

نکته: با داشتن مجموع و تفاضل دو عدد صحیح می‌توان آن دو عدد را بدست آورید.

$$\text{عدد کوچک‌تر} = \frac{\text{تفاضل} - \text{مجموع}}{۲} \qquad \text{عدد بزرگ‌تر} = \frac{\text{تفاضل} + \text{مجموع}}{۲}$$

مثال: میانگین دو عدد ۳۶– و اختلاف آن‌ها ۱۲ است آن دو را پیدا کنید.

$$\text{عدد بزرگ‌تر } -۳۰ = \frac{-۷۲+۱۲}{۲} \qquad \text{مجموع } -۷۲ = -۳۶\times۲$$

$$\text{عدد کوچک‌تر } -۴۲ = \frac{-۷۲-۱۲}{۲}$$

جمع و تفریق اعداد صحیح با استفاده از جدول ارزش مکانی: طبق جدول ارزش مکانی آن‌ها را زیر هم می‌نویسیم و با در نظر گرفتن ارزش مکانی، جواب را می‌نویسیم.

مثال: حاصل ۹۶−۵۸ را به روش جدول ارزش مکانی به دست آورید.

	ی	د
−۴۰−۳	۳	−۴
−۲۰−۱	۱	−۲
−۶۰−۴	−۴	−۶

دهگان	یکان
۵	۸
−۹	−۶
−۴	+۲

$(-40)+(+2)=-38$

$-60-4=-64$

ضرب و تقسیم اعداد صحیح: همانند ضرب و تقسیم معمولی که دوره‌ی دبستان یاد گرفتیم عمل می‌کنیم و علامت اعداد را طبق جدول روبرو در هم ضرب یا برهم تقسیم می‌کنیم.

× ÷	+	−
+	+	−
−	−	+

مثال: حاصل عبارت‌های داده شده را به دست آورید.

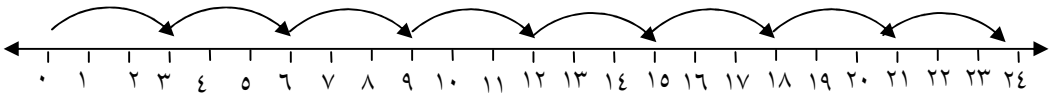
$(-2)\times(+8)=-16$

$(-5)\times(-20)=+100$

$(+80)\div(-4)=-20$

$(-1)\div(-1)=+1$

مثال: متناظر با حرکت‌های روی محور یک ضرب بنویسید.



$(+3)+(+3)+(+3)+(+3)+(+3)+(+3)+(+3)+(+3)=8\times(+3)=+24$

ضرب متناظر با حرکت‌ها

یادآوری:

* اگر حاصل ضرب ۲ عدد صحیح صفر شود حتماً یکی از عددها صفر بوده ۰ = (۰)×۲

* اگر حاصل ضرب برابر یکی از عددها باشد حتماً یکی از عددها ۱ بوده ۳ = ۱×۳

اولویت‌بندی‌های حساب

۱- داخل کروشه

۲- داخل پرانتز

۳- توان و جذر (چپ به راست)

٤- ضرب و تقسیم (چپ به راست)

٥- جمع و تفریق (چپ به راست)

$$٥+[٨\div(١\times٢)]-٦=$$
$$٥+[٨\div٢]-٦=٥+٤-٦=+٣$$

* هرگاه بین یک عدد و یک پرانتز و یا بین دو پرانتز هیچ علامتی نباشد به معنای ضرب است.

مسئله‌های اعداد صحیح:

در حل مسئله مربوط به اعداد صحیح ابتدا اعداد مسئله را به اعداد علامت‌دار تبدیل می‌کنیم. سپس علامت آنها را با توجه به نکات زیر تعیین می‌کنیم.

نکته: اگر در سئوال مسئله (جمله‌ی آخر مسئله) اختلاف یا فاصله‌ی بین دو عدد را خواسته باشد از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

عدد کوچک‌تر – عدد بزرگ‌تر= اختلاف دو عدد

تذکر: از نشانه‌های فارسی اختلاف در مسائل یکی پسوند«تر» (سردتر- گرم‌تر- پایین‌تر) و دیگری استفاده از کلمه‌ی اختلاف یا «فاصله» می‌باشد.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

مثال: در یک روز پائیزی دمای تهران ۱۱ درجه بالای صفر و تبریز ۲ درجه زیر صفر بوده است. تبریز چند درجه از تهران سردتر بوده است؟

$$(+۱۱)-(-۲)=۱۱+۲=۱۳$$

* اگر در سوال مسئله (جمله آخر مسئله) میانگین اعداد خواسته شده باشد اعداد مسئله را با هم جمع کرده پس حاصل جمع را بر تعداد عددها تقسیم می‌کنیم. البته به شرطی که اعداد را به طور واضح و مشخص مطرح کرده باشد.

مثال: دمای مشهد در سه روز متوالی ۸- و ۲- و ٤+ درجه سانتی‌گراد بوده است. میانگین دما در این سه روز چقدر است؟

$$(-۸)+(-۲)+(٤)=-۸-۲+٤=-٦$$
$$-٦\div ۳=-۲$$

نکته: اگر در سؤال مسئله (جمله‌ی آخر مسئله) هیچکدام از نشانه‌های اختلاف یا فاصله نبود از علامت جمع استفاده می‌کنیم.

مثال: در یک روز تابستان دمای اهواز ٤۹ درجه بالای صفر و دمای اردبیل ۳٤ درجه از اهواز خنک‌تر بود. دمای اردبیل چند درجه بوده است؟

$$(+٤۹)+(-۳٤)=+٤۹-۳٤=+۱٥$$

بیشتر بدانیم

اگر تعدادی عدد صحیح داشته باشیم که فاصله‌ی بین هر دو عدد متوالی از آن‌ها، مقداری ثابت باشد. به این گروه از اعداد یک سری منظم (دنباله) می‌گویند. با داشتن تعداد اعضای یک سری و میانگین آنها می‌توان مجموع همه‌ی آنها را بدست آورد.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

$$\text{تعداد اعضای سری منظم} = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله دو عدد متوالی}} + ۱$$

$$\text{میانگین سری منظم} = \frac{\text{عدد آخر} + \text{عدد اول}}{۲}$$

میانگین سری× تعداد اعضا= مجموع یک سری منظم

مثال: مجموع سری‌های زیر را بدست آورید.

$$۴+۶+۸+....+۱۲۰$$

$$\text{تعداد} = \frac{۱۲۰-۴}{۲}+۱ = \frac{۱۱۶}{۲}+۱ = ۵۸+۱ = ۵۹$$

$$\text{میانگین} = \frac{۴+۱۲۰}{۲} = \frac{۱۲۴}{۲} = ۶۲$$

$$\text{مجموع} = ۵۹ \times ۶۲ = ۳۶۵۸$$

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولین عدد مثبت} - \text{آخرین عدد مثبت}}{\text{فاصله دو عدد متوالی مثبت}}$$

$$(۹-۱۲)+(۱۱-۱٤)+...+(۱۲۵-۱۲۸) =$$

اعداد را یکی مثبت یکی منفی دسته‌بندی می‌کنیم ببنیم آیا حاصل ثابتی دارند؟بله، ۳-

$$\text{تعداد} = \frac{۱۲۵-۹}{۲}+۱ = ۵۹$$

$$۵۹ \times (-۳) = -۱۷۷$$

مجموع اعداد طبیعی متوالی $۱+۲+۳+....n = \frac{n(n+۱)}{۲}$

مجموع اعداد طبیعی زوج متوالی $۲+٤+....۲n = n(n+۱)$

مجموع اعداد طبیعی فرد متوالی $۱+۳+۵+...+(۲n-۱) = n \times n$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

اعداد صحیح

۱-صحیح – غلط بودن عبارات زیر را مشخص کنید.

الف-هر عدد طبیعی یک عدد صحیح است.

ب-هر عدد صحیح نا منفی یک عدد طبیعی است.

پ -قرینه ی قرینه ی هر عدد با خود آن عدد برابر است.

ت-کوچکترین عدد صحیح منفی مشخص نیست.

ث-قرینه ی همه ی اعداد صحیح از خودشان بزرگتر است.

ج-اعداد صحیح به دودسته مثبت ها ومنفی ها تقسیم می شوند.

چ-بین ۷- و۸+ به تعداد ۱۴ عدد صحیح وجود دارد.

ح-در جمع اعدا د صحیح خاصیت جابجایی وجود ندارد.

خ-حاصل ضرب هر عدد صحیح در قرینه اش صفر می شود.

دحاصل جمع همه ی اعداد صحیح روی محور صفر می شود.

ذ- حاصل ضرب همه ی اعداد صحیح روی محور صفر می شود.

ر-قرینه ی حاصل (۱۲- ۳۶-)- برابر است با۴۸.

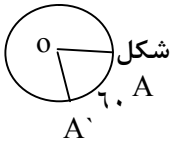
۲- با واژه یا عدد مناسب کامل کنید.

الف-بزرگترین عدد صحیح منفی عدد .....است.

ب- تنها عددی که خودش با قرینه اش برابر است عدد ..... است

پ-اعداد صحیح مثبت را اعداد .....می نامند.

ت- ساعت ۲:۲۰ نسبت زمان ۵:۱۰به صورت یک عدد علامت دار عدد.....است

ث-در شکل 

زاویه ی حرکت $\overset{\frown}{AA'}$ با یک عدد علامتدار .....درجه است.

ج-قرینه ی عبارت (((۷-)-)-)-برابر است با.....

چ-حاصل جمع هر عدد صحیح با .....برابر صفر است.

ح-حاصل ضرب هر عدد صحیح منفی در.....برابر صفر است.

خ-حاصل تقسیم یک عدد بر قرینه اش برابر .....است.

د-یک عدد منفی را ۳۰۰ بار در خودش ضرب کرده ایم علامت حاصل ..... است.

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف-در مجموعه $\{-1$ و $3/1-$ و $\frac{-18}{9}$ و $\frac{4}{7}$ و $\frac{0}{3}\}$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

۱)۱ ۲)۲ ۳)۳ ۴)همه ی مجموعه اعداد صحیح هستند

ب- کدام گزینه جمع عدد با صفر را نشان می دهد؟

۱) $a+(-a)=0$ ۲) $a+0=0$ ۳) $(-a)+0=a$ ۴) $(-a)+0=-a$

پ-کدام گزینه خاصیت جابجایی در جمع اعداد صحیح را نشان می دهد؟

۱) $a+(-b)=-a+b$ ۲) $a-b=b-a$

۳) $b+(-a)=(-a)+b$ ۴) $a+b=b+a$ ۵)گزینه های ۳و۴

ت-قرینه ی عبارت $-[-(-(+9))]$ کدام گزینه است؟

۱) $-\frac{18}{2}$ ۲) $\frac{36}{4}$ ۳) -9 ۴)گزینه های ۱و۳

ث- بین دوعدد ۵و۱۵- چند عدد صحیح نامثبت وجود دارد؟

۱)۱۵ ۲)۲۱ ۳)۵ ۴)۴

ج-عدد ۱۲- را ۱۰۷ بار قرینه کرده ایم .حاصل کدام گزینه است؟

۱)۲۴- ۲)۱۲+ ۳)۱۲- ۴)۲۴-

چ-کدام گزینه ی زیر صحیح نیست؟

۱)بزرگترین عدد صحیح منفی عدد ۱- است ۲)۴=۴ -

۳)کوچکترین عدد صحیح منفی ۲ رقمی ۹۹- است. ۴)۱۰۰۰- < ۰

ح-فاصله ی دو نقطه ی ۲+ و۷- چند واحد است؟

۱)۵واحد ۲)۹ واحد ۳)۸ واحد ۴)۱۰ واحد

خ-حاصل جمع بزرگترین عدد صحیح منفی سه رقمی زوج با کوچکترین عدد صحیح مثبت چهار رقمی کدام گزینه است؟

۱)۱۰۰ ۲)۱۰۰- ۳)۹۰۰ ۴)۹۰۰-

د- حاصل عبارت (۵+۴-)- با کدام گزینه برابر است؟

۱)(۵-۴)- ۲)۱۰۰- ۹۹ ۳)۱۰۰+ ۹۹- ۴)(۴+۵)- ۵)گزینه ۱و۲

ذ-حاصل ضرب سه عددصحیح' منفی شده است.کدام گزینه صحیح می باشد؟

۱)یکی از آن ها منفی است. ۲)دو تا از آن ها منفی است.

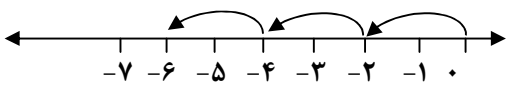
۳)هر سه منفی هستند ۴) گزینه های ۱و۳

ر -یک چرخنده روی نقطه ی صفر محور ایستاده است.او ابتدا ۱۰ واحد به چپ سپس ۱۵ واحد به راست حرکت می کند.او چه حرکتی انجام دهد تا دوباره به نقطه صفر برسد؟

۱)۵ واحد به چپ برود ۲) ۵ واحد به راست برود

۳)۶ واحد به چپ برود ۴)۶ واحد به راست برود

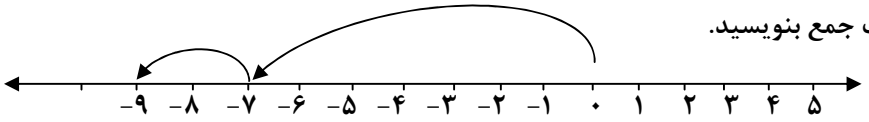
ز-کدام گزینه ضرب متناظربا محور زیر را نشان می دهد؟



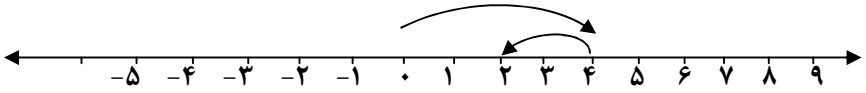
۱)۳×(+۲) ۲)۲ ×(+ ۳)

۳)۳ ×(-۲) ۴)۳ ×(-۲)

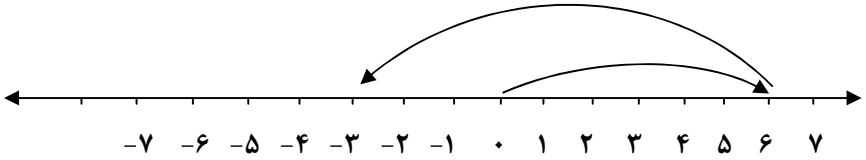
۴-برای هر یک از محور های زیر یک جمع بنویسید.



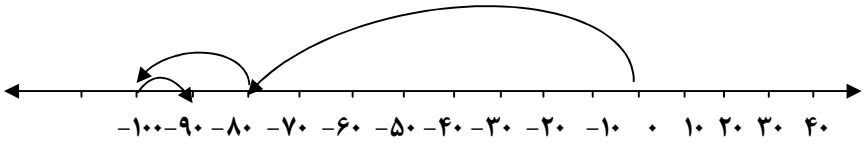
.....



.....



.....



.....

۵-برای هریک از عبارا ت زیر یک محور رسم کرده وحاصل را بنویسید.

$-۴+(-۵)+۶=$

$۰-۴=$

$۳+(-۳)=$

۶-حاصل هریک از عبارات زیر را با $\ominus$ و $\oplus$ به دست آورید.

$۴+(-۴)=$

$۴-(-۶)=$

$-۷+۱۰=$

۷-حاصل هریک از عبارات زیر را با استفاده از جدول ارزش مکانی به دست آورید.

$-۴۰۰-(-۱۵۰)=$ $(-۴۰)+۱۶+(-۲۸)=$

۸-حاصل هر یک از عبارات زیر را به صورت تقریبی روی محور نشان دهید.

$+۳۰۰+(-۲۶۰) \cong$

$-۷۰۳ -۱۰۴ \cong$

$۲۶۸ -(+۴۷) \cong$

۹-حاصل هریک از عبارات زیر را به دست آورید.

$-۲۷۹ +(-۳۱)=$

$۴۵ -[(+۱۹) + (-۹)]=$

$-۷۲ + ۵۶ -۱۴=$

$۳۲ -(۹ -۱۷)=$

$-(-۹+ ۱۰) -۱۴=$

$-[۱۷ - ۷۱] -[۳۰ + (-۱۲)]=$

$-۲۹ -۲۸ -۲۷+...+۲۷+۲۸+۲۹=$

۱۰-کامل کنید.

$(-۱۲)=(-۷)+.....$ $\quad -۱۶ _.....=۱۴$ $\quad -۲۵ =....+ ۱۲ -$

$۲۴ = ۱۲_ ..... + ۸$ $\quad -۴۴ =.....+ ۴۴$ $\quad -۳۸ =..... +۳۸$

ی	د	
	۲	−
۲		−۷
−۴	−۸	

ی	د	
		−۵
۹		+
۷	۴	

$-۳۳ =..... +.....$

$-۹۸۴ =.....+.....+.....+.....$

۱۱- حاصل هر یک از عبارات زیر را حساب کنید.

$(-۲)\times(+۱۰)\div(+۵)=$

$[(-۲۷) \div (-۳)] \div (-۱) =$

$[۲۸ \div (-۷)] \times (-۱۱) =$

$(-۸) \times (-۷) \times (-۶) \times \ldots \times ۱۶ \times ۱۷ \times ۱۸ =$

۱۲- کسر های زیر را ساده کنید.

$$\frac{(-۸۱) \times ۱۰۰}{(+۸) \times (-۷۵) \times (+۹)} \qquad \frac{(-۲۴) \times ۳۵}{(-۲۰) \times (-۲۱)}$$

۱۳-حاصل هر یک از عبارات زیر را حساب کنید.

$(-۷ - ۱۰) \times (۲ - ۳) =$

$(-۳۶) \div [-۳ + ۹] =$

$[(-۷۰) \div (-۵)](-۴) =$

$۳(-۷ - ۴) + ۱۰ =$

$[-۷ - (+۳)] \div (-۱۵ + ۵) =$

$۱۰ \times [-۴ - (-۹) - ۳] =$

$[-۱۲ \div (-۶)] \times (-۴) + ۹ =$

$۷ - (۴ - (۳ - ۵)) =$

$[(-۶)(۵ -)(-۴) \ldots (۱۰۰)] + (-۷) =$

$۷ - ۷ \div ۷ \times ۷ + ۲ =$

$۵ + ۴ \div ۲ \times ۳ - ۸ \div ۲ =$

$-۳۰۰ + ۲۹۹ - \ldots + ۵ - ۴ + ۳ - ۲ + ۱ =$

$-۳ + ۳ \div ۳ \times ۷ - ۴ \times ۲ + ۳ =$

$-۴۸ + ۴۵ - \ldots + ۱۵ - ۱۲ + ۹ - ۶ + ۳ =$

$(۱۴ - ۵)(۱۴ - ۶)(۱۴ - ۷) \ldots (۱۴ - ۲۱) =$

۱۴-در هر یک از الگو های زیر سه عدد بعدی را بنویسید.

..... و.... و.... و۱۰- و۷- و۴- و۱-

....و.... و..... و ۱۶و ۱۲ و۸- و۴-

۱۵ –قرینه ی عدد ۶- نسبت به ۴+ را بنویسید.

۱۶- دمای هوای اهواز ۴درجه بالای صفر وبروجرد ۸ درجه سرد تر است.

الف-دمای هوای بروجرد چند درجه است؟

ب-میانگین دمای هوای دو شهر چند درجه است؟

۱۷- در یک روز زمستانی دمای هوای یزد ۷درجه زیر صفر وتهران ۳ درجه بالای صفر است دمای هوای یزد چند درجه از تهران سردتر است؟

۱۸- اگر دمای هوای شهری دریک روز بین ۶- و۱۴درجه تغییر کند میانگین دمای هوای آن روز شهر چند درجه می شود؟

۱۹- جسمی را که دمای آن ۲۰ درجه بالای صفر بود رادر سرد خانه گذاشتیم پس از مدتی دمای آن به ۸ درجه زیر صفر رسید این جسم چند درجه سردتر شده است؟

۲۰-دمای هوای زنجان در چهار وقت از روز ۸- و۳- و۰ و۳درجه است . میانگین دمای آن روز زنجان چند درجه است؟

۲۱-دمای هوای یک کوره ۱۸۰ درجه است اگر یک قطعه از آهن با دمای ۳۰ درجه را داخل کوره بگذاریم دمای آن چند درجه می شود؟

۲۲-جسمی هر ۵ دقیقه ۲ درجه سرد می شود اگر دمای این جسم در حال حاضر ۸ در جه باشد پس از ۲ ساعت چند درجه می شود؟

۲۳-دمای آب داخل یک کتری ۴۵ درجه بالای صفر ودمای آب داخل لیوان ۴ درجه بالای صفر است .آب داخل کتری چند درجه از آب داخل لیوان گرمتر است؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۲۴- میانگین دمای سه شهر ۳- درجه است.اگر دمای دوشهر از آن ها به ترتیب ۱۱- و۳ درجه باشد دمای شهر سوم چند درجه است؟

۲۵- میانگین سه عدد صحیح ۱۰+ و میانگین دو عدد دیگر ۵- درجه است. میانگین کل آن ها چند درجه می باشد؟

۲۶- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل ضربشان ۱۲ وحاصل جمع آن ها کمترین مقدار باشد؟

۲۷- دو عدد صحیح پیدا کنید که حاصل جمع آن ها ۳۶- وحاصل ضربشان بیشترین مقدار باشد.

۲۸-حاصل ضرب دو عدد صحیح ۲۴- است . اگر مجموع آن ها ۱۴- باشد اختلاف آن دو عدد را بیابید.

۲۹- حاصل جمع دو عدد صحیح دو رقمی صفر است. این دو عدد صحیح حداکثر چند واحد باهم اختلاف دارند؟

۳۰- شخصی از ۲ طبقه زیر هم کف سوار آسانسور شد.او ابتدا ۵ طبقه بالا آمد سپس ۶ طبقه پایین آمد ودر آخر سه طبقه دیگر بالا رفت او در حال حاضر در طبقه ی چندم است؟

۳۱- دو نمونه ماهی در آب درحال شنا کردن هستند.یکی از آن ها ۶ متر پایین تر از سطح دریا ودیگری ۱۰ متر پایین تر از سطح دریا در حال شنا کردن از یکدیگر هستند فاصله ی آن ها از یکدیگر چند متر است؟

فصل سوم
عبارت های جبری



الگوهای عددی

روش الگویابی (نوشتن جمله nام یک الگو)

الگوهای عددی شامل یک سری اعدادی هستند که پشت سرهم نوشته می‌شوند، به طوری که تغییرات بین آن‌ها از نظم و قاعده‌ی مشخصی پیروی می‌کند. به همین دلیل اولین قدم در نوشتن الگوی موردنظر، کشف نظم بین اعداد راست.

مراحل الگویابی

۱- پیدا کردن مقدار ثابت فاصله‌ی بین اعداد.

۲- این مقدار ثابت را به عنوان ضریب یک متغیر مانند x,a,n,m و ... قرار می‌دهیم

۳- شماره شکل یا شماره‌ی جمله‌ی موردنظر را به جای متغیر قرار داده و با عدد مربوط به آن شکل یا جمله مقایسه می‌کنیم و اختلاف هر عدد را پس از پیدا کردن به صورت منفی یا مثبت آن عدد در کنار متغیر و ضریب به دست آمده در مرحله‌ی دوم می‌نویسیم.

مثال: الگوی اعداد زیر را به صورت عبارت جبری و جمله‌ی nام بنویسید.

۵,۳,۱,-۱,-۳,...

مرحله‌ی اول: فاصله‌ی ثابت ۲-

مرحله‌ی دوم: ۲n-

مرحله سوم:

$-2n+\square=5 \xrightarrow{n=1} -2(1)+\square=5 \rightarrow \square=7$

$-2n+\square=3 \xrightarrow{n=2} -2(2)+\square=3 \rightarrow \square=7$

$-2n+\square=1 \xrightarrow{n=3} -2(3)+\square=1 \rightarrow \square=7$

در نتیجه جمله‌ی nام (عمومی) ← ۲n+۷-

دنباله عددی (الگوی عددی): تعدادی عدد که با نظمی خاص بدنبال هم ردیف می‌شوند.

۲,٤,٦,۸,...
۵,۱۰,۱۵,۲۰,...

۲,۵,۸,۱۱,....

نکته: به هر عدد یک دنباله یک جمله می‌گویند.

نکته: جمله nام یا جمله عمومی دنباله: رابطه بین شماره جمله و خود عدد جمله

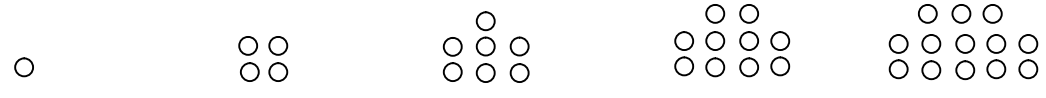
مثال: جمله‌ای nام یا عدد nام دنباله‌های زیر را پیدا کنید.

$$\begin{matrix} a_۱ = ٤ & ٤\times ۱ \\ a_۲ = ۸ & ٤\times ۲ \\ a_۳ = ۱۲ & ٤\times ۳ \end{matrix} \rightarrow a_n = ٤n \quad ٤,۸,۱۲,۱٦,۲۰,...$$

$$\begin{matrix} a_۱ = ۱ & \rightarrow ۱\times ٤ - ۳ \\ a_۲ = ۵ & \rightarrow ۲\times ٤ - ۳ \\ a_۳ = ۹ & \rightarrow ۳\times ٤ - ۳ \\ a_٤ = ۱۳ & \rightarrow ۵\times ٤ - ۳ \end{matrix} \rightarrow a_n = ٤n - ۳ \quad ۱,۵,۹,۱۳,۱۷,....$$

$$\begin{matrix} a_۱ = ۲ & (۱\times ۵) - ۳ \\ a_۲ = ۷ & (۲\times ۵) - ۳ \\ a_۳ = ۱۲ & (۳\times ۵) - ۳ \\ \vdots & \\ a_n = ... & (n\times ۵) - ۳ \rightarrow ۵n - ۳ \end{matrix} \quad ۲,۷,۱۲,۱۷,...$$

مثال: الگوی عددی شکل‌های زیر را بدست آورید.



مرحله اول: فاصله ثابت : ۳

مرحله دوم : ۳n

مرحله سوم: جمله عمومی ۳n − ۲

شماره شکل جمله	۱	۲	۳	٤	۵
تعداد دایره‌ها	۱	٤	۷	۱۰	۱۳

۳ ۳ ۳ ۳

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

$۳n+\square=۱ \xrightarrow{n=۱} ۳(۱)+\square=۱ \rightarrow \square=-۲$

$۳n+\square=٤ \xrightarrow{n=۲} ۳(۲)+\square=٤ \rightarrow \square=-۲$

$۳n+\square=۷ \xrightarrow{n=۳} ۳(۳)+\square=۷ \rightarrow \square=-۲$

مثال: جمله هشتم در الگوی $\frac{۳n-۳}{۳}$ را بنویسید.

$$\frac{۳n-۳}{۳} \xrightarrow{n=۸} \frac{(۳\times۸)-۳}{۳}=\frac{۲۱}{۳}=۷$$

مثال: جمله هزارم در الگوی $۰/۰۲n-۳۰۰$ را بنویسید.

$$۰/۰۲n-۳۰۰ \xrightarrow{n=۱۰۰۰} ۰/۰۲\times(۱۰۰۰)-۳۰۰=۲۰-۳۰۰=-۲۸۰$$

بسیاری از مواقع در زندگی واقعی نیز می‌توان از چنین رابطه‌هایی استفاده کنیم به عنوان نمونه فرض کنیم در یک چاپ‌خانه، برای طراحی و تایپ نوعی کارت دعوت، مبلغ ۲۵۰۰تومان و برای چاپ هر کارت از این نوع مبلغ ۱۰۰ تومان دریافت کنند.

* مبلغ ۲۵۰۰ تومان ثابت است و تعداد کارت‌هایی که سفارش داده می‌شود آن را تغییر نمی‌دهد.

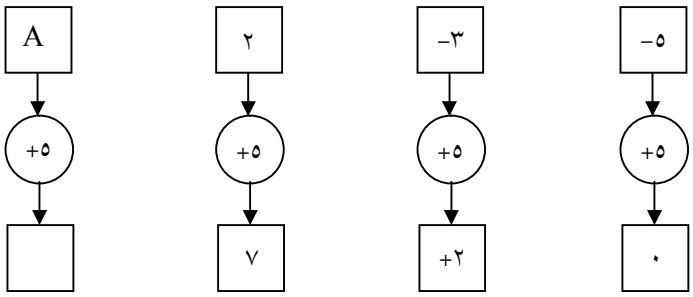
* مبلغ ۱۰۰ تومان، بابت چاپ یک کارت است و به تعداد کارت‌ها ضرب می‌شود.

* اگر بخواهیم یک رابطه‌ی کلی برای محاسبه‌ی هزینه‌ی کل به دست آوریم و تعداد کارت‌ها را با حرف a نشان دهیم، هزینه‌ی کل برای a کارت به صورت ۲۵۰۰+a×۱۰۰ تومان محاسبه می‌شود a×۱۰۰ را به صورت ۱۰۰a می‌نویسیم، بنابراین می‌توانیم هزینه طراحی و تایپ و چاپ n کارت را با عبارت ۱۰۰a+۲۵۰۰ تومان نشان دهیم.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

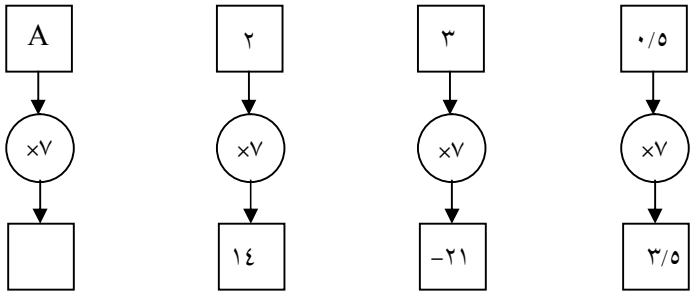
* تبدیل مسئله‌های واقعی زندگی به عبارت‌ها و معادله‌های ریاضی را مدل‌سازی می‌گوییم.

نمودار زیر نشان می‌دهد که هر عدد داده شده با عدد ۵ جمع می‌شود، تا عدد جدیدی بدست آید.



این نمودار را می‌توانیم با عبارتی مثل a+۵ نشان دهیم. البته به جای حرف a می‌توانیم از حروف دیگر نیز استفاده کنیم.

نمودار زیر نشان می‌دهد که هر عدد داده شده ۷ برابر می‌شود تا عدد جدیدی بدست آید.



این نمودار را می‌توانیم با عبارتی مثل ۷p نشان دهیم.

قاعده‌ها و قوانین ریاضی را نیز می‌توانیم با استفاده از حروف انگلیسی بنویسیم به ***مثال***‌های زیر توجه کنید.

* جمع هر عدد با صفر برابر است با خود آن عدد $a+۰=a$

* در جمع می‌توانیم جای دو عدد را عوض کنیم: (خاصیت جابجایی) $a+b=b+a$

* عدد یک، درهر عدد ضرب شود، حاصل برابر است با خود آن عدد: $۱\times a=۱a=a$

* هر عدد ضرب در صفر، برابر است با صفر: $۰\times a=۰a=۰$

* از تقسیم صفر به هر عدد ثابت غیرصفر و یا یک جمله‌ی جبری غیرصفر همواره عدد صفر به دست می‌آید.

$$\frac{0}{a}=0 \qquad (a\neq 0)$$

* خاصیت جابه‌جایی در ضرب. با تغییر جای دو عدد در ضرب، حاصل ضرب یکسانی خواهد داشت.

$$a\times b=b\times a$$

عبارت جبری

به ترکیب اعداد و حروف که با علامت‌های (+ و − و × و ÷) به هم مربوط می‌شوند، عبارت‌های جبری می‌گویند. به طور معمول از حروف کوچک برای نوشتن عبارت‌های جبری استفاده می‌شود. دریک عبارت جبری علامت ضربدر (×) را نمی‌گذارند و به جای آن از نقطه یا پرانتز استفاده می‌کنند تا با حرف انگلیسی X اشتباه نشود.

$$3x,5y+2a,m+1,\frac{5}{2}x^2+3y$$

یک جمله‌ای (جمله): تا زمانی که بین اعداد و حروف علامت ضرب باشد (جمع یا تفریق نباشد) به آن یک جمله‌ای می‌گویند. هر ،یک جمله‌ای از دو قسمت اصلی تشکیل شده است. ۱- قسمت عددی (ثابت) که به آن ضریب عددی می‌گویند. ۲- قسمت حرفی که به آن متغیر می‌گویند. در جمله‌ی $3x$ عدد ۳ ضریب عددی و حرف x قسمت حرفی یا متغیر می‌باشد.

* عددها به تنهایی و بدون حروف یا متغیر یک جمله‌ی ثابت می‌باشند، مانند ٤ و $\frac{3}{5}$ که هرکدام یک جمله هستند.

مثال: ضریب عددی و متغیر یا (قسمت حرفی) هریک از جمله‌های زیر را بدست آورید.

الف) $-٤x$ ← ضریب عددی $=-٤$ ، متغیر $=x$

ب) abc ← ضریب عددی $=١$ ، متغیر $=abc$

ب) $-x$ ← ضریب عددی $=-١$ ، متغیر $=x$

ت) $\frac{٥y}{٤}$ ← ضریب عددی $=\frac{٥}{٤}$ ، متغیر $=y$

ث) $\frac{-١}{٥}x$ ← ضریب عددی $=\frac{١}{٥}$ ، متغیر $=x$

ج) $-\frac{mb}{٣}$ ← ضریب عددی $=-\frac{١}{٣}$ ، متغیر $=mb$

* هر تک جمله‌ای که ضریب عددی نداشته باشد، ضریب آن یک می‌باشد. (چون ضرب یک تأثیری ندارد نوشته نمی‌شود)

$$a = ١ \times a$$
$$-x = -١ \times x$$

* اعداد به تنهایی یک تک جمله‌ای محسوب می‌شوند با فرض این که توان حرف آنها صفر بود. بنابراین حاصل حرف‌ها به عدد یک تبدیل می‌شود.

$$٦x^{٠} = ٦$$
$$٦a^{٠} = ٦$$

* اگر ضریب عددی صفر باشد، حاصل مساوی صفر می‌شود (چون حاصل ضرب هر عدد در صفر مساوی صفر می‌باشد) $٠ \times a = ٠a = ٠$

چند جمله‌ای: از کنار هم قرار گرفتن چند تک جمله‌ای، یک چند جمله‌ای تشکیل می‌شود. (علامت‌های + و − جداکننده جملات هستند)

دو جمله‌ای $٣x - ٢a$

سه جمله‌ای $٦ - y + ٣x$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

مثال: کدام یک از عبارت‌های جبری زیر یک جمله‌ای هستند؟

$$-۳m+٤,\frac{m}{۲},۵۰۰,-۳a+b$$

پاسخ: $\frac{m}{۲}$ و ۵۰۰

* حاصل ضرب y,x را می‌توان به صورت‌های زیر نوشت:

$$x\times y=xy=x.y=x(y)=(x)y=(x)(y)=(y)(x)$$

در واقع نماد ضرب را می‌توان به سه حالت زیر نشان داد.

۱- بدون هیچ علامت xy

۲- نقطه $x.y$

۳- پرانتز $x(y)$ یا $(x)y$ یا $(x)(y)$

حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

$$۲+۲+۲+۲+۲+۲=٦\times۲$$
$$۱/۵+۱/۵+۱/۵+۱/۵=٤\times۱/۵$$
$$a+a+a+a+a=۵\times a=۵a \qquad \frac{۲}{٤}+\frac{۲}{٤}+\frac{۲}{٤}=۳\times\frac{۲}{٤}$$
$$a=۱\times a=a \quad , \quad a+a=۲\times a=۲a$$

جمله‌های متشابه: به جمله‌هایی که قسمت حرفی آن‌ها مثل هم، باشند. جمله‌های متشابه می‌گویند به طور

مثال دو جمله‌ی $٤a$ و $-۳a$ متشابه هستند ولی دو جمله‌ی $۳a$ و $۳b$ متشابه نیستند چون قسمت حرفی آن‌ها متفاوت‌اند.

ساده کردن عبارت‌های جبری

برای ساده کردن عبارت‌های جبری مانند مختصرنویسی در جمع و تفریق اعداد صحیح عمل نموده و جمله‌های شبیه به هم (جمله‌های متشابه) را جدا نموده و ضرایب عددی آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم و پس

بخش حرفی یا متغیر آن‌ها که کاملاً شبیه به هم می‌باشند را می‌نویسیم.

نکته: $a = ۱a$ یعنی اگر جمله‌ای ضریب نداشت ضریب آن را یک در نظر می‌گیریم ولی عدد یک را معمولاً نمی‌نویسیم.

$۱) ۹b - ۳b = (۹ - ۳)b = ۶b$
$۲) -۵d + ۳d - ۲d = (-۵ + ۳ - ۲)d = -۴d$

نکته: اگر در یک عبارت جبری حروف متشابه وجود نداشت آن عبارت را نمی‌توان ساده نمود و به همان شکل اولیه در قسمت پاسخ می‌نویسیم $۲a - ۳b = ۲a - ۳b$

مثلاً ٤ سیب و ۳ پرتقال را نه می‌توان ۷ سیب نامید و نه ۷ پرتقال. بنابراین به صورت جداگانه دنبال هم می‌نویسیم.

$۳x - ۲y + ۸$

ساده کردن عبارت‌های جبری ما را به یاد ضرب‌المثل زیر می‌اندازد

«کبوتر با کبوتر باز با باز کند همجنس با همجنس پرواز»

نکته: برای بدست آوردن تعداد جمله‌های یک چند جمله‌ای، ابتدا باید آن چند جمله‌ای را تا حد ممکن ساده نمود و سپس تعداد جمله‌های که بین آن‌ها جمع و تفریق وجود دارد (که متشابه نیستند) را بشماریم.

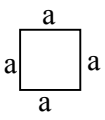
$-a + ۲b - ۳b + ٤b - a = -a - ۳a - a + ۲b + ٤b =$
$-۵a + ۶b$

این عبارت ۲ جمله دارد $-۵a$ و $+۶b$

روش محاسبه محیط اشکال هندسی به روش جبری.

محیط یک شکل برابر با مجموع اندازه‌های ضلع‌های دورتا دور آن شکل می‌باشد.

محیط مربع را بدست آورید. محیط $= P = a + a + a + a = ٤ \times a = ٤a$



ضرب یک عدد در یک عبارت جبری داخل پرانتز

برای ضرب کردن عدد یا جملهٔ بیرون پرانتز در جمله‌های داخل پرانتز باید آن عدد یا جمله را در تک تک جمله‌های داخل پرانتز ضرب نموده و سپس در صورت امکان جواب نهایی را ساده کنیم مثل:

$$-۵\times ۳x=-۱۵x \qquad -۲\times ۳ab=-۶ab \qquad \frac{۲}{۴}(\frac{۳}{۲}m)=(\frac{۲}{۴}\times\frac{۳}{۲})m=\frac{۳}{۴}m$$

$$+۳\times(۳a+۶b)=۹a+۱۸b \qquad -۵(۷x-۹y-۶xy+۲)=-۳۵x+۴۵y+۳۰xy-۱۰$$

در صورتی که علامت منفی در پشت پرانتز باشد باید تک‌تک عبارت‌های داخل پرانتز را در آن منفی ضرب کنیم.

$$-(۳a+۵b)=-۳a-۵b$$
$$-(۳a-۵b)=-۳a+۵b$$

* بهتر است در ضرب نمودن حروف، ترتیب حروف الفبا را رعایت کنیم.

ضرب در یک جمله‌ای

برای این کار ابتدا ضریب‌ها را در هم ضرب می‌کنیم پس حروف را در هم ضرب می‌کنیم در ضرب و تقسیم جمله‌های جبری لازم نیست که جمله‌ها متشابه باشد.

$$۳x\times ۵y=(۳\times ۵)x\times y\rightarrow ۱۵xy$$
$$(-۶ab)(۲x)=-۱۲abx$$

ضرب در پرانتز (با **عبارت‌های مختلف**) در یکدیگر

برای ضرب دو چند جمله‌ای در یکدیگر می‌بایست تک‌تک جمله‌های چند جمله‌ای اولی را در تک تک جمله‌های چند جمله‌ای دوم ضرب نمود.

$$۸x(۲a+۳y)=۱۶xa+۲۴xy$$
$$(۸x\times ۲a)+(۸x\times ۳y)$$

$$(a+b)(c+d)=(ac+ad+bc+bd)$$

$$(۲x+y)(a-۳b)=(۲x)(a)+(۲x)(-۳b)+(y)(a)+(y)(-۳b)=$$
$$۲ax-۶bx+ay-۳by$$

یادآوری: به خاطر خاصیت جابجایی ضرب $ba=ab$

عبارت $a=a+۰$ یعنی عضو خنثی در عمل جمع عبارت جبری صفر است.

عبارت $a=a\times ۱$ یعنی اینکه عضو خنثی در عمل ضرب عبارات جبری یک است.

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد با عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه‌ی مقدار عبارت ترتیب انجام عملیات را رعایت کنید.

مثال: مقدار عددی عبارت $x-۲y+۱$ را به ازای $x=۲$ و $y=-۳$ را بدست آورید.

$$x-۲y+۱\xrightarrow{x=۲,y=-۳}(۲)-۲\times(-۳)+۱=۲+۶+۱=۹$$

برای محاسبه مقدار عددی یک عبارت طبق مراحل زیر نیز می‌توانیم عمل کنیم

مثال $۳x+٤$ به ازای $x=۵$

۱- جملات را از هم جدا می‌کنیم. = $\boxed{۳x}$ $\boxed{+٤}$

۲- در هر جمله به جای حرف آن، مقدار داده شده را قرار می‌دهیم = $\boxed{۳\times ۵}+\boxed{٤}$

۳- ضریب عددی را در مقدار داده شده ضرب می‌کنیم. = ۱۵+٤

٤- حاصل ضرب را کنار هم نوشته و مقدار نهایی را بدست می‌آوریم ۱۹

تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای

در این مورد تک‌تک جمله‌های مقسوم را بر مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم.

$$(۱۸ab+۳ab-۶abc)\div ۳ab=۶+۱-۶c=۷-۶c$$

$$\frac{۱۸\not{a}\not{b}}{۳\not{a}\not{b}}=\frac{۱۸}{۳}=۶ \qquad \frac{۳\not{a}\not{b}}{۳\not{a}\not{b}}=\frac{۳}{۳}=۱ \qquad \frac{-۶\not{a}\not{b}c}{\not{a}\not{b}}=-۶c$$

تبدیل یک عبارت جبری به ضرب دو یا چند عبارت جبری (فاکتورگیری یا تجزیه)

برای نوشتن یک عبارت جبری به صورت ضرب دو عبارت جبری به صورت زیر عمل می‌کنیم

۱- ب.م.م ضرایب را به دست می‌آوریم و آن را ضریب حروف مشترک بین جمله‌ها قرار می‌دهیم و به این جمله عامل مشترک یا ب. م.م جمله‌ها می‌گوییم.

۲- تک‌تک جمله‌های عبارت داده شده را به جمله مشترک تقسیم می‌کنیم و حاصل تقسیم یا تقسیم‌ها را درون پرانتز بعد از جمله‌ی مشترک می‌نویسیم و بین پرانتز و جمله مشترک ضرب قرار می‌دهیم.

$$۱۵ab-۳۵ac=۵a(۳b-۷c)$$

$(۱۵ و ۳۵)=۵$ $\qquad ۵a \qquad \frac{۱۵ab}{۵a}=۳b$

ab, ac عامل مشترک : a $\qquad \frac{۳۵\not{a}c}{۵\not{a}}=۷c$

شرکت پذیری به صورت $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$ است امّا خاصیت پخشی بصورت، $a\times(b+c)=ab+ac$ می‌باشد.

توجه: در شرکت‌پذیری عمل داخل و بیرون پرانتز تکراری است اما در پخشی بیرون پرانتز ضرب و داخل پرانتز جمع یا تفریق می‌باشد.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

مثال: اگر جمله‌ی nام یک دنباله‌ی عددی به صورت $an=3n-1$ باشد جمله‌ی دهم و جمله‌ی سی‌ام را بنویسید. (یعنی اینکه مقدار عددی فرمول an را به ازاء $n=10,30$ حساب کنیم).

دهم $n=10$ $\quad (3\times10-1)=29$

سی‌ام $n=30$ $\quad (3\times30-1)=89$

مثال: اگر جمله و یا عبارت جبری $4x-5y+3z-2(x+5z-y)$ را داشته باشیم مقدار عددی عبارت را به ازاء $x=2$ و $y=-1$ و $z=-3$ بدست آورید.

* «بهتر است ابتدا اول عبارت را ساده کنید بعداً جایگذاری کنید»

$$4x-5y+3z-2x-10z+2y=2x-3y-7z$$
$$2\times2-3\times-1-7\times-3$$
$$4+3+21=28$$

* **نکته**: $(b-a)$ و $(a-b)$ قرینه یکدیگرند $(a-b)=-(b-a)$

پس داریم $\frac{a-b}{b-a}=-1$

* **نکته** : $x+\frac{1}{x}\geq2$ جمع هر عدد طبیعی و معکوسش بزرگ‌تر از ۲ است یا مساوی ۲

اثبات :
$$1+\frac{1}{1}=1+1=2$$
$$2+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}>2$$
$$3+\frac{1}{3}=3\frac{1}{3}>2$$

مثال: حاصل $x+\frac{1}{x}+7$ کم‌ترین حالت در اعداد طبیعی چه خواهد بود؟

$$x+\frac{1}{x}\geq2 \quad \rightarrow \quad 2+7=9$$

معادله: به هر تساوی جبری که به جای متغیر، (قسمت حرفی) آن عدد یا عددهایی قرار بگیرد که به تساوی عددی درست تبدیل شود معادله می‌گویند.

نکته: منظور از حل یک معادله یافتن مقدار مجهول (متغیر یا بخش حرفی) است. یعنی باید عددی را بیابیم که به ازای آن مقدار عددی ،تساوی درست باشد. عبارت $m+۲=۵$ یک معادله است. یعنی باید مقداری برای متغیر یا مجهول پیدا کنیم تا دو طرف تساوی مقدار یکسانی داشته باشد. در تساوی جبری و یا معادله‌ی $۲b-۸=۶$ متغیر یا مجهول آن حرف (b)، ضریب مجهول عدد (۲) و مقادیر معلوم، عددهای (۶) و (۸-) هستند.

$x+۲=۱۰ \rightarrow x+۳-۳=۱۰-۲$

روش مفهومی $\boxed{x=۸}$

حل معادله به روش جبری

یک ترازوی دو کفه‌ای را در نظر بگیرید و ۵ سیب با جرم‌هایی برابر =۲ وزنه یک کیلوگرمی)

* اگر به هر کفه‌ی ترازو، ۳ وزنه‌ی یک کیلوگرمی اضافه کنیم، تعادل به هم نمی‌خورد.

* اگر یک کیلوگرم از جرم هر کفه‌ی ترازو کم کنیم تعادل به هم نمی‌خورد.

اگر جرم هر کفه‌ی ترازو را دوبرابر کنیم تعادل به هم نمی‌خورد.

* اگر جرم هر کفه‌ی ترازو را نصف کنیم، تعادل به هم نمی‌خورد.

$$x+۳=۱۰ \quad \rightarrow \quad x+۳+(-۳)=۱۰+(-۳) \Rightarrow x=۷$$

نکته: اگر به هر طرف معادله، عدد یکسانی اضافه کنیم، یا از آن کم کنیم، تساوی برقرار می‌ماند.

$$a=b \rightarrow a+c=b+c$$

نکته: اگر هر دو طرف معادله را در عدد یکسانی ضرب کنیم یا بر عدد یکسان غیرصفر تقسیم کنیم تساوی برقرار می‌ماند.

$$a = b \xrightarrow{\times c} ac = bc$$

$$a = b \xrightarrow{\div c} \frac{a}{c} = \frac{b}{c}$$

$C \neq ۰$

حاصل معادله‌ی داده شده را بنویسید

(۱) $۲a + ۵ = ۱۷$

$$۲a + ۵ - ۵ = ۱۷ - ۵ \rightarrow ۲a = ۱۲ \xrightarrow{\text{دو طرف} \div} \frac{۲a}{۲} = \frac{۱۲}{۲} \Rightarrow a = ۶$$

(۲) $۷x - ۵ = ۱۴$

$$۷x - ۵ + ۵ = ۱۴ + ۵ \rightarrow ۷x = ۱۹ \xrightarrow{\text{دو طرف} \div ۷} \frac{۷}{۷}x = \frac{۱۹}{۷} \Rightarrow x = \frac{۱۹}{۷}$$

حل معادلات کسری

برای حل یک معادله کسری می‌توان طبق مراحل قبل عمل کرد ولی برای دسترسی سریع‌تر و آسان‌تر به جواب معادله، بهتر است ابتدا کل جملات را در مخرج مشترک کسرها ضرب کنیم پس از انجام ضرب‌ها یا ساده‌کردن کسرها، معادله از حالت کسری خارج می‌شود. حال معادله بدست آمده را طبق مراحل قبل حل می‌کنیم.

توجه داشته باشید که اگر تمام جملات یک معادله را در عددی دلخواه ضرب کنیم جواب معادله تغییر نمی‌کند.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

$$۳۰\left(\frac{۲}{۵}x-\frac{۲}{۳}=۱\right)$$

$$\frac{۳۰\times۲}{۵}x-\frac{۳۰\times۲}{۳}=\frac{۳۰\times۱}{۱}$$

$$۱۲x-۲۰=۳۰$$

$$۱۲x=۳۰+۲۰$$

$$۱۲x=۵۰$$

$$x=\frac{۵۰}{۱۲}=\frac{۲۵}{۶}$$

$$٤\left(\frac{۳}{٤}x=-\frac{۱}{۲}\right)$$

$$\frac{۳\times٤}{٤}x=-\frac{۱\times٤}{۲}$$

$$۳x=-۲$$

$$x=\frac{-۲}{۳}$$

می توان مخرج مشترک را ۱۵ نیز گرفت

معادله کسری نوع دوم

این گروه از معادلات کسری آن‌هایی هستند که به صورت دو کسر تنها مقابل هم نوشته می‌شوند و می‌توان آن‌ها را طرفین وسطین نمود.

$$\frac{۸}{a+۳}=\frac{۷}{a}$$

$$۸\times a=۷\times(a+۳)$$

$$۸a=۷a+۲۱$$

$$۸a-۷a=۲۱$$

$$a=۲۱$$

حل مسئله با استفاده از تشکیل معادله

بسیاری از مواقع اگر بتوان صورت یک مسئله را به معادله تبدیل کرد با حل معادله سریع‌تر و دقیق‌تر به جواب مسئله خواهیم رسید.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

برای تبدیل یک مسئله به معادله ابتدا خواسته مسئله را (X) یا هر مجهول دیگر در نظر می‌گیریم. پس با خواندن مسئله کلمات فارسی را به علائم ریاضی تبدیل کرده تا معادله تشکیل شود.

نکته:اگر در تبدیل یک مسئله فارسی به معادله کلمه ازابتدای جمله آمده باشد قسمت اول مسئله منهای قسمت دوم می شود

* در جملات فارسی کلمه «از» پشت هر عبارتی آمد در تفریق اوّل آن عبارت را می‌نویسیم

مثال) از ۳ برابر عددی ۷ واحد کم می‌کنیم حاصل ۲۰ می‌شود. آن عدد چیست؟

$۳x - ۷ = ۲۰$

x→ عدد موردنظر

۳x→ سه برابر عدد

$۳x - ۷$ → ۷ واحد کم می‌کنیم

$۳x - ۷ = ۲۰$ → حاصل ۲۰ می‌شود.

زهرا برای خرید ۹ دفتر ۱۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۱۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر دفتر چقدر است؟

y= قیمت دفتر

(کل پرداخت)= (مبلغ پس گرفته شده)+ (تعداد × قیمت)

$$۹y + ۱۰۰ = ۱۰۰۰$$
$$۹y = ۱۰۰۰ - ۱۰۰$$
$$۹y = ۹۰۰$$
$$y = \frac{۹۰۰}{۹}$$
$$y = ۱۰۰$$

نکته: در عبارت جبری، ضرب و جمع خاصیت شرکت‌پذیری دارد. اما تفریق و تقسیم خاصیت شرکت‌پذیری ندارد.

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad , \quad a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

یعنی فرقی ندارد اول کدام دو عدد را در جمع شرکت دهیم ؛ یعنی فرقی ندارد اول کدام دو عدد را در ضرب شرکت دهیم

$$\underbrace{۳+(٤+۷)}_{۱٤} = \underbrace{(۳+٤)+۷}_{۱٤} \qquad \underbrace{۳\times(٤a)}_{۱۲a} = \underbrace{(۳\times٤)a}_{۱۲a}$$

توجه: $a \div (b \div c) \neq (a \div b) \div c \rightarrow \underbrace{۱۲\div(٦\div۲)}_{٤} \neq \underbrace{(۱۲\div٦)\div۲}_{۱}$

توجه: $a-(b-c) \neq (a-b)-c$

$$\underbrace{۷-(٥-۲)}_{٤} \neq \underbrace{(۷-٥)-۲}_{۰}$$



عبارت های جبری

۱-صحیح –غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف- محیط یک مربع به ضلع a برابر است با ۴ + a.

ب- محیط مثلث متساوی الاضلاع ی به ضلع m برابر است با ۳ m.

پ-جملات ۳a و ۳b متشابهند.

ت- جمله های ۴x با x– با هم متشابه هستند.

ث-جمله های x ۷و y $\frac{۱۴}{۲}$با هم متشابهند.

ج-جملات x(y) و xy و y. x متشابه هستند..

چ-در جمله ی جبری x ۳ ، حرف x یک متغیر است.

ح-متغیر ها ، نماد هایی برای بیان عدد های نا معلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

خ- عبارت a+b ≠ b+a.

د-عبارت a (b c)=(a b) c .

ذ-عبارت b = ۱× b یعنی حاصل ضرب هر عدد در عدد ۱ برابر خودعدد است.

ر-عبا رت x y z ۳یک جمله ای است.

ز- عبارت ۴ + a + a+ a دارای دو جمله است.

ژ- مقدار عددی m m m به ازای ۲- = m برابر است با ۸ .

س- جمله ی پانزدهم در الگوی عددی $\frac{-۳x-۴}{۷}$ برابر است با ۷- .

ش- مساحت مربعی به ضلع a برابر است با aa .

۲-با واژه یا عدد مناسب کامل کنید.

الف- در جمله ی b ۱۶ ،.....را ضریب عددی،.....را قسمت حرفی یا متغیر می گویند.

ب- ساده شده ی عبارت (۲y+ x- ۲y -۷x) ۶ از .....جمله تشکیل شده است .

پ- حاصل عبارت (n - ۳m)۱۰ برابر..... می باشد.

ت- نیایش هر روز a صفحه از کتابی را می خواند . تعداد صفحاتی که او در ماه مرداد می خواند به صورت عبارت جبری .....است.

ث- محیط مثلث متساوی الساقینی که اندازه هر ساق آن b واندازه قاعده آن a می باشد برابر است با.....

ج- مقدار عددی (a –)(a -)(a -)به ازای ۱= a برابر است با.....

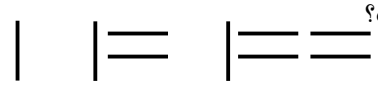
چ-ساده شده ی عبارت m+m+m+m برابر است با.....

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف –کدام جمله با ۸a متشابه است؟

۱) ۸ aa ۲) ۸ b ۳) $\frac{۲}{۳}$a ۴) ۸

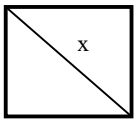
ب- مطابق الگوی مقابل شکل n ام ودهم از چند پاره خط درست شده است؟



(۱) (۲) (۳)

۱) ۲n+۵۰ و ۱۹ ۲) ۲n+۱ و ۵۰ ۳) n+۴ و ۱ ۴) ۲×(n−۱)+۱

پ-مساحت مربع مقابل کدام گزینه است؟



۱) x x ۲) ۲x ۳) $\frac{xx}{۲}$ ۴) $\frac{x}{۲}$

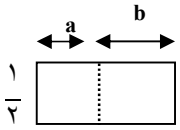
ت-مقدار عبارت $\frac{۳}{a+b}$ به ازای a= ۴ و b = -۴ کدام گزینه است؟

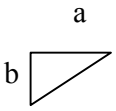
۱) ۳ ۲) صفر ۳) ۱ ۴) مقداری به دست نمی آید.

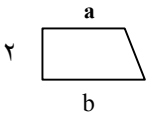
ث-اگر طول یک مستطیل a وعرض آن b باشد .مساحت مستطیل کدام گزینه است؟

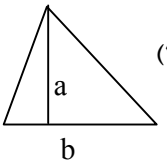
۱) ab ۲) a(b) ۳) a +b ۴) گزینه ۱و۲

ج-مساحت کدام شکل زیر با عبارت جبری $\frac{۱}{۲}\times(a+b)$ ارتباط دارد؟

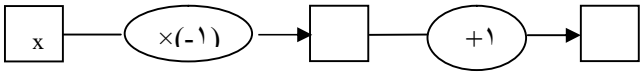
۱)


۲)


۳)


۴)


چ-نمودار مقابل کدام عبارت جبری را نشان می دهد؟



۱) x −۱+۱ ۲) −۱x +x ۳) − x+۱ ۴) x −۱ +x

ح-قرینه ی عبارت (۱+x ۲)− (۳+x) − x ۳کدام گزینه است؟

۱) −۶ x+۲ ۲) + ۴ ۳) −۶ x −۴ ۴) ۲

خ-ساده شده ی عبارت $b+\frac{۱}{۴}b+\frac{۱}{۳}b+\frac{۱}{۲}b+b$ کدام گزینه است؟

۱) $\frac{۲۵}{۱۲}b$ ۲) $b+\frac{۲۵}{۱۲}$ ۳) $۲\frac{۱}{۱۲}a$ ۴) $\frac{۲۵}{۱۲}bbbb$

د- اگر $\frac{a+b}{a-b}=۰$ باشد آن گاه می توان نتیجه گرفت که:

۱) a و b قرینه ی یکدیگرند ۲) a − b =۰ ۳) a+b =۰ ۴) گزینه ی ۱و۳

ذ- اگر a = ۲ b و b = c باشدحاصل عبارت a + b - c کدام گزینه است؟

۱) b ۲) ۲b ۳) ۲ ۴) ۳b

ر- اگر a +b = ۲و a × b = −۳۵ باشد آن گاه حاصل a −b کدام گزینه است؟

۱) −۳۲ ۲) ۱۲ ۳) −۳۷ ۴) −۵

ز- برای ساخت یک عروسک ۵ کیلو پنبه وبرای ساخت چشم ها ی آن ۲۵۰ گرم پنبه لازم است .برای ساخت n عروسک به چند کیلو پنبه نیاز است؟

۱) ۵ n +۲۵۰ ۲) ۵+۲۵۰n ۳) (۵+۲۵۰) n ۴) ۵/۲۵۰n

۴- جمله ی nام سوالات فصل ۱ صفحه ۴ و۵ از سوال ۱ تا۱۳ را بنویسید.

۵- سه جمله ی بعدی وجمله ی nام الگو های عدد ی زیر را بنویسید.

$\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۴}$ و ....

۱ و۴ و۹ و...

۱ و۸ و۲۷ و...

۰ و۳ و۸ و۱۵ و...

۰ و۲ و۳ و۴ و...

۱ و $\frac{۳}{۶}$ و $\frac{۳}{۹}$ و $\frac{۳}{۱۲}$ و...

۵ و۱۰ و ۱۵ و۲۰ و ...

۸ و۱۲و۱۶و...

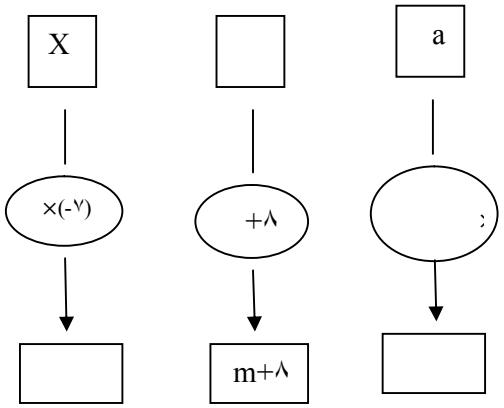
۵ و۷ و۹ و...

۱ و۵ و۹ و۱۳و.....

۰ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۲}{۳}$ و $\frac{۳}{۴}$ و....

$\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۲}{۸}$ و $\frac{۳}{۱۲}$ و...

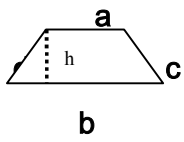
۶-نمودار های زیر را کامل کنید.



۷- برای هر یک از عبارات جبری زیر یک نمودار بکشید.

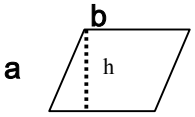
۱- ۳ x ۲- ۵ + ۷- b ۳) m -۹ ۴) ۴y

۸ –محیط ومساحت های هریک از شکل های زیر را به صورت عبارت جبری بنویسید.



s =

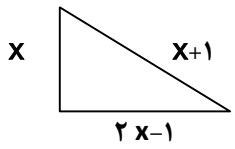
p =

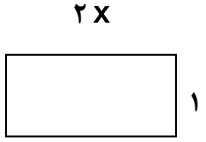


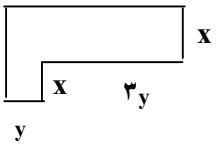
S=

p =

۹-محیط هر یک از شکل های زیر را با یک عبارت جبری بنویسید.

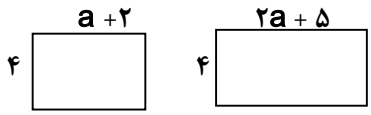






۱۰-با توجه به شکل مقابل :

الف- مساحت شکل های (۱)و(۲)را با یک عبارت جبری بنویسید.



(۱) (۲)

ب- مجموعه مساحت های دو شکل را حساب کنید.

پ-اگر دو شکل را کنار هم بچسبانیم مساحت شکل جدید را با یک عبارت جبری بنویسید .

ت- از قسمت ب وپ چه نتیجه ای می گیرید؟

۱۱- مقدار عددی عبارت های جبری زیر را به ازای مقادیر داده شده به دست آورید.

$-۲xy+x=$

$x=۱ \quad y=-۳$

$۷m-n=$

$m=۱ \quad n=۵$

$۹-\frac{۱}{۲}x-۶=$

$x=۱۰۰$

$-c-\frac{۱}{۲}=$

$c=-۵$

$\frac{۱+c}{۱+cb}$

$c=۲ \quad b=۷$

$(n+۱)(n-۱)=$

$n=۶$

۱۲- عبارات جبری زیر را ابتدا ساده کرده سپس حاصل را به دست آورید.

$۳m - ۷ + ۶(۴m - ۲) + ۷ =$ $\quad m = -۱$

$۵(۲a - ۱۰) - ۲(b - ۲۵) =$ $\quad a = -۳ \quad b = ۴$

۱۳- جمله ی n ام یک الگو به شکل $\frac{۴n-۱}{n \times n \times n}$ است .مقدار جمله های سوم وهفتم را به دست آورید.

۱۴- جدول های زیر را به ازای مقادیر داده شده حساب کنید.

x	-۱	۰	۱/۲
۳x - ۱			

a	۳	۰	$-\frac{۱}{۲}$
-۲a + ۱			

m	۰	۲/۵	$\frac{۱}{۵}$	$\frac{۱}{۴}$
$۲m + \frac{۲}{۵}$				

۱۵-عبارات جبری زیر را ساده کنید.

$۹a - a =$ $\quad ۱۰x + ۵y - ۲x + y =$ $\quad ۶(۴x - ۲y) - ۱۲y =$

$۲m - (-۳n) + ۶ + m =$ $\quad ۲(-۵x - ۷y) - ۴(x + ۳y) =$

$۴(c + ۱) + ۸(c + ۲) - ۹(۲c - ۳) =$

$۱۲(\frac{۴a}{۳} - \frac{b}{۲} + a) - ۸(\frac{۳a}{۲} + \frac{b}{۴} - ۲b) =$

۱۶-مریم هر ماه مبلغی از در آمد خود را پس انداز می کند. اگر او در حال حاضر m ریال پس انداز کرده باشد، وتصمیم بگیرد از ماه آینده هر ماه n ریال پس انداز کند .او پس از دو سال چند ریال پس انداز می کند ؟

۱۷-برای چاپ کارت شناسایی دانش آموزان ،چاپخانه ۱۰۰۰۰ تومان قیمت ثابت وبه ازای هر نفر۲۰۰ تومان دریافت می کند .

الف- هزینه ی چاپ کارت برای nدانش آموز چه قدر است؟

ب-اگر مدرسه ۳۰۰ دانش آموز داشته باشد. هزینه ی چاپ کارت ها چه قدر می شود؟

۱۸-عبارات کلامی زیر را به عبارات جبری تبدیل کنید و آن هارا بنویسید.

الف- کسری که صورت آن صفر باشد،اگر مخرج آن صفر نباشد، برابر صفر است.

ب-حاصل جمع هر عدد با قرینه اش برابر صفر است .

پ -حاصل ضرب هر عدد در معکوس همان عدد برابر یک است.

ت-در حاصل ضرب اعداد خاصیت جا بجایی وجود دارد.

ث-قرینه ی قرینه ی هر عدد با خود عدد برابر است.

ج- ۴ واحد بیشتر ازعددی با پنج برابر همان عدد برابر است.

چ-اگر عدد مشخصی را پنج بار با خودش جمع کنیم حاصل برابراست با پنج برابر خود عدد.

ح-نسبت مساحت یک مربع به محیط همان مربع به ضلع a ،برابر است با ضلع مربع تقسیم بر چهار.

معادله

۱-صحیح غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-حل معادله یعنی پیدا کردن مجهول در یک تساوی جبری.

ب-جواب معادله ی ۴ =۲ - x ۷با جواب معادله ۷- =۵+ x ۲ برابر است.

پ-جوابهای یک معادله اعدادی هستندکه تساوی عدد ی را بر قرار می کنند.

ت-در معادله ۱=۹+ xمجهول معادله x می باشد.

ث-اگربه طرفین یک معادله ،عدد ثابتی اضافه یا کم کنیم مقدار مجهول تغییری نمی کند.

ج-اگر طرفین یک معادله را درعددثابت غیر صفر ضرب کرده ویا برآن تقسیم کنیم ،مقدار مجهول تغییری نمی کند.

چ-جواب معادله (مقدار مجهول) ۹- = x $\frac{۱}{۴}$ عدد ۳۶ است.

۲-با واژه یا عدد مناسب کامل کنید.

الف-جواب معادله ۴- =(x + ۳)۲ عدد.....است.

ب-معا دله: ثلث عددی ۱۲ است برابر است با.....

پ-در معادله ۶=۱+ ۴x ضریب مجهول .....است.

۳-گزینه ی صحیح را انتخاب کنید.

الف-پاسخ معادله ۱۰ = x $\frac{۵}{۶}$ کدام گزینه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) -۱۲ ۴) ۱۴

ب-جواب معادله ۵- ۲x = (x + ۳)۵ کدام گزینه است؟

۱) $\frac{-۸}{۲۰}$ ۲) $\frac{-۲۰}{۳}$ ۳) $\frac{۲۰}{۲}$ ۴) $\frac{۲۰}{۳}$

پ- اگر محیط یک مثلث که طول اضلاع آن به ترتیب $x+1$ و 3 و $x+1$ و 2 و $2x$ برابر ۲۳ سانتی متر باشد طول ضلع کوچکتر کدام گزینه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۳

ت- حاصلضرب x در عدد۲۱به اندازه۱۸ واحد از حاصل ضرب x در عدد۱۵ کمتر است .مقدار x کدام گزینه است؟

۱) ۳ ۲) -3 ۳) ۶ ۴) $\frac{11}{7}$

ث-مقدار x در معادله $\frac{4x-24}{8} = 0$ مقدار x کدام گزینه است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۱۲

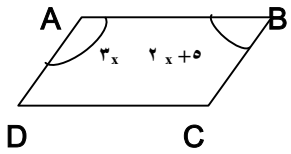
ج- ۱ واحد کمتر از پنج برابر عددی بزرگترین عدد دو رقمی می شود. آن عدد کدام گزینه است؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

چ- اگر $2(x+1)=8$ باشد مقدار $4x+1$ کدام گزینه است؟

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۷

ح- چهار ضلعی ABCD یک متوازی الا ضلاع است .اندازه زاویه ی A کدام گزینه است؟



۱) ۶۶ درجه ۲) ۱۱۴ درجه

۳) ۵۶ درجه ۴) ۱۰۵ درجه

۴ - در هریک از معا دله های زیر مقدار مجهول را حساب کنید.

$x + 21 = 0$ $\quad x - 7 = 1$ $\quad 5x = -10$ $\quad -7a = -14$

$4x - 1 = 3$ $\quad \frac{4}{5}x + 2 = \frac{1}{4}$ $\quad -x + 8 = 2$ $\quad 2b - 5 = 5$

$9 = 5m - 6m$ $\quad -(x+1) = 2(x-2)$ $\quad 12 + 5a = 3a$

۵- پریا ۶ شاخه گل از گل فروشی خرید و۱۳۰۰۰ تومان به فروشنده داد و۱۰۰۰ تومان از فروشنده پس گرفت.قیمت هر شاخه گل چند تومان است؟(معادله)

۶-نه برابر عددی را از سه واحد کم کردیم حاصل ۲۱ شد .آن عدد چیست؟(معادله)

۷- مجموع سه عدد طبیعی متوالی۱۰۲ شده است آن سه عدد را بیابید.(معادله)

۸-مقدار عبارت ۵- $7x$ به ازای چه مقدار ی از x برابر یک می شود؟(معادله)

۹-مجموع چهار عددطبیعی زوج متوالی ۳۸۰ شده است عدد دوم را پیدا کنید.(معادله)

۱۰-اگر۴= a و ۱= b باشد مقدار c چه قدر باشد تا دوکارت مقداری مساوی داشته باشند؟

$a+b+c$ | $2a-b$

۱۱- از عددی ۵ واحد کم کردیم ،حاصل نصف همان عدد شد. آن عدد چیست؟(معادله)

۱۲ –حاصل جمع چهار عدد صحیح متوالی ۶- شده است آن چهار عدد را بیابید.(معادله)

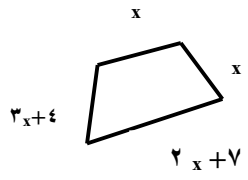
۱۳-تفاضل دوعدد ۵۲- شده است. اگر عدد بزگتر ۱۶ با شد عدد کوچکتر چند است؟(معادله)

۱۴-اختلاف سن مریم وفاطمه ۲۴ سال است.اگر حالا سن مریم سه برابر سن فاطمه باشد سن هر کدام چه قدر است؟

(معادله)

۱۵-هنگام تولد علی پدرش ۲۷ سال داشت اگر حالا مجموع سن آنها ۷۳ باشد . سن علی چه قدر است؟

۱۶-اگراندازه محیط شکل زیر۱۸ سانتی متر باشد اندازه بزگترین ضلع را محاسبه کنید.

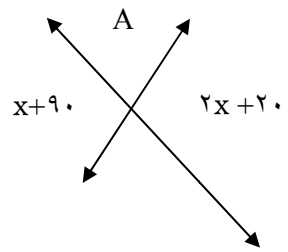


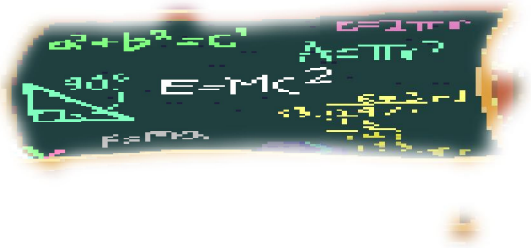
۱۷-شعاع دایره ای به مساحت ۳۰۰ متر مربع را حساب کنید۰(π=۳)

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱۸-در معادله $ax+3a=x+1$ مقدار a چه قدر باشد تا $x=1$ باشد؟

۱۹- درشکل مقابل مقدار x وزاویه ی Aچندرجه است؟





فصل چهارم
هندسه و استدلال



روابط بین پاره‌خط‌ها

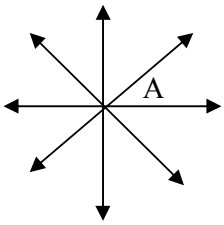
عناصر اصلی علم هندسه ← نقطه، خط، زاویه، سطح و حجم

نقطه: جزء مفاهیم تعریف نشده است، در اصطلاح اثر قلم بر روی کاغذ را نقطه می‌گویند. نقطه در ریاضیات مفهومی است که طول و عرض ندارد.

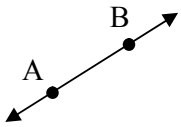
خط: از کنار هم قرار گرفتن بی‌شمار نقطه، خط ایجاد می‌شود.

انواع خط عبارتند از: ۱- خط راست ۲- خط شکسته ۳- خط منحنی (خمیده)

نکته: طبق قرارداد وقتی منظور ما خط راست باشد آن را صرفاً خط می‌نامیم و انواع دیگر خط را با ذکر نوع آن می‌شناسیم.

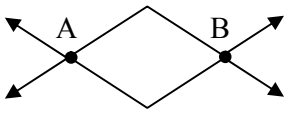


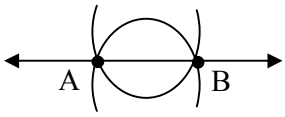
نکته: از یک نقطه بی‌شمار خط می‌گذرد.



نکته: از دو نقطه فقط یک خط راست (خط) می‌گذرد.

نکته: از دو نقطه بی‌شمار خط منحنی و بی‌شمار خط شکسته می‌گذرد.





نیم‌خط: قسمتی از یک خط را که از یک طرف،با یک نقطه محدود نمائیم. یک نیم‌خط حاصل می‌شود.

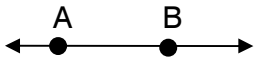


پاره‌خط: هرگاه بخشی از یک خط را که بین دو نقطه از آن خط می‌باشد، محدود نمائیم پاره‌خط ایجاد می‌شود.



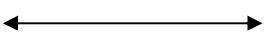
«نام‌گذاری در هندسه و ریاضیات»

* در ریاضیات و هندسه برای نام‌گذاری از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. برای نام‌گذاری نقطه معمولاً از شکل الفبای لاتین (حروف بزرگ) استفاده می‌کنیم. مانند: نقطه A یا نقطه B

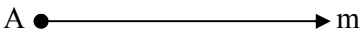


* برای نام‌گذاری خط از دو حرف کوچک استفاده می‌کنیم مانند خط xy یا خط yx.

* گاهی خط را با یک حرف کوچک نام‌گذاری می‌کنیم مثل: خط d

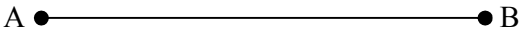


* برای نام‌گذاری نیم‌خط، ابتدا طرف بسته‌ی آن را با حروف بزرگ سپس طرف باز آن را با حروف کوچک نام‌گذاری می‌کنیم مانند خط Am

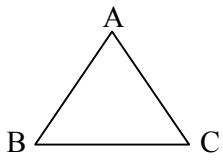


* برای نام‌گذاری پاره‌خط آن را با دو حرف ابتدا و انتهایش (حروف بزرگ) می‌نویسیم.

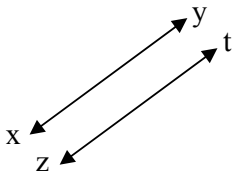
مانند پاره‌خط : $\overline{AB}$ یا $\overline{BA}$



* برای نام‌گذاری مثلث نام سه رأس آن را می‌نویسیم. مثلاً مثلث ABC و آن را به صورت ΔABC یا $\overset{\Delta}{ABC}$ نشان می‌دهیم.

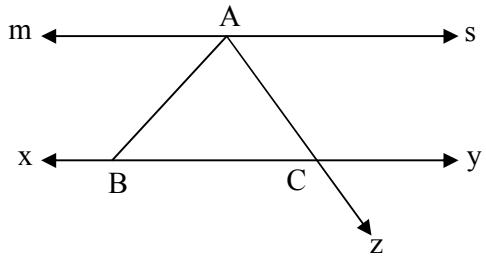


* در هندسه از علامت (||) که نشان دهنده‌ی دو خط موازی است برای نمایش دادن موازی بودن دو خط استفاده می‌شود. مثلاً برای نوشتن موازی بودن دو خط xy و zt می‌نویسیم.



خط xy موازی خط zt است $xy \parallel zt$

مثال: با توجه به شکل مقابل و به کمک راهبرد الگوسازی پاسخ دهید (ms و xy موازی‌اند)



الف) تمام پاره‌خط‌ها را نام ببرید.

ب) تمام نیم‌خط‌ها را نام ببرید.

پ) تمام خط‌ها را بنویسید.

ت) موازی بودن دو خط را بنویسید.

اندازه‌گیری طول پاره‌خط

بین انواع خط فقط پاره‌خط را می‌توان اندازه‌گیری نمود و برای آن یک عدد به عنوان طول نوشت.

برای نشان دادن طول پاره‌خط AB از علامت $\overline{AB}$ استفاده می‌کنیم مثلاً $\overline{AB}=۲cm$ می‌خوانیم طول پاره خط AB برابر با ۲ سانتی‌متر است.

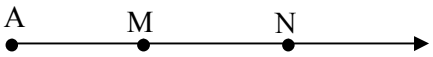
نکته: اندازه‌ی پاره‌خط AB برابر است با اندازه‌ی پاره‌خط BA یعنی $\overline{AB}=\overline{BA}$

مثال: در شکل مقابل :

الف) پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و طول آن‌ها را به سانتی‌متر بنویسید.

ب) با نوشتن اندازه‌ها درستی رابطه‌ی مقابل را بررسی کنید. $\overline{AM}+\overline{MN}=\overline{AN}$

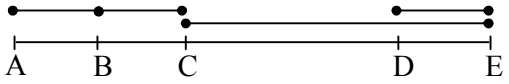
پ) با توجه به طول پاره‌خط‌ها آن‌ها را مقایسه کنید.



جمع و تفریق پاره‌خط‌ها

* برای جمع دو پاره‌خط آن‌ها را به دنبال هم قرار می‌دهیم و برای تفریق پاره‌خط‌ها، آن‌ها را روی هم قرار می‌دهیم تا حاصل مشخص شود.

مثال: حاصل هریک از تساوی‌های زیر را بدست آورید.



$\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AC}$ و $\overline{CE}-\overline{DE}=\overline{CD}$

نکته: اگر روی یک خط به تعداد n نقطه در نظر بگیریم تعداد پاره‌خط‌ها و نیم خط‌ها از روابط زیر بدست می‌آید.

$$\text{تعداد پاره‌خط‌های تشکیل شده از n نقطه} = \frac{n\times(n-۱)}{۲}$$

$$\text{تعداد نیم خط‌های تشکیل شده از n نقطه} = ۲\times n$$

مثال: روی یک خط ٦ نقطه انتخاب کرده‌ایم چند پاره‌خط و چند نیم خط می‌توانیم بنویسیم؟

حل: تعداد نقاط $= n = ٦ \rightarrow$ تعداد پاره خط $= \frac{٦\times(٦-۱)}{۲} = ۱۵$

تعداد نقاط =n=٦→ تعداد نیم خط =۲×٦=۱۲

چند رابطه‌ی دیگر:

تعداد قطرهای n ضلعی $= \frac{n(n-۳)}{۲}$

تعداد قطرهای گذرنده از یک رأس n ضلعی =n–۳

تعداد پاره خط‌های گذرنده از n نقطه متمایز $= \frac{n(n-۱)}{۲}$

مثال: در یک هشت ضلعی تعداد قطرها، تعداد قطرهای گذرنده از یک رأس و تعداد کل پاره‌خط‌های گذرنده را بدست آورید.

$n=۸ \rightarrow$ تعداد قطرهای هشت ضلعی $=\frac{n(n-۳)}{۲}=\frac{(۸-۳)}{۲}=۲۰$

$n=۸ \rightarrow$ تعداد قطرهای گذرنده از یک راس هشت ضلعی $=n-۳=۸-۳=۵$

$n=۸ \rightarrow$ تعداد کل پاره‌خط‌ها $=\frac{n(n-۱)}{۲}=\frac{۸(۸-۱)}{۲}=۲۸$

آشنایی با نحوه استدلال‌های ریاضی

استدلال به معنی دلیل آوردن برای اثبات درستی یک مطلب می‌باشد. در استدلال هندسی از مطالب آموخته شده استفاده می‌کنیم و به نتایج جدید می‌رسیم.

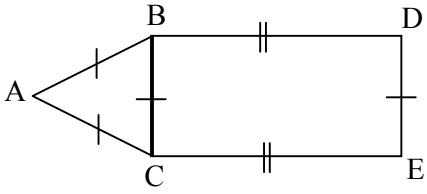
مثال: مسئله زیر را با رابطه‌های ریاضی بنویسید و نتیجه را به فارسی بیان کنید:

سن حسن (a) از سن رضا (b) بیش‌تر است و علی (c) هم سن حسن می‌باشد بنابراین سن رضا از سن علی ..... است.

پاسخ: سن رضا از سن علی کم‌تر است.

$$\left.\begin{matrix} a>b \\ c=a \end{matrix}\right\} \Rightarrow \underset{\text{علی}}{c} > \underset{\text{رضا}}{b}$$

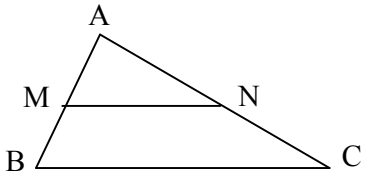
مثال: در شکل مقابل یک مستطیل و یک مثلث متساوی الاضلاع وجود دارد چرا $\overline{BD}>\overline{AB}$ است؟



پاسخ:

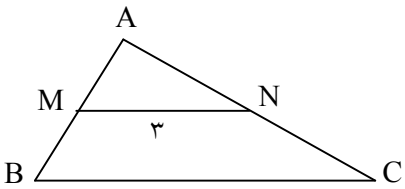
$$\begin{cases} \overline{BD}>\overline{BC} \\ \overline{BC}=\overline{AB} \end{cases} \Rightarrow \overline{BD}>\overline{AB}$$

نکته: در هر مثلث دلخواه اندازه‌ی پاره خطی که وسط دو ضلع مثلث را به هم وصل می‌کند برابر با نصف ضلع سوم مثلث می‌باشد.



$$\left.\begin{matrix} \overline{AB} & \text{وسط } M \\ \overline{AC} & \text{وسط } N \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overline{MN}=\frac{۱}{۲}\overline{BC}$$

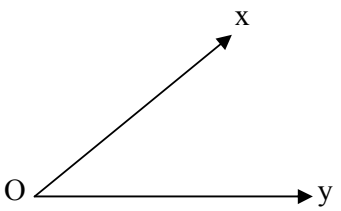
مثال: در مثلث مقابل M و N وسط دو ضلع مثلث هستند. اندازه‌ی ضلع $\overline{BC}$ را بدست آورید.



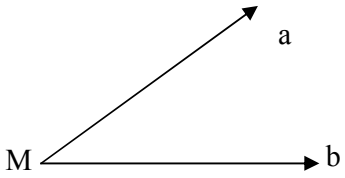
$$\overline{MN} = \frac{۱}{۲}\overline{BC} \rightarrow ۳ = \frac{۱}{۲}\overline{BC} \rightarrow \overline{BC} = ۶$$

روابط بین زاویه‌ها

در دوره‌ی ابتدایی با شکل زاویه، اندازه‌گیری و انواع زاویه (از نظر اندازه) هم چنین با زاویه‌های متمم و مکمل آشنا شده‌اید. امسال علاوه بر یادآوری آن‌ها با روابط بین زاویه‌ها هم آشنا می‌شوید که عبارتند از جمع و تفریق زاویه‌ها، رابطه‌های کوچک‌تری و بزرگ‌تری بین زاویه‌ها و نسبت زاویه‌ها.



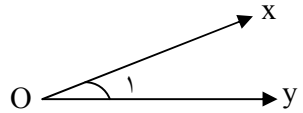
مقایسه دو زاویه



با توجه به شکل بالا زاویه‌ی $a\hat{m}b$ از زاویه $x\hat{o}y$ کوچک‌تر است و می‌نویسیم $a\hat{m}b < x\hat{o}y$

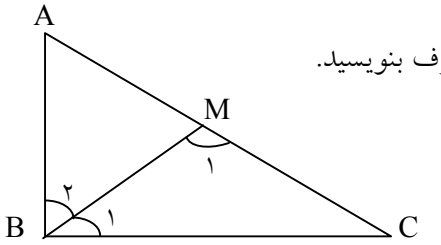
نام‌گذاری زاویه

زاویه را با روش‌های زیر نام‌گذاری می‌کنیم.



۱) با سه حرف $(x\hat{o}y)$ یا $(y\hat{o}x)$ ۲) با نام رأس آن $(\hat{o})$ یا $(\hat{o}_i)$ ۳) با شماره‌ی آن $(\hat{1})$

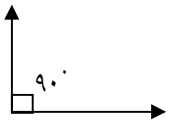
مثال) در شکل مقابل نام زاویه‌های خواسته شده را با سه حرف بنویسید.



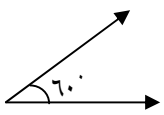
$\hat{M}_۱ =$ $\hat{B}_۱ =$ $\hat{B}_۲ =$

انواع زاویه

الف) زاویه‌ی راست (قائمه): هر زاویه‌ای که اندازه‌ی آن ۹۰° باشد.



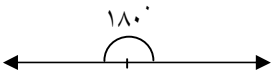
ب) زاویه‌ی تند (حاده) : هر زاویه‌ی که از ۹۰° کوچک‌تر باشد.



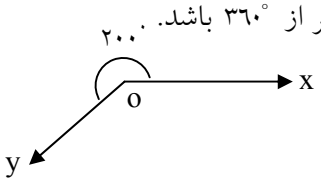
پ) زاویه‌ی باز (منفرجه): هر زاویه‌ی که از ۹۰° بزرگتر باشد و از ۱۸۰° کمتر باشد.



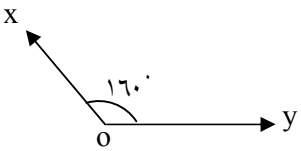
ت) زاویه‌ی نیم صفحه تخت : هر زاویه‌ی که اندازه‌ی آن ۱۸۰° باشد.



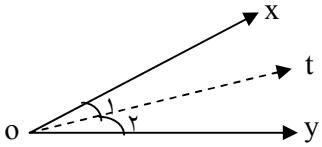
ث) زاویه‌ی مقعر (کاو): هر زاویه‌ای که اندازه‌ی آن بیشتر از ۱۸۰° و کمتر از ۳۶۰° باشد.



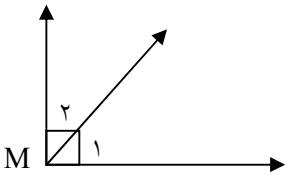
ج) زاویه‌ی محدب (کوژ): هر زاویه‌ای که کمتر از ۱۸۰° باشد.



* نیم‌ساز زاویه: نیم‌خطی است که از رأس زاویه رسم می‌شود و آن زاویه را به دو زاویه‌ی مساوی تقسیم می‌کند. $(\hat{o}_۱ = \hat{o}_۲)$

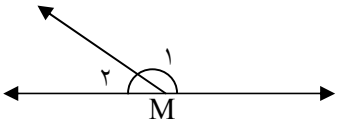


* دو زاویه‌ی متمم: دو زاویه را متمم هم دیگر گویند هرگاه مجموعشان برابر ۹۰° باشد.



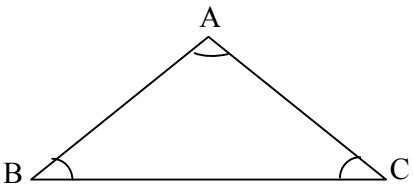
$$\hat{M}_۱ + \hat{M}_۲ = ۹۰^\circ$$

* دو زاویه‌ی مکمل: دو زاویه را مکمل همدیگر گویند مجموعشان برابر ۱۸۰° باشد.



$$\hat{M}_۱ + \hat{M}_۲ = ۱۸۰^\circ$$

* مجموع زاویه‌های داخلی مثلث برابر ۱۸۰° می‌باشد.



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ$$

مثال: آیا مثلث متساوی الاضلاعی با یک زاویه‌ی تند یا یک زاویه‌ی باز می‌توان رسم کرد؟ چرا؟

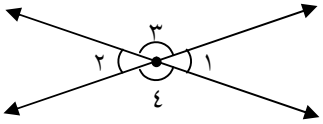
پاسخ: خیر، زیرا در مثلث متساوی الاضلاع زاویه‌ها با هم مساوی و به اندازه‌ی ۶۰° می‌باشند.

* در متوازی الاضلاع زاویه‌های مجاور (کنار هم) مکمل یکدیگرند.



$\hat{۱}+\hat{٤}=۱۸۰^\circ$ $\hat{۳}+\hat{٤}=۱۸۰^\circ$ $\hat{۲}+\hat{۳}=۱۸۰^\circ$ $\hat{۱}+\hat{۲}=۱۸۰^\circ$

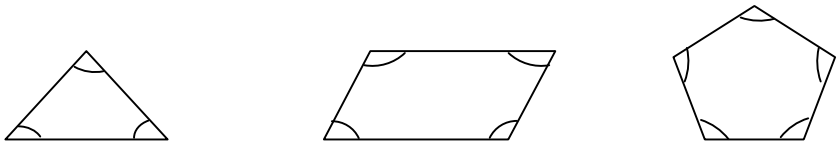
* دو زاویه متقابل به رأس: دو زاویه که اضلاع آن‌ها در امتداد یکدیگر و در رأس مشترک باشند را متقابل به رأس می‌نامیم، زاویه‌های ۱و۲ و همچنین ۳ و ٤ متقابل به رأس هستند.



* دو زاویه‌ی متقابل به رأس همیشه با هم برابرند. $\hat{۱}=\hat{۲}$ $\hat{۳}=\hat{٤}$

چند ضلعی‌های محدب (کوژ)

یک چند ضلعی که هیچ کدام از زاویه‌های آن بزرگتر از ۱۸۰° باشد چند ضلعی محدب یا کوژ نام دارد.



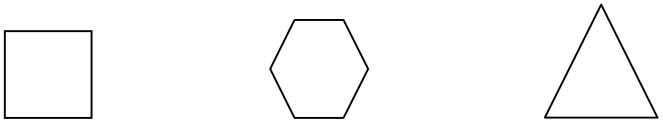
چند ضلعی‌های مقعر (کاو)

یک چند ضلعی که حداقل یک زاویه‌ی بزرگتر از ۱۸۰° داشته باشد چند ضلعی مقعر یا کاو نام دارد.



چند ضلعی منتظم

به چند ضلعی محدبی که اندازه‌ی تمام زاویه‌ها با هم و اندازه ضلع‌های آن نیز با هم برابر باشند چند ضلعی منتظم می‌گوئیم.



* در چند ضلعی منتظم هرچه تعداد ضلع‌ها بیش‌تر شود. اندازه‌ی زاویه‌ها بزرگ‌تر می‌شود.

* هرچه تعداد ضلع‌ها بیش‌تر شود شکل به دایره نزدیک‌تر می‌شود.

* مجموع زاویه‌های داخلی هر n ضلعی (محدب یا مقعر) و اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی n ضلعی منتظم از روابط زیر به دست می‌آید.

$$\text{مجموع زاویه‌های داخلی هر } n \text{ ضلعی (محدب یا مقعر)} = (n-۲)\times ۱۸۰^\circ$$

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه داخلی یک } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-۲)\times ۱۸۰^\circ}{۲}$$

مثال: مجموع زاویه‌های سه ضلعی و شش ضلعی را به دست آورید.

سه ضلعی $n=۳ \rightarrow (۳-۲)\times ۱۸۰^\circ = ۱۸۰^\circ$

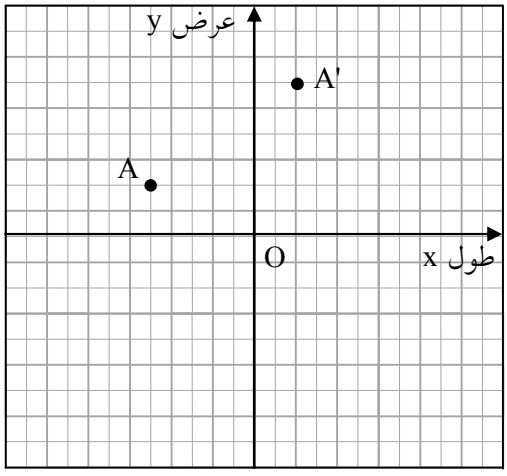
شش ضلعی: $n=۶ \rightarrow (۶-۲)\times ۱۸۰^\circ = ۷۲۰^\circ$

مثال: هریک از زاویه‌های هشت ضلعی منتظم چند درجه است؟

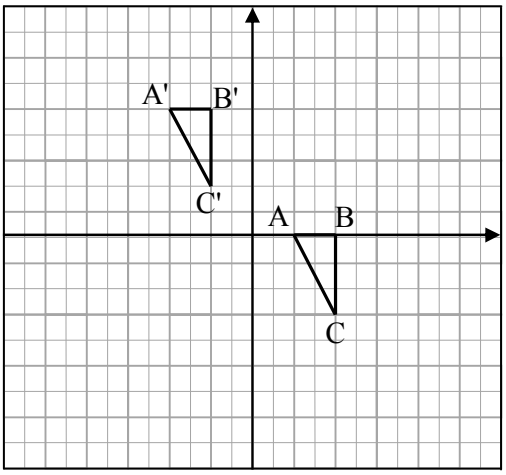
هشت ضلعی: $n=۸ \rightarrow \frac{(n-۲)\times ۱۸۰^\circ}{۲} = \frac{(۸-۲)\times ۱۸۰^\circ}{۸} = ۱۳۵^\circ$

تبدیلات هندسی

انتقال



۱- نقطه‌ی 'A را انتقال یافته‌ی نقطه‌ی A با مختصات $\begin{bmatrix}+۷\\+۴\end{bmatrix}$ می‌گوئیم چون مکان نقطه‌ی A ، ۷ واحد به سمت راست و ٤ واحد به سمت بالا در صفحه‌ی مختصات جابجا شده و نقطه‌ی جدید 'A را ایجاد کرده است. به عبارت دیگر می‌توان گفت: نقطه‌ی A تحت انتقال $\begin{bmatrix}+۷\\+۴\end{bmatrix}$ بر روی نقطه‌ی 'A تصویر می‌شود.



۲- مثلث A'B'C' را انتقال یافته‌ی مثلث ABC با تبدیل $\begin{bmatrix} -٦ \\ +٥ \end{bmatrix}$ می‌گوییم چون هر رأس مثلث ABC را ٦ واحد به سمت چپ و ٥ واحد به سمت بالا در صفحه‌ی مختصات جابجا کرده و نقاط جدید A'، B' ، C' که رئوس مثلث A'B'C' است را ایجاد می‌کنیم. به عبارت دیگر می‌توان گفت مثلث ABC تحت انتقال $\begin{bmatrix} -٦ \\ +٥ \end{bmatrix}$ بر روی مثلث A'B'C' تصویر می‌شود.

نتیجه: هرگاه انتقالی به کمک (تحت) مختصات $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ صورت بپذیرد.

با توجه به علامت مؤلفه‌ی طول (a) در راستای افقی (xها) و علامت مؤلفه‌ی عرض (b) در راستای عمودی (yها) جابجایی انجام می‌شود، یعنی اگر a مثبت باشد a واحد به سمت راست و اگر a منفی باشد، a واحد به سمت چپ حرکت می‌کنیم هم چنین اگر b مثبت باشد، b واحد به سمت بالا و اگر b منفی باشد b واحد به سمت پایین حرکت می‌کنیم. اگر مقدار a صفر باشد در راستای افقی هیچ جابجایی صورت نمی‌گیرد و اگر مقدار b صفر باشد، در راستای عمودی هیچ جابجایی انجام نمی‌شود.

ویژگی‌های انتقال

۱- انتقال طول پاره‌خط و طول ضلع را حفظ می‌کند، یعنی اندازه‌ی ضلع شکل اولیه و اندازه‌ی ضلع شکل انتقال یافته برابر است. (پس می‌توان نتیجه گرفت محیط و مساحت آن‌ها نیز مساوی و برابر است)

۲- انتقال جهت شکل (و زاویه‌ی بین دو خط و جهت زاویه) را ثابت نگه می‌دارد.

انتقال بدون رسم: مختصات نقطه‌ی انتقال یافته: مختصات انتقال + مختصات نقطه‌ی اولیه

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

مثال: مثلث A'B'C' انتقال یافته‌ی مثلث ABC با رئوس $A=\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix}$ و $C=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}$ تحت انتقال $\begin{bmatrix}-۳\\-٤\end{bmatrix}$ می‌باشد، مختصات A'، B'، C' را بدست آورید.

نقطه A مختصات انتقال نقطه‌ی انتقال یافته

$$\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۳\\-۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰+(-۳)\\۲+(-۴)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۳\\-۲\end{bmatrix}=A'$$

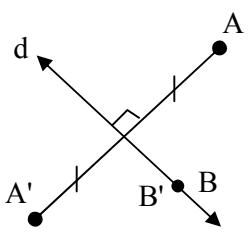
نقطه B $[\ ]+[\ ]=[\ ]=[\ ]=B'$

نقطه C $[\ ]+[\ ]=[\ ]=[\ ]=C'$

تقارن (بازتاب یا قرینه)

تقارن یا بازتاب به دو صورت است: ۱- تقارن نسبت به یک خط (تقارن محوری)

۲- تقارن نسبت به یک نقطه (تقارن مرکزی)



۱) تقارن محوری: تقارن محوری تبدیلی است که به وسیله‌ی آن تصویر نقطه‌ی A (هر نقطه‌ای که روی خط تقارن نباشد) نسبت به خط d (خط تقارن) نقطه‌ای مانند A' است به طوری که خط d عمود منصف AA' می‌باشد. تصویر هر نقطه مانند B که روی محور تقارن (خط تقارن) باشد خودش می‌شود.

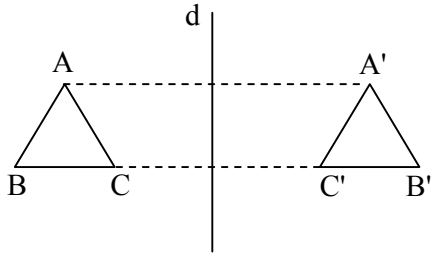
محور تقارن: خطی که قرینه کردن (تقارن یا بازتاب) نسبت به آن انجام می‌شود را محور تقارن می‌گویند.

ویژگیهای تقارن محوری: ۱- تقارن محوری طول پاره خط و ضلع را حفظ می‌کند یعنی اندازه‌ی شکل اولیه با اندازه‌ی ضلع شکل قرینه شده برابر است (پس می‌توان نتیجه گرفت محیط و مساحت آن‌ها نیز با هم برابر است).

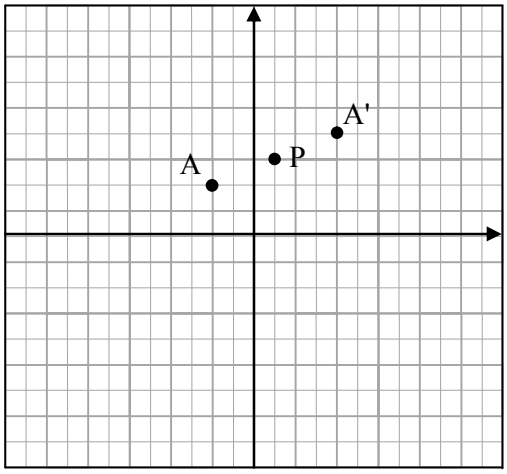
*۲- تقارن جهت شکل را حفظ نمی‌کند (جهت شکل اولیه و شکل قرینه ممکن است با هم متفاوت باشد).

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

*۳- تقارن زاویه‌ی بین دو خط را حفظ می‌کند و ثابت نگه می‌دارد.



مثال: انتقال یافته‌ی مثلث ABC را نسبت به محور تقارن d رسم نمائید؟



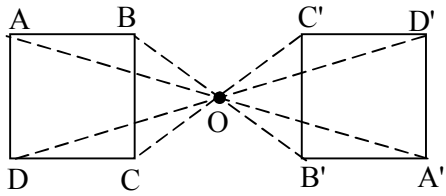
تقارن مرکزی: تقارن مرکزی تبدیلی است که بوسیله‌ی آن تصویر نقطه‌ی A در صفحه، نسبت به نقطه‌ی o (مرکز تقارن) نقطه‌ی A' می‌باشد به طوری که A و o و A' روی یک خط راست قرار دارند و $\overline{oA} = \overline{oA'}$ است.

مثال: قرینه‌ی نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۲ \end{bmatrix}$ را نسبت به نقطه $P = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$ روی یک دستگاه مختصات رسم کنید و سپس مختصات نقطه‌ی قرینه را بنویسید.

پاسخ: ابتدا نقطه‌ی A و سپس نقطه‌ی P را با توجه به مختصاتشان مشخص می‌کنیم. از نقطه‌ی A به نقطه‌ی P وصل کرده و به همان اندازه و در همان راستا ادامه می‌دهیم تا مکان نقطه‌ی قرینه (A') مشخص شود و در آخر مختصات نقطه‌ی A' را می‌نویسیم. $A' = \begin{bmatrix} ۳ \\ ٤ \end{bmatrix}$

تقارن مرکزی شکل نسبت به یک نقطه: کافی است که چند نقطه از شکل اولیه (رئوس چند ضلعی) را نسبت به مرکز تقارن ، قرینه کرده و سپس نقاط جدید را به هم وصل کنیم.

مثال: چهارضلعی ABCD را نسبت به نقطه‌ی o قرینه کنید.



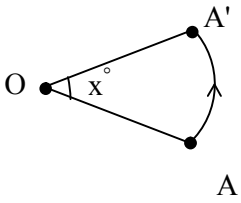
تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ویژگی‌های تقارن مرکزی

۱- طول اضلاع و پاره خط را حفظ می‌کند. پس محیط و مساحت را نیز حفظ می‌کند، یعنی اندازه‌ی اضلاع شکل اولیه با اندازه‌ی اضلاع شکل قرینه شده برابر است.

۲- جهت شکل را حفظ نمی‌کند. ۳- زاویه‌ی بین خطوط را حفظ می‌کند.

دوران: دوران به مرکز o و زاویه‌ی x تبدیلی است که هر نقطه مثل A را در صفحه به اندازه‌ی x به نقطه A' در آن صفحه تصویر می‌کند.

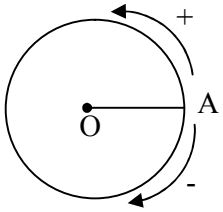


۱- مرکز دوران: (یعنی نقطه‌ی o) ثابت است و برای دوران یک شکل تغییر نمی‌کند.

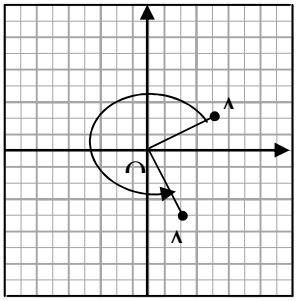
۲- اگر A نقطه‌ای غیر از مرکز دوران (o) باشد، همیشه $\overline{oA} = \overline{oA'}$ است.

۳- زاویه‌ای که A، o، و A' با هم می‌سازند با زاویه دوران برابر است. $A\hat{o}A' = x^\circ$

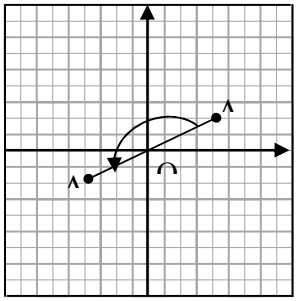
قرارداد: دایره‌ای به مرکز o و نقطه‌ی A را در نظر بگیرید. اگر x (اندازه‌ی زاویه‌ی دوران) مثبت باشد. دوران در جهت مخالف حرکت عقربه‌های ساعت است و اگر x (اندازه‌ی زاویه دوران) منفی باشد، دوران در جهت حرکت عقربه‌های ساعت است.



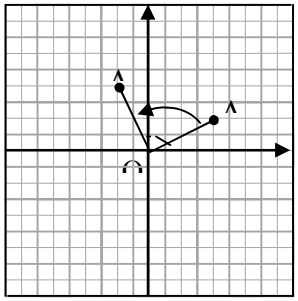
مثال: نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} +٤ \\ ٢ \end{bmatrix}$ را نسبت به نقطه‌ی $o = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix}$ با زاویه‌های ۹۰° و ۱۸۰° و ۲۷۰° دوران دهید.



۲۷۰° در جهت خلاف عقربه‌های ساعت



۱۸۰° با مرکز دوران $o = \begin{bmatrix} ٠ \\ ٠ \end{bmatrix}$



۹۰° در خلاف جهت عقربه‌های ساعت

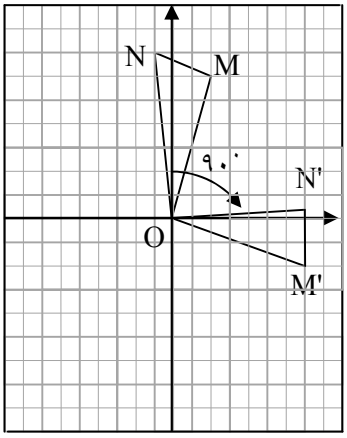
تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

چون زاویه‌ها علامت ندارند پس مثبت هستند در نتیجه A باید خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت کند.

نکته دوران -۱۸۰° و $+۱۸۰^\circ$ یک تصویر را ایجاد می‌کند پس دوران ۱۸۰° نیازی به تعیین جهت ندارد.

نکته: دوران به مرکز o و زاویه‌ی ۱۸۰° (منفی یا مثبت) تقارن نسبت به نقطه‌ی o (تقارن مرکزی) نیز است و نقطه‌ی o مرکز تقارن می‌باشد.

دوران شکل تحت یک زاویه و مرکز دوران مشخص: کافی است که چند نقطه از شکل اولیه (رئوس چند ضلعی) را نسبت به مرکز دوران و با توجه به اندازه و جهت زاویه، دوران داده و سپس نقاط جدید را بهم وصل کنیم.



مثال: نقاط $o=\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$، $M=\begin{bmatrix}۲\\۶\end{bmatrix}$ و $N=\begin{bmatrix}-۱\\۷\end{bmatrix}$ رئوس یک مثلث هستند.

الف) مثلث CMN را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

ب) مثلث OMN را نسبت به نقطه‌ی o با زاویه‌ی -۹۰° دوران دهید.

حل: الف) رأس‌های مثلث را روی دستگاه مختصات مشخص کرده و بهم وصل می‌کنیم.

ب) دوران یافته‌ی نقطه‌ی o نسبت به نقطه‌ی o خودش می‌شود چون روی مرکز دوران است. دوران یافته نقطه M حول نقطه‌ی o با زاویه‌ی ۹۰° در جهت منفی (جهت حرکت عقربه‌های ساعت) نقطه‌ی M' می‌شود.

توجه داریم $M\hat{O}M'=۹۰^\circ$ است، دوران یافته‌ی نقطه‌ی N حول نقطه o با زاویه ۹۰° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت (منفی) نقطه‌ی N' می‌شود توجه داریم که $N\hat{O}N'=۹۰^\circ$ است.

ویژگی‌های دوران

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱- طول اضلاع و پاره‌خط را حفظ می‌کند. یعنی اندازه‌ی اضلاع شکل اولیه با اندازه‌ی اضلاع شکل دوران یافته برابر است. (پس محیط و مساحت را نیز حفظ می‌کند).

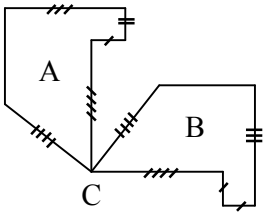
۲- دوران جهت شکل را حفظ نمی‌کند ۳- دوران زاویه‌ی بین خط را حفظ می‌کند.

شکل‌های مساوی

شکل‌های هم نهشت: اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم، می‌گوییم این دو شکل با هم، هم نهشت یا مساوی هستند.

قرداد: اگر دو شکل A و B هم نهشت باشند به زبان ریاضی می‌نویسیم $A \cong B$ ($\cong$ نماد همنهشتی)

نکته: در دو شکل هندسی هم نهشت، اجزای متناظر (زاویه‌ها و ضلع‌ها) دو به دو با هم برابرند. تساوی اجزای متناظر (زاویه‌ها و اضلاع) را هم می‌توان روی شکل مشخص کرده و هم می‌توان، علامت = تساوی به زبان ریاضی نوشت.



مثال: با توجه به تصویر به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) چرا شکل A و B هم نهشت هستند؟

ب) هم نهشتی اشکال A و B را به زبان ریاضی نمایش دهید؟

پاسخ: الف) شکل A با یک دوران 90°- بر روی شکل B منطبق شده و آن را کاملاً می‌پوشاند (مرکز دوران نقطه‌ی C است) در نتیجه شکل A با یک تبدیل (دوران) بر شکل B منطبق می‌شود.

پاسخ: ب) $A \cong B$

کاربرد تبدیلات هندسی

* انجام تبدیلات متوالی و مختلفی از برخی از چند ضلعی‌ها، می‌توان قسمتی و یا کل یک صفحه را پوشاند.

* از زمان‌های بسیار دور با استفاده از تبدیلات هندسی در کاشی‌کاری، آثار زیبایی را ایجاد می‌کردند.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

تبدیلات هندسی: انتقال – تقارن – دوران

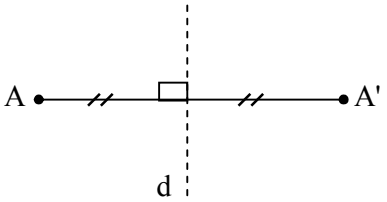
انتقال: در انتقال فقط جای شکل در صفحه تغییر می‌کند. اندازهٔ شکل و جهت آن هیچ تغییری نمی‌کند.

تقارن: ۱- محوری ۲- مرکزی

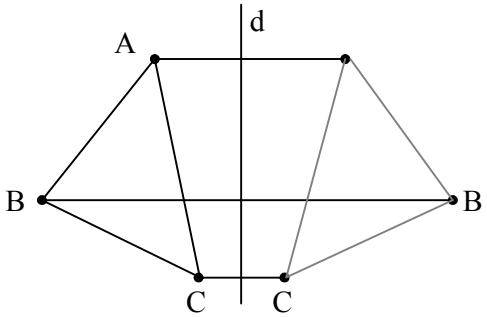
۱- تقارن محوری تقارن نسبت به یک خط است که به آن محور تقارن می‌گوییم.

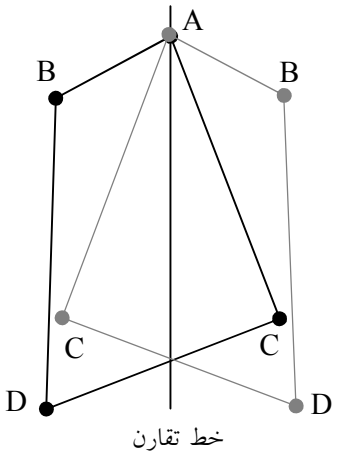
چگونگی انجام تقارن محوری: برای این کار از هر نقطه بر خط تقارن عمود می‌کنیم و سپس به همان اندازه ادامه می‌دهیم. نقطهٔ بدست آمده قرینهٔ نقطهٔ اولیه است.

به عبارت دیگر، اگر خط d عمود منصف پاره خط 'AA باشد، دو نقطهٔ A و 'A نسبت به خط d قرینهٔ یکدیگرند.



تمرین: قرینهٔ هر شکل را نسبت به محور داده شده رسم کنید.





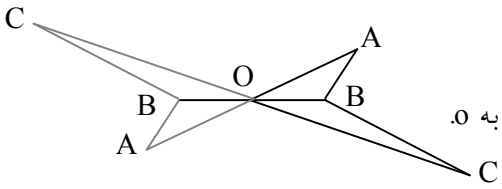
۲- تقارن مرکزی تقارن نسبت به یک نقطه است که به آن نقطه مرکز تقارن می‌گوییم.

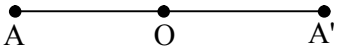
چگونگی انجام تقارن مرکزی: برای این کار از هر نقطه به مرکز تقارن وصل می‌کنیم و سپس به همان اندازه ادامه می‌دهیم. نقطهٔ بدست آمده قرینهٔ نقطهٔ اولیه است.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

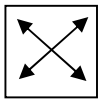
به عبارت دیگر اگر نقطهٔ o وسط پاره‌خط 'AA باشد، دو نقطهٔ A و 'A نسبت به نقطه o قرینهٔ هم هستند.

تمرین: قرینه کنید نسبت به o.





دوران: ۱- دوران ۱۸۰ درجه ۲- دوران ۹۰ درجه (ساعتگرد و غیر ساعتگرد)



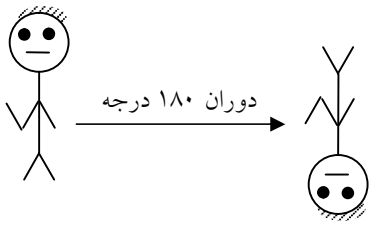
۱- دوران ۱۸۰ درجه: دوران ۱۸۰ درجه همان تقارن مرکزی است.

در دوران ۱۸۰ درجه شکل از بالا به پایین و از چپ به راست تغییر وضعیت می‌دهد.



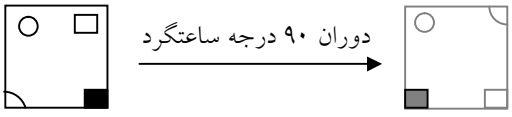
مثال: چرخش فرمان ماشین شبیه این دوران می‌باشد و حول مرکز می‌چرخد.

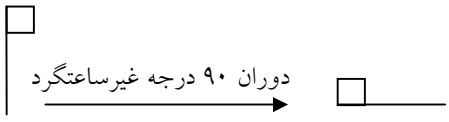
مثال: اگر هر شکل حول مرکز بچرخانید و وارونه کنید دوران ۱۸۰ درجه انجام شده است.



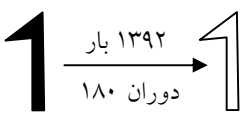
۲- دوران ۹۰ درجه ساعتگرد

در دوران ۹۰ درجه شکل از حالت افقی به عمودی و یا برعکس تغییر وضعیت می‌دهد.



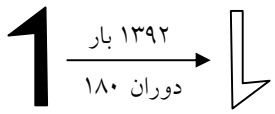


نکته: اگر دوران ۱۸۰ درجه مرکزی به تعداد زوج بار روی شکل انجام شود آن شکل تغییر نکرده و ثابت می‌ماند.



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

نکته: اگر دوران ۱۸۰ درجه مرکزی به تعداد فرد بار روی شکل انجام شود آن شکل فقط کافی است که یکبار دوران داده شود.



نکته: دو بار دوران ۹۰ درجه ساعتگرد پشت سرهم معادل دوران ۱۸۰درجه است.

نکته: دوبار دوران ۹۰ درجه غیرساعتگرد پشت سرهم معادل دوران ۱۸۰ درجه است.

نکته: می‌دانیم هر ٤ بار دوران ۹۰ درجه ساعتگرد یا غیرساعتگرد شکل را به جای اولیه برمی‌گرداند و شکل ثابت می‌ماند.

اگر دوران ۹۰ درجه n بار روی شکل انجام شود عدد n را بر ٤ تقسیم می‌کنیم و به تعداد باقیمانده دوران می‌دهیم.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

روابط بین پاره خط ها

۱-صحیح –غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-از یک نقطه فقط یک خط راست می گذرد.

ب-قسمتی از خط که با دو نقطه جدا می شود ،را پاره خط گویند .

پ-فاصله دو نقطه مشخص مانند A وB را طول پاره خط AB گویند.

ت-اگر یک پاره خط را از یک طرف ادامه دهیم ،دو نیم خط به وجود می آید.

ث-روی یک خط که یک نقطه دیگر گذاشته شود،دو پاره خط دیده می شود.

ج-از دونقطه فقط یک خط خمیده می گذرد.

چ-اگر نقطه N وسط پاره خط $\overline{AB}$ باشد،آن گاه $\frac{AN}{AB}+\frac{BN}{AB}=1$.

ح-اگر در مثلثی وسط های دو ضلع را به هم وصل کنیم، پاره خط جدید نصف طول ضلع سوم است.

خ-اگر اوساط یک متوازی الاضلاع را پی در پی به هم وصل کنیم ،شکل حاصل یک متوازی الاضلاع می شود.

۲-در جای خالی واژه یا عدد مناسب بنویسید.

الف-از دونقطه .....خط راست می گذرد.

ب-یک خط از بی شمار .....پی در پی تشکیل شده است.

پ-با قرار دادن ۱۰ نقطه روی یک خط .....نیم خط به دست می آید.

ت-روی یک نیم خط ۱۲ نقطه می گذاریم تعداد پاره خط ها .....وتعداد نیم خط ها.....است.

ث-روی خطی ۱۰۰ نقطه می گذاریم تعداد پاره خط ها .....است.

ج-اگر اوساط یک مثلث متساوی الاضلاع را به هم وصل کنیم مثلث جدید .....نام دارد.

چ-اگر اوساط اضلاع یک چهارضلعی که قطرهای آن برهم عمودند را به هم وصل کنیم شکل .....ایجاد می شود.

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف-اگر دو خط بیش از یک نقطه ی مشترک داشته باشند کدام گزینه صحیح است؟

۱)دو خط متقاطعند ۲)دوخط بر هم منطبقند

۳)دو خط راست نیستند ۴)گزینه ۲و۳

ب-برای اینکه یک صفحه دقیقا به ۵ ناحیه تقسیم شود حداقل به چند خط نیاز داریم؟

۱)دو خط راست ۲)۳ خط راست ۳)۴ خط راست ۴)۵خط راست

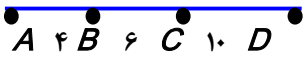
پ-اگر نقطه B وسط پاره خط $\overline{AC}$ باشد،کدام رابطه صحیح نیست؟

۱) $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=1$ ۲) $\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$ ۳) $\overline{AB}=2\overline{AC}$ ۴) $\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AC}$

ت-اگر $\overline{AB}>\overline{CD}$ و $\overline{EF}=\overline{AB}$باشد،کدام رابطه درست نیست؟

۱) $\overline{CD} < \overline{AB}$ ۲) $\overline{CD} = \overline{EF}$ ۳) $\overline{CD} < \overline{EF}$ ۴) $\overline{CD} < \overline{AB} < \overline{EF}$

ث-با توجه به شکل در را بطه ی $\overline{AB} = \square \overline{BD}$ به جای $\square$ کدام عدد زیر را می توان نوشت؟



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۶}$ ۳) $\frac{۱۰}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۱۰}$

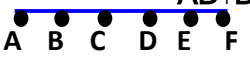
ج-با توجه به رابطه ی $\overline{AB} = ۳\overline{AC}$ و $AB = ۱۲\ cm$ باشد کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\overline{AC} = ۱۲cm$ ۲) $\overline{AC} = \overline{AB}$ ۳) $\overline{AC} = ۴cm$ ۴) $\overline{AB} = \frac{۱}{۳}\overline{AC}$

چ-اگر $\overline{AB} = \frac{۱}{۳}\overline{CD}$ و $\overline{AB} = ۳\overline{EF}$ باشد درصورتیکه $\overline{CD} = ۹\ cm$ باشد.مجموع اندازه های $\overline{AB}$ و $\overline{EF}$ چه قدر است؟

۱) ۴ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

ح-در شکل زیر پاره خط AF به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده است،کدام گزینه نادرست است؟



۱) $\overline{AB} - \overline{BC} = \overline{CD}$ ۲) $۵\overline{CE} = ۲\overline{AF}$ ۳) $\overline{CD} = \frac{۱}{۴}\overline{AF}$ ۴) $\overline{CF} - \overline{AC} = \overline{DF} + \overline{AD}$

خ-در مربع چه علامتی بگذاریم تا نتیجه گیری درست باشد؟

$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} \square \overline{MN} \\ \overline{EF} = \overline{MN}\end{array}\right\} \overline{AB} < \overline{EF}$

۱) $<$ ۲) $>$ ۳) $=$ ۴) $\geq$

د-نتیجه گیری روابط زیر کدام گزینه است؟

$\left.\begin{array}{l}\overline{AB} > \overline{CD} \\ \overline{CD} > \overline{EF} \\ \overline{MN} = \overline{EF}\end{array}\right\} \Rightarrow$ .....

۱) $\overline{EF} < \overline{AB}$ ۲) $\overline{EF} > \overline{AB}$ ۳) $\overline{MN} \leq \overline{AB}$ ۴) $\overline{AB} < \overline{MN}$

ذ-محیط مثلث ABC، ۶۰ cm است اگر M و N و F وسط اضلاع آن ها باشند ، محیط مثلث MNF کدام است؟

۱) ۳۰cm ۲) ۴۰cm ۳) ۱۵cm ۴) ۲۰cm

ر-اگر وسط های دوبعدمتفاوت یک مستطیل را به هم وصل کنیم ،پاره خط حاصل چه رابطه ای با قطر مستطیل دارد؟

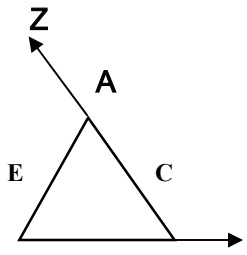
۱)با قطر مساوی است ۲)نصف قطر است

۳)ثلث قطر است ۴) رابطه ای ندارد

ز-کدام یک از چند ضلعی های زیر ۲۰ قطر دارد؟

۱) ۵ ضلعی ۲) ۶ ضلعی ۳) ۷ ضلعی ۴) ۸ ضلعی

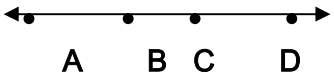
۴-با توجه به شکل مقابل نام خط ها ونیم خط ها وپاره خط هارا بنویسید.



جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

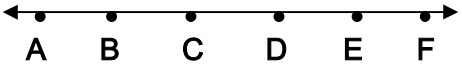


۵- باتوجه به شکل ،اگر $\overline{AB}=\overline{CD}=۲\overline{BC}$باشد. $\square$ را کامل کنید.



$\overline{CD}=\square\overline{AB}$ $\overline{AB}=\square\overline{BC}$ $\overline{BC}=\square\overline{AD}$

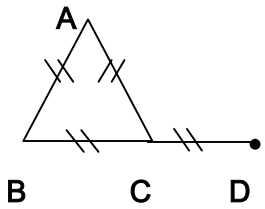
۶-با توجه به شکل زیر اگر پاره خط $\overline{AF}$ به پنج قسمت مساوی تقسیم شده باشد ،تساوی ها را کامل کنید.



$\overline{AE}-\square=\overline{AC}+\overline{CD}$ $\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{DE}=\square$

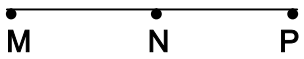
$\overline{AD}=\square\overline{BC}$ $\overline{BD}=\square\overline{AD}$

۷- با توجه به شکل تساوی ها را کامل کنید. $\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{CD}=\square\times\overline{BC}$



$\overline{AB}=\square(\overline{AC}+\overline{BC}+\overline{CD})$

۸- اگر درشکل مقابل نقطه N وسط $\overline{MP}$ باشد تساوی ها را کامل کنید.



$\frac{\overline{MN}}{\overline{MP}}+\frac{\overline{NP}}{\overline{MP}}=\square$ $\frac{\overline{MP}}{\overline{NP}}-\frac{\overline{NP}}{\overline{MN}}=\square$

۹-روابط بین پاره خط های زیر را کامل کنید.

$\left.\begin{array}{l}\frac{۱}{۲}\overline{MN}>۳\ \overline{CD}\\ \overline{CD}=\overline{EF}\end{array}\right\}\Longrightarrow$

$\left.\begin{array}{l}\overline{AB}=\overline{BC}\\ \overline{MN}=\overline{BC}\\ \overline{MN}<\overline{EF}\end{array}\right\}\Longrightarrow$

$\left.\begin{array}{l}\overline{AB}<\overline{CD}\\ \overline{CD}<\overline{MF}\end{array}\right\}\Longrightarrow$

روابط بین زاویه ها

۱۰- از سر راس یک چند ضلعی ۱۰ قطر می گذرد این شکل چند ضلع دارد؟

۱-صحیح –غلط بودن هر عبارت رامشخص کنید.

الف –رابطه ی، زاویه تند<زاویه ی قائمه<زاویه باز <زاویه ی نیم صفحه یک رابطه ی صحیح می باشد.

ب- در چند ضلعی های منتظم همه ی زاویه ها باهم مساوی وهمه ی اضلاع با یکدیگر برابرند.

پ-در مثلث قائم الزاویه دو زاویه ی تندمتمم یکدیگرند.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

ت-متمم زاویه ۷۰ درجه ۱۱۰ درجه است .

ث- سه ضلعی منتظم مثلث متساوی الاضلاع است.

ج- اندازه ی هر زاویه ی تند یک مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین ۴۵ درجه است.

چ-اندازه زاویه ی بین دونیم ساز، نصف مجموع انداز ه آن دو زاویه است.

ح- دوزاویه که دارای یک متمم هستد باهم مساویند.

خ-هیچ چند ضلعی منتظم مقعری وجود ندارد.

د-به چند ضلعی که حداقل یک زاویه ی بزرگتر از ۱۸۰ درجه دارد چند ضلعی مقعر گویند.

۲- در جای خالی واژه یا عدد مناسب بنویسید.

الف-دو زاویه ی متقابل به راس دارای .....مشترک هستند ،که .....یکدیگرند و باهم .....هستند.

ب- مجموع دوزاویه ی متمم .....درجه است.

پ -دوزاویه که مجموع شان ۱۸۰درجه باشد.....یکدیگرند.

ت- در چند ضلعی های منتظم اگر اندازه اضلاع افزایش یابد اندازه هر زاویه .....می شود.

ث-در متوازی الاضلاع هر دو زاویه ی .....باهم مساوی و هر دو زاویه ی .....مکمل یکدیگرند.

ج- چهار ضلعی منتظم .....نام دارد.

چ-اگر مجموع دوزاویه ی متقابل به راس۶۸ درجه باشد، اندازه هر کدام .....درجه است.

ح-دوزاویه که دارای یک مکملند باهم.....هستند.

خ- متمم زاویه ی.....درجه با خودش برابر است.

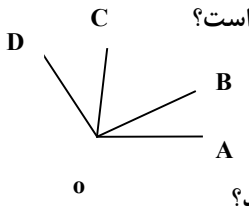
د-مکمل زاویه ی۸۰ درجه از خودش ..... است.

ذ-دو زاویه که ضلع هایشان دریک امتداد است ،زاویه های مقابل مساوی دارند.....نامیده می شوند.

ر- چند ضلعی که همه ی زاویه های آن کوچکتر از ۱۸۰ درجه باشد چند ضلعی.....گویند.

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف-در شکل مقابل زاویه ی $\overset{\frown}{AOC}=۶۰^\circ$ است.و $\overset{\frown}{BOD}=۷۰^\circ$ اندازه ی $\overset{\frown}{COB}$ چند درجه است؟

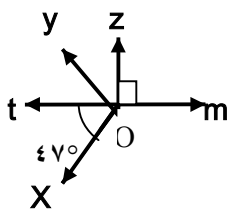


۱) ۱۰° ۲) ۲۰° ۳) ۳۰° ۴) ۴۰°

ب-دریک مثلث کوچکترین زاویه ۲۵ درجه است. بزرگترین زاویه ممکن است چند درجه باشد؟

۱) ۱۲۵° ۲) ۱۳۰° ۳) ۱۳۵° ۴) ۱۴۰°

پ-در شکل مقابل نسبت $\frac{\overset{\frown}{toy}}{\overset{\frown}{yox}}=\frac{۱}{۲}$ اندازه ی $\overset{\frown}{yoz}$ چند درجه است؟



۱) ۳۷ ۲) ۵۳ ۳) ۴۷ ۴) ۴۳

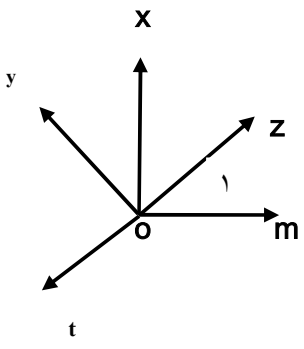
ت- دو زاویه A وB مکمل یکدیگرند .اگر زاویه ی A شش برابر متمم زاویه ی B باشد .زاویه ی B چند درجه است؟

۱)۳۰ درجه ۲)۶۰ درجه ۳)۷۰ درجه ۴)۷۲درجه

ث-دو زاویه ی B وA مکمل یکدیگرند .و زاویه ی A از دوبرابر B ۱۲درجه کمتر است.اندازه A چند درجه است؟

۱)۱۱۶ درجه ۲)۱۱۸ درجه ۳)۱۲۸درجه ۴)۱۳۰درجه

ج-درشکل مقابل $\hat{o_1}=50^\circ$ و$\hat{ox}$ نیم ساز $\hat{yoz}$ است.اندازه ی زاویه ی $\hat{yot}$چه قدر است؟

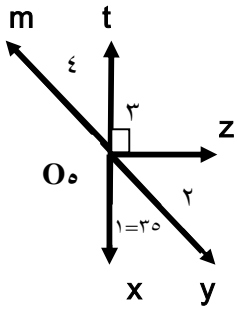


۱)۹۰درجه ۲)۱۴۰درجه ۳)۱۰۰درجه ۴)۱۲۰درجه

چ-کدامیک از چند ضلعی های زیر مقعر است؟

۱)مثلث ۲)کایت ۳)متوازی الاضلاع ۴) ۵ ستاره

۴-در شکل مقابل:



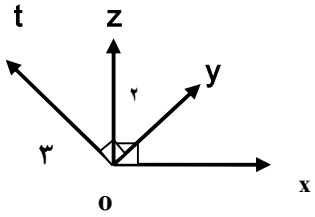
الف-زاویه ی O_3را با سه حرف بنویسید.

ب-رابطه مقابل را کامل کنید. $\hat{mot}+\hat{mox}=\ldots\ldots^\circ$

پ-اندازه ی زاویه های خواسته شده را بنویسید.

$\hat{O}_4=$ $\hat{O}_2=$ $\hat{O}_3=$ $\hat{O}_5=$

۵-با توجه به شکل جاهای خالی را کامل کنید.



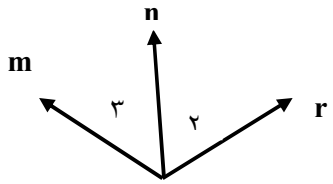
$\hat{1}+\square=90^\circ$

$\hat{3}+\square=90^\circ$

$\square=\square$

۶-دو زاویه ی AوB مکمل یکدیگرند .اگر $\frac{A}{B}=\frac{2}{3}$ باشد اندازه هر کدام را حساب کنید.

۷-با توجه به شکل زیر :

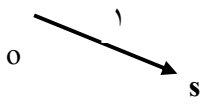


الف- زاویه ی O_2را با سه حرف بنویسید.

$\hat{\ }$ $\hat{\ }$ $\hat{\ }$

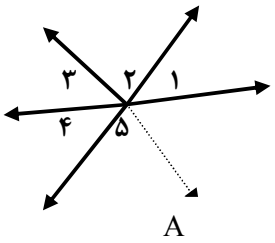
تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ب- رابطه های زیر را کامل کنید. $o_2+o_2=$ .....



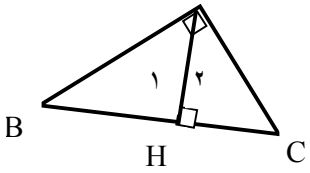
$\widehat{mos}-(\widehat{nos}-\widehat{ros})=\widehat{mon}+$..... $(\widehat{mot}+\widehat{ros})-\widehat{mon}=$.....

۸-درشکل زیر ،اگر دوزاویه ی ۱و۲ متمم یکدیگر باشند .
و $\hat{۴}=۵۰^\circ$ باشد اندازه ی زاویه های زیر را به دست آورید.



$\hat{۱}=$ $\hat{۲}=$ $\hat{۳}=$ $\hat{۵}=$

۹-با توجه به شکل، با کامل کردن تساویهای زیر نتیجه را نتیجه بگیرید .



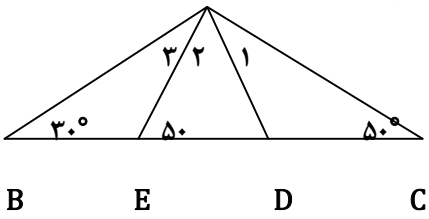
$\left.\begin{matrix}\hat{A_1}+\hat{A_2}=۹۰^\circ \\ \hat{A_2}+\hat{C}=۹۰^\circ\end{matrix}\right\}\Rightarrow$ .....=.....

$\left.\begin{matrix}\hat{A_1}+\hat{A_2}=۹۰^\circ \\ \hat{A_1}+\hat{B}=۹۰^\circ\end{matrix}\right\}\Rightarrow$ .....=.....

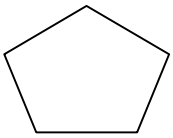
۱۰-اگر دوزاویه مکمل یکدیگر باشند .اندازه زاویه های بین دو نیم ساز آن هاچند درجه است؟

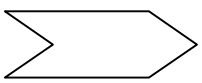
۱۱-اختلاف دو زاویه ۴۰ درجه است.اختلاف مکمل های آن ها چند درجه است؟

۱۲-در شکل زیر مثلث ABC متساوی ا لساقین است. اندازه زاویه $\hat{A_1}+\hat{A_3}$را محاسبه کنید.



۱۳-در کدام شکل زیر اگر هر ضلع را ادامه دهیم در هیچ نقطه ای شکل را قطع نمیکند ین خاصیت مر بوط به کدام چند ضلعی است گوژ یا کاو ؟





تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱-صحیح -غلط بودن هر عبارت رامشخص کنید.

الف- در تقارن ،انتقال ،دوران مساحت شکل ها تغییر نمی کنند.

ب- دوران ۹۰ درجه همان دوران مرکزی است.

پ-در انتقال یک شکل شکل منتقل شده بزرگتر یا کوچکتر می شود.

ت-اگر یک شکل را ۳۶۰ درجه دوران دهیم شکل تغییر نخواهد کرد.

پ-دوران ۹۰ درجه ی مرکزی همان تقارن مرکزی است.

۲- در نقطه چین عدد یا واژه مناسب بنویسید.

الف-در تقارن محوری تصویر به دست آمده از شکل .....می کند.

ب-در انتقال یک شکل جهت شکل .....نمی کند.

پ-اگر یک شکل ۲۰۰ درجه در خلاف عقربه های ساعت بچرخانیم مانند آن است که شکل را .....درجه در جهت عقربه های ساعت دوران داده ایم.

ت-در دوران .....درجه نیازی نیست جهت دوران را مشخص باشد.

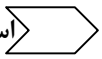
۳-گزینه صحیح را مشخص کنید.

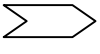
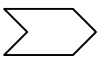
الف-دوران ۹۰ درجه یک شکل نسبت به یک مرکز دوران درخلاف جهت عقربه های ساعت با کدام دوران نسبت به همان مرکز دوران یکسان است؟

۱) -۱۸۰° ۲) ۲۷۰° ۳) ۳۶۰° ۴) -۲۷۰°

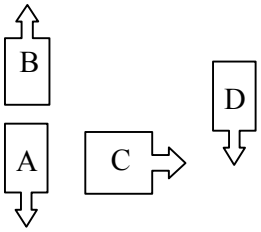
ب-در کدامیک از تبدیلات هندسی زیر اندازه ی شکل تغییر نمی کند.

۱)تقارن محوری ۲)دوران ۳)انتقال ۴)همه ی موارد

پ-کدام گزینه ی زیر انتقال یافته شکل  است.

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

۴-هرکدام از شکل های زیر کدام تبدیل هندسی شکل A هستند؟



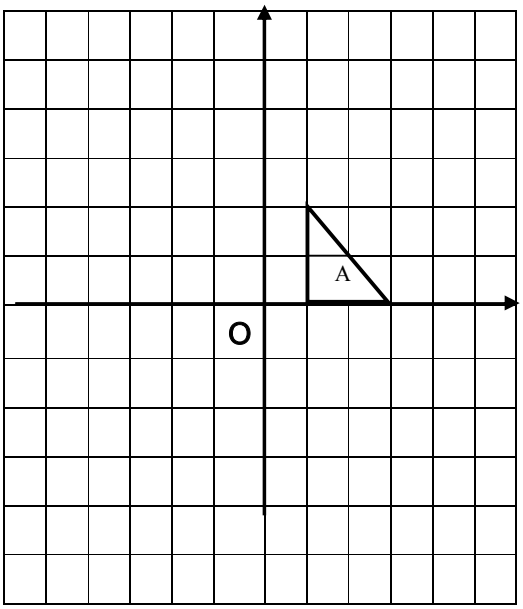
۵-در کدام تبدیل هندسی جهت شکل تغییر ودر کدام یک جهت شکل تغییر نمی کند؟

۶-شکل A را:

الف-حول نقطه ی O دوران های ۹۰ درجه و۳۶۰ درجه و۱۸۰ درجه و۹۰- درجه و۱۸۰- درجه بدهید.

ب-با مختصات $\begin{bmatrix} ۳ \\ -۴ \end{bmatrix}$ انتقال دهید

پ-نسبت به محور طول ها قرینه کنید.

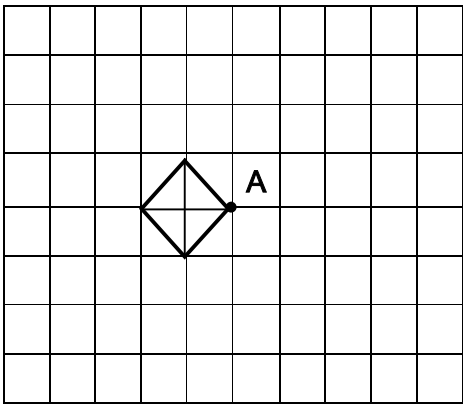


۷-شکل مقابل را :

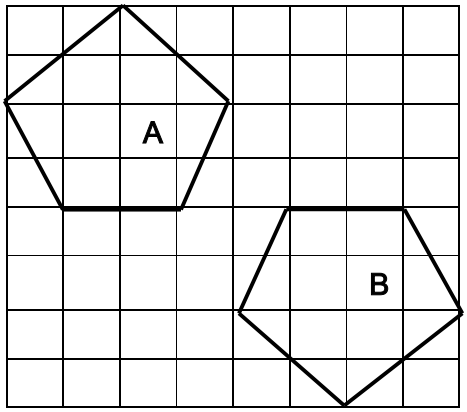
الف-دوران ۱۸۰ درجه دهید. (نسبت به نقطه ی A)

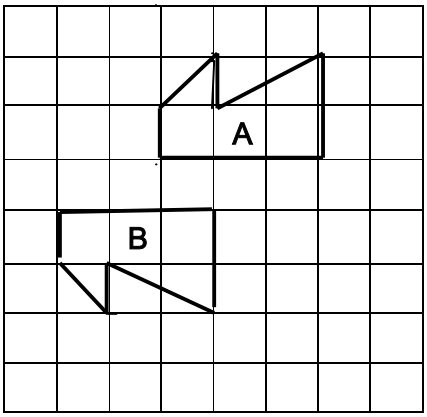
ب-نسبت به نقطه ی A قرینه کنید.

پ-با مختصات $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ انتقال دهید.



۸- در هر قسمت با چند تبدیل شکل A به B تبدیل شده است؟





شکل های هم نهشت

۱-صحیح –غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف- در دوشکل هم نهشت همه ی اجزا ی متناظر باهم برابرند.

ب-.شکل های همنهشت را می توان با تبدیلات هندسی مشخص کرد.

پ-دوشکل با تعداد اضلاع برابر که ضلع هایشان نظیر به نظیر مساویند همنهشت هستند.

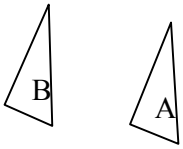
ت-دردوشکل هم نهشت مساحت شکل ها ممکن است یکی نباشد.

ث- دوشکل در صورتی هم نهشتند که حتما با همه ی تبدیل های هندسی بر هم منطبق شوند.

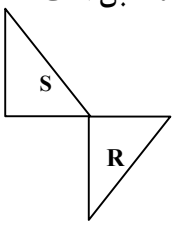
۲-در جای خالی واژه یاعدد مناسب بنویسید.

الف- اگر دوشکل همنهشت باشند محیط ها برابر .....

ب-شکل Aبا تبدیل .....برشکل B منطبق است.



پ-شکل S با دوتبدیل .....و.....بر شکل R منطبق است.



ت-دوشکل منتظم با تعداد اضلاع برابر همیشه همنهشت.....

۳ -گزینه صحیح را مشخص کنید.

الف- کدام گزینه درست نمی باشد.

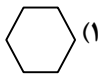
۱)دوشکل هندسی همنهشت محیط های برابر دارند.

۲)دوشکل هندسی همنهشت مساحت های برابر دارند.

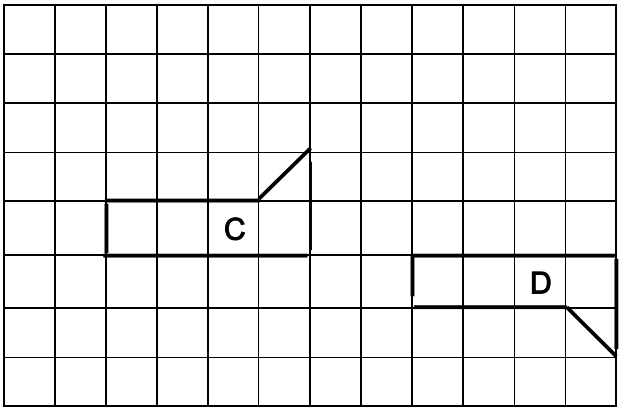
۳)دوشکل هندسی همنهشت زوایای نظیر به نظیر برابر دارند.

۴)دوشکل همنهشت اضلاع دو به دو برابر هستند.

ب- با کدام کاشی های زیر نمی توان کاشی کاری کرد؟

۱)  ۲)  ۳) ۴)  

پ--شکل Cبا کدام تبدیلات زیر بر شکل D منطبق می شود؟



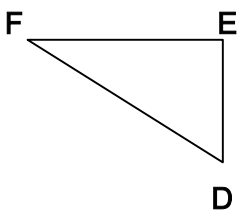
۱)دوباردوران ۹۰ درجه

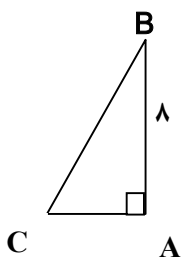
۲)ابتدا قرینه سپس انتقال

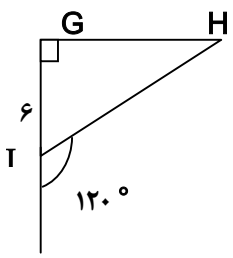
۳)با دوبار انتقال

۴)با دوبار قرینه

۵-با توجه به شکل ها ی مقابل که همنهشت هستند اندازه های زیر را بنویسید(محیط مثلث FED ۲۴سانتی متر است.)





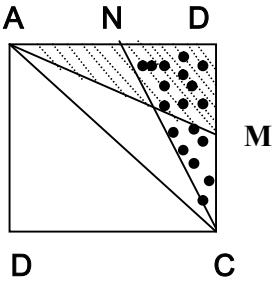


$\hat{B}$=..... $\hat{F}$=.....

$\overline{GH}$=..... $\hat{E}$=.....

$\overline{AC}$=..... $\overline{FD}$=.....

۶-در شکل مقابل ABCD مربع است .MوN وسط اضلاع مربع قرار گرفته اند .



الف- هر دو مثلث همنهشت را پیدا کنید.

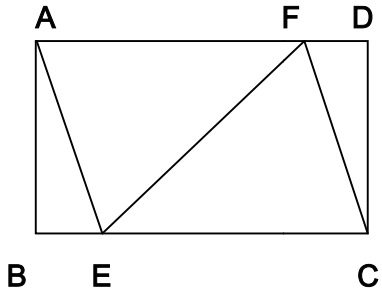
ب- تساوی های زیر را کامل کنید .

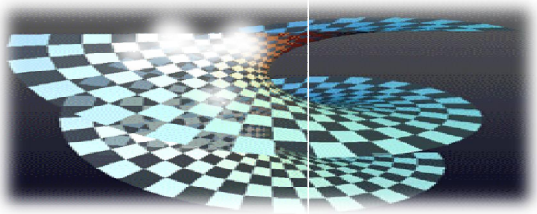
$\overline{MD}$=..... $\widehat{ADM}$=..... $\overline{AD}$=.....

$\widehat{DAM}$=..... $\overline{AM}$=..... $\widehat{AMD}$=.....

۷-در شکل زیر مثلث های همنهشت را پیدا کرده وتساوی بین اجزای متناظر را بنویسید.

(چهار ضلعی مستطیل ا ست)





فصل پنجم
شمارنده ها



شمارنده‌ها و اعداد اول

با تقسیم ۱۲ بر ۳ مقسوم، باقی مانده، مقسوم علیه و خارج قسمت را به دست آورده و رابطه‌های تقسیم را معلوم کنید.

$$\begin{array}{r|l} ۱۲ & ۳ \\ \hline ۰ & ٤ \end{array}$$

۳= مقسوم علیه ٤= خارج قسمت ۱۲= مقسوم ۰= باقی‌مانده

۱- مقسوم‌علیه > باقی مانده ۳>۰

۲- باقی مانده + (خارج قسمت ×مقسوم علیه)= مقسوم

۱۲=٤×۳+۰

هرگاه باقی مانده تقسیم عدد a بر b برابر صفر باشد می‌گوییم a بر b بخش‌پذیر است یا عدد a عدد b را می‌شمارد: عدد ۱۲ بر ٦ بخش‌پذیر است می‌گوییم ٦ شمارنده ۱۲ است.

چند نمونه از بخش‌پذیری‌هایی که کاربردی هستند.

بخش‌پذیری بر ۲: اعدادی بر ۲ بخش‌پذیرند که رقم یکان آن‌ها ۰و۲و٤و٦یا ۸ باشد.

بخش‌پذیری بر ۳: عددی بر ۳ بخش‌پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

بخش‌پذیری بر ۵:عددی بر ۵ بخش‌پذیر است که رقم یکان آن صفر یا ۵ باشد.

بخش‌پذیری بر ۹: عددی بر ۹ بخش‌پذیر است که مجموع ارقام آن بر ۹ بخش‌پذیر باشد.

مثال به جای □ کدام رقم را قرار دهیم تا عدد حاصل بر ۹ بخش‌پذیر باشد؟

۳۲ □ ۷۱

۳+۲+۷+ □+۱=۱۳+□ ۱۳+□=۱۸ ۵←□

۱۸÷۹=۲

مثال: بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد سه رقمی که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش‌پذیر باشد را بنویسید.

۱۰۰: کوچک‌ترین ۹۹۰: بزرگ‌ترین

نکته: اگر مقسوم و مقسوم علیه تقسیمی را در عددی ضرب کنیم خارج قسمت تغییری نمی‌کند ولی باقی‌مانده در همان عدد ضرب می‌شود.

تمامی ارقامی که ۱۶ بر آنها بخش‌پذیر است را بنویسید.

$$\begin{array}{r|l} ۱۶ & ۱ \\ \hline ۰ & ۱۶ \end{array} \quad \begin{array}{r|l} ۱۶ & ۲ \\ \hline ۰ & ۸ \end{array} \quad \begin{array}{r|l} ۱۶ & ۴ \\ \hline ۰ & ۴ \end{array} \quad \begin{array}{r|l} ۱۶ & ۸ \\ \hline ۰ & ۲ \end{array} \quad \begin{array}{r|l} ۱۶ & ۱۶ \\ \hline ۰ & ۱ \end{array}$$

به اعداد روبرو شمارنده‌های عدد ۱۶ گفته می‌شود. $\{۱,۲,۴,۸,۱۶\}$:۱۶

عدد حاصل ضرب دو عدد طبیعی بدست می‌آید.

$$۱۶=۱\times۱۶$$
$$۱۶=۲\times۸$$
$$۱۶=۴\times۴$$

$$۱۶=۱۶\times۱$$
$$۱۶=۸\times۲$$

آیا همه اعداد طبیعی از حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک بدست می‌آیند؟

جواب: خیر زیرا عدد یک از حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک بدست نمی‌آید ۱×۱

تمامی شمارنده‌های اعداد ۱۲ را بنویسید.

$$۱۲=\{۱,۲,۳,۴,۶,۱۲\}$$

$$۱۲=۱\times۱۲$$
$$۱۲=۲\times۶$$
$$۱۲=۳\times۴$$

به شمارنده‌های عدد ۱۶ و ۱۲ نگاه کنید چه تفاوتی در تعداد آنها می‌بینید؟

تعداد : ۵ $۱۶=\{۱,۲,۴,۸,۱۶\}$

تعداد ٦: $\{1,2,3,4,6,12\} = ۱۲$

تعداد مقسوم علیه‌های عدد ١٦ فرد است ولی تعداد شمارنده‌های عدد ۱۲، زوج می‌باشد.

نکته: تمام اعدادی که از حاصل ضرب خودشان در خودشان بدست می‌آیند (مربع باشند) دارای تعداد شمارنده‌های فرد می‌باشند ولی بقیه اعداد طبیعی تعداد شمارنده‌هایشان زوج می‌باشد.

به شمارنده‌های عدد ۹ و ١٤ نگاه کنید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

$\{1,2,7,14\} = ١٤$
$\{1,3,9\} = ۹$

کدام عدد شمارنده دو عدد است؟ یک

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد کدام است؟ یک

بزرگ‌ترین شمارنده هر دو عدد کدام است؟ خود آن عدد

نکته: یک کوچک‌ترین شمارنده تمام اعداد است و بزرگ‌ترین شمارنده همه اعداد خودشان هستند.

شمارنده‌های عدد ۳ را بنویسید $\{1,3\} = ۳$

شمارنده‌های عدد ۵ را بنویسید $\{1,5\} = ۵$

از دو ***مثال*** بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید: بعضی اعداد فقط دو مقسوم علیه دارند فقط یک و خودشان.

* **نکته**: به تمام اعداد طبیعی بزرگ‌تر از یک که فقط دو مقسوم علیه دارند عدد اول گفته می‌شود.

آیا می‌توانید اعداد اول کم‌تر از ۱۰ را بنویسید: ۷و۵و۳و۲

***نکته**: کوچک‌ترین عدد اول ۲ است.

* **نکته**: کوچک‌ترین عدد اول زوج است.

* **نکته**: تنها عدد اول زوج ۲ است.

* اعداد اول بی‌پایان هستند.

آیا می‌دانید اعداد طبیعی چه اعدادی هستند؟

$N = \{۱,۲,۳,٤,٥,...\}$

آیا می‌توانید اعداد طبیعی را به سه دسته تقسیم کنید.بله...یک،اعداد اول،اعداد مرکب

اعداد طبیعی

یک	۲,۳,...	٤,٦,۹...
۱	اعداد اول	اعداد مرکب

همانطور که می‌بینید بجز یک و اعداد اول دسته‌ی دیگری از اعداد وجود دارند که بیشتر از دو مقسوم علیه (شمارنده) دارند که به آنها اعداد مرکب می‌گوییم.

تجزیه اعداد طبیعی

به نوشتن یک عدد به صورت ضرب تعدادی عدد اول تجزیه‌ی آن عدد به عوامل اول می‌گوییم. اعداد اول تجزیه‌ناپذیرند. اما اعداد مرکب را می‌توان به عامل‌های اول تجزیه کرد. ۳×۲×۲= ۱۲ ۵×۲=۱۰



نکته: هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک یا اول است و یا به اعداد اول تجزیه می‌شوند

مثال: تجزیه ٥٤ را بنویسید. ۳×۳×۳×۲=٥٤

بیشتر بدانیم روش دیگری برای تجزیه وجود دارد که روش خطی نام دارد.

۲	۳۶
۲	۱۸
۳	۹
۳	۳
	۱

۲	۳۶
۰	۱۸
۲	
۰	۹
۳	
۳	
۰	۱

۹

۰

* می‌دانیم هر عددی که یکان،دهگان و ...(جلوی آن) صفر داشته باشد به ۱۰ بخش‌پذیراست و ۵×۲=۱۰،

برای همین، موقع تجزیه چنین عددهایی به تعداد صفرهایشان۲و۵ می‌گذاریم و در ادامه کار، عدد بدون صفر را تجزیه می‌کنیم.

۹۰۰=۲×۵×۲×۵×۳×۳

چند نکته‌بسیار مهم و کاربردی

۱- عددی زوج + عدد فرد = فرد

۲- عدد زوج + عدد زوج = زوج

۳- عدد فرد +فرد = زوج

٤- عدد فرد × عدد فرد = فرد

۵- عدد زوج× هر عددی = زوج

مثال: مجموع دو عدد اول را بنویسید که ۳۳ باشد؟

می‌دانیم ۳۳ فرد است پس از حاصل جمع دو عدد زوج + فرد تشکیل شد.

و می‌دانیم تنها عدد اول زوج ۲ است.

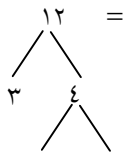
$$\frac{۲}{\text{زوج}}+\frac{۳۱}{\text{فرد}}=\frac{۳۳}{\text{فرد}}$$

مثال: حاصل ضرب دو عدد اول که ٦٢ باشد.

$$\underset{\text{زوج}}{\frac{۲}{}} \times \underset{\text{فرد}}{\frac{۳۱}{}} = \underset{\text{زوج}}{\frac{٦۲}{}}$$

آیا می‌توانید بگویید عدد ۱۲ چند شمارنده اول دارد؟

دوست خوبم برای انجام تمرین بالا باید عدد ۱۲ را تجزیه کنیم.



$۱۲ = ۳\times۲\times۲$

پس شمارنده‌های اولش فقط ۲و۳ هستند.

نکته: با استفاده از ضرب شمارنده‌های اول هر عدد و عدد یک در هم، می‌توانیم همه‌ی شمارنده‌های آن عدد را بدست آوریم. عدد ٣٦ را با جدول نظام دار به صورت زیر ، شمارنده‌های آن را بدست آوریم.

	تعداد شمارنده‌های اول	شمارنده‌های عدد
و۱	هیچ	۱
۲و۳	یک	$۱\times۲=۲$ $۱\times۳=۳$
٦و۹و٤	دو	$۲\times۲=٤$ و $۳\times۳=۹$ $۲\times۳=٦$
۱۲و۱۸	سه	$۲\times۳\times۳=۱۸$ $۳\times۲\times۲=۱۲$

$$٣٦ = \{۱,۲,۳,٤,٦,۹,۱۲,۱۸,٣٦\}$$

توجه:اگر صورت و مخرج یک کسر را به صورت ضرب شمارنده‌های آن بنویسیم، با ساده کردن شمارنده‌های مشترک آن‌ها می‌توانیم آن کسر را ساده کنیم. این روش را پیش از این در دوره ابتدایی دیده بودید.

$$\frac{۱۲}{۳۰} = \frac{۳\times۲\times۲}{۳\times۲\times۵} = \frac{۲}{۵}$$

بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک بین دو عدد

آیا می‌توانید شمارنده‌های (مقسوم علیه‌های) اعداد ۱۲ و ۱۸ را بنویسید.

$$۱۲ = \{۱,۲,۳,٤,٦,۱۲\}$$
$$۱۸ = \{۱,۲,۳,٦,۹,۱۸\}$$

آیا می‌توانید اعدادی را که هر دو عدد ۱۲ و ۱۸ آنها را می‌شمارد بنویسید.

$$\{۱,۲,۳,٦\}$$

به این مقسوم علیه‌ها، مقسوم علیه‌های مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸ می‌گویند.

آیا می‌توانید بزرگ‌ترین عدد را بین $\{۱,۲,۳,٦\}$ نام ببرید.٦

به این عدد بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸ می‌گویند.

ما بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک را مختصر می‌کنیم و به صورت «ب.م.م» می‌نویسیم

ب.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را به صورتهای زیر نیز می‌نویسند.

$$(۱۸,۱۲) = ٦$$
$$۱۸ \prod ۱۲ = ٦$$

ب.م.م دو عدد را می‌توان از روش تجزیه دو عدد بدست آورد.

ابتدا دو عدد را تجزیه می‌کنیم سپس شمارنده‌های مشترک دو عدد را با تعداد کم‌تر در هم ضرب می‌کنیم.

$$\begin{cases} ۳۰ = ۲\times۳\times۵ \\ ٤۵ = ۳\times۳\times۵ \end{cases} \qquad (۳۰,٤۵) = ۳\times۵ = ۱۵$$

$$\begin{cases} ٤۲ = ۲\times۳\times۷ \\ ۲۸ = ۲\times۲\times۷ \end{cases} \qquad (٤۲,۲۸) = ۲\times۷ = ۱٤$$

آیا می‌توانید بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک ۱۰ و ۱ را بیابید.

$$۱۰ = \{۱,۲,۵,۱۰\}$$
$$۱ = ۱ \xrightarrow{\text{نتیجه}} (۱۰,۱) = ۱$$

* **نکته**: بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک هر عدد با یک برابر یک است: $(a,۱)=۱$

آیا می‌توانید بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک ۱۰ و ۱۰ را بیابید.

$۱۰=\{۱,۲,۵,۱۰\}$
$۱۰=\{۱,۲,۵,۱۰\} \quad \Rightarrow (۱۰,۱۰)=۱۰$

* **نکته**: بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک هر عدد با خودش برابر خود عدد است.

$(a,a)=a$

آیا می‌دانید بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک ۱۰ و ۵ چه عددی است؟

$۱۰=\{۱,۲,۵,۱۰\}$
$۵=\{۱,۵\} \quad (۱۰,۵)=۵$

* **نکته**: اگر عدد a بر b بخش‌پذیر باشد ب.م.م برابر b است. (عدد کوچک‌تر)

آیا می‌دانید ۱۰ و ۷ بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترکشان چه عددی است؟

$۱۰=۱,۲,۵,۱۰$
$۷=۱,۷ \quad (۱۰,۷)=۱$

* **نکته**: اگر دو عدد بعد از تجزیه هیچ عدد اول مشترکی نداشته باشند ب.م.م آنها یک است.

* ب.م.م هر دو عدد اول برابر یک است. $(۳,۵)=۱$

* ب.م.م هر دو عدد متوالی یک است. $(۲,۳)=۱$

* اگر ب.م.م دو عدد یک شود اصطلاحاً به آن دو عدد مُتباین می‌گویند.

مثال)٤ جفت عدد متباین بنویسید؟

$(۸,۷)=۱ \quad (۱۰,۱۷)=۱$
$(۳,۵)=۱ \quad (٤,۹)=۱$

* دو عدد متوالی همیشه متباین هستند

مثال)

$(۱۷,۱۸)=۱$ ، $(۲٤,۲۵)=۱$

توجه: تعداد مقسوم علیه‌های یک عدد محدود است. امّا تعداد مضرب‌های یک عدد نامحدود است.

مثال

مقسوم علیه‌های ۱۰ = $\{۱,۲,۵,۱۰\}$

مضربهای ۱۰ = $\{۱۰,۲۰,۳۰,٤۰,...\}$

برای این که ساده کردن یک کسر در یک مرحله انجام شود می‌توانیم صورت و مخرج آن را بر ب.م.م آن‌ها تقسیم کنیم مانند:

$\frac{۱۲\div ٦}{۳۰\div ٦}=\frac{۲}{۵}$ $(۱۲,۳۰)=٦$

نکته:اگر عدد a بر عدد b بخش پذیر باشد و عدد b بر عددc بخش پذیر باشد ب.م.م ،عدد c خواهد بود.

با هوشا حل کنن

در حاصل ضرب زیر چند عامل ۳ وجود دارد؟ (عامل ۳= شمارنده‌ی ۳)

$۱\times۲\times۳\times٤\times.....۷۰$

$۷۰\left|\frac{۳}{۲۳}\right.$ $\frac{٦}{۱۰}$ $\frac{-۹}{۱}$

$۷۰\left|\frac{۳\times۳=۹}{۷}\right.$ $\frac{٦۳}{۷}$

$۷۰\left|\frac{۳\times۳\times۳=۲۷}{۲}\right.$ $\frac{۵٤}{۱٦}$

۲۳+۷+۲=۳۲ تعداد عامل های ۳

بیشتر بدانیم

تعداد شمارنده‌های (مقسوم علیه‌های) عدد ۲٤۰ را بیابید.

٤	۲	۲٤۰
	۲	۱۲۰
	۲	٦۰
	۲	۳۰
یکی	۳	۱۵
یکی	۵	۵
		۱

جواب: ابتدا عامل‌های اول را می‌یابیم.

پس از تجزیه عدد ۲٤۰ $۲٤۰=۲\times۲\times۲\times۲\times۳\times۵$

(۱+ تعداد عامل ۵)× (۱+ تعداد عامل ۳)×(۱+تعداد عامل ۲)

$(٤+1)\times(1+1)\times(1+1)=۲۰$

۲۰ تعداد مقسوم علیه‌های طبیعی عدد ۲٤۰ است.

عدد ۲٤۰ چند عامل اول دارد؟ سه تا (۵و۳و۲)

عدد ۲٤۰ چند مقسوم علیه مرکب دارد؟

تعداد کل مقسوم علیه های طبیعی = ۲۰ تعداد مقسوم علیه های اول =۳

اعداد مرکب ۱٦تا	$\begin{pmatrix}۲\\۳\\۵\end{pmatrix}$	عدد ۱

$۲۰=۱٦+۳+۱$

توجه:تعداد مقسوم علیه های مرکب هر عدد برابر است با :

(۱+تعداد مقسوم علیه های اول)- تعداد کل مقسوم علیه ها

$۲۰-(۳+۱)=۱٦$

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد (ک.م.م)

مضرب‌های طبیعی یک عدد: مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن عدد در عددهای ۱و۲و۳و... به دست می‌آیند. مضرب‌های طبیعی یک عدد را به اختصار مضرب‌های آن عدد می‌گویند.

مضرب‌های طبیعی عدد ۷ = $\{۷\times۱, ۷\times۲, ۷\times۳, \ldots\}$

آیا می‌دانید ۷۷ چندمین مضرب ۷ است؟ ۱۱ دهمین ۷۷÷۷=۱۱

آیا مضرب‌های ۷ محدود است و پایان‌پذیر است؟ خیر

* با توجه به این که اعداد طبیعی نامحدود است مضرب‌های طبیعی یک عدد نیز نامحدود است.

آیا می‌توانید مضرب‌های ۸ و ٦ را بنویسید.

مضرب‌های ۸ = $\{۸,۱٦,(۲٤),۳۲,...\}$

مضرب‌های ٦ = $\{٦,۱۲,۱۸,(۲٤),...\}$

اولین مضرب مشترک دو عدد ۸ و ٦ چه عددی است؟ ۲٤

۲٤ عدد بدست آمده کوچک‌ترین مضرب مشترک ٦و۸ می‌گویند.

می‌توانیم عبارت «کوچک‌ترین مضرب مشترک» را مختصر کنیم وبه صورت «ک.م.م» بنویسیم. ک.م.م دو عدد را به صورت $[٦,۸]$ و یا $۸ \coprod ٦$ نمایش می‌دهیم.

$۸ \coprod ٦ = ۲٤$
$[٦,۸] = ۲٤$

آیا می‌توانیم دومین مضرب مشترک دو عدد ٦ و ۸ را بدست آورید.

$۸ = \{۸,۱٦,۲٤,۳۲,٤۰,(٤۸),...\}$
$٦ = \{٦,۱۲,۱۸,۲٤,۳۰,۳٦,٤۲,(٤۸),...\}$

پس ٤۸ دومین مضرب مشترک می‌باشد راه دوم این است.

$[٦,۸] = ۲٤$ (دومین) ۲×۲٤=٤۸

* **نکته** : پس n امین مضرب مشترک را نیز می‌توان پیدا کرد.

برای بدست آوردن ک.م.م دو عدد نیازی نیست تا مضرب‌های هر دو را بنویسیم برای راحتی می‌توانیم از تجزیه آن دو عدد به صورت ضرب عددهای اول استفاده کنیم.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

$$\begin{cases} ۳۰ = ۲\times۳\times۵ \\ ٤۵ = ۳\times۳\times۵ \end{cases} = \quad ۳\times۵\times۲\times۳=۹۰$$

«ک.م.م : حاصل ضرب عامل‌های مشترک و غیرمشترک با بیش‌ترین تکرار»

عامل مشترک را می‌نویسیم بقیه عوامل باقی مانده را هم می‌نویسیم.

$$\begin{cases} ٤۲ = ۲\times۳\times۷ \\ ۲۸ = ۲\times۲\times۷ \end{cases} \rightarrow ۲\times۷\times۳\times۲ = ۸٤$$

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۳و۳ را بیابید.

$$۳ = ۳,٦,۹,...$$
$$۳ = ۳,٦,۹,... \qquad [۳,۳]=۳$$

* ک.م.م هر عدد با خودش برابر خود عدد است. $[a,a]$

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۳ و ۱ را بیابید.

$$۳ = ۳,٦,۹,...$$
$$۱ = ۱,۲,۳,.... \qquad =[۳,۱]=۳$$

* کوچک‌ترین مضرب مشترک هر عدد با یک برابر خودش $[a,۱]=a$

کوچک‌ترین مضرب مشترک ۱۲ و ۳ را بیابید.

$$۱۲ = ۱۲,۲٤,...$$
$$۳ = ۱,۳,٦,۹,۱۲ \qquad [۱۲,۳]=۱۲$$

* اگر a بر b بخش‌پذیر باشد ک.م.م آنها بر a است. $[a,b]=a$

اگر از دو عدد یکی بر دیگری بخش‌پذیر باشد. ک.م.م آن‌ها برابر عدد بزرگ‌تر است.

ک.م.م دو عدد ۳و ۵ را بنویسید.

۳ = ۳,۶,۹,۱۲,۱۵,....
۵ = ۵,۱۰,۱۵,....

$[۳,۵]=۱۵$

❋ ک.م.م دو عدد اول برابرحاصل ضرب آن‌هاست.

❋ ک.م.م دو عدد متوالی برابر حاصل‌ضرب آن‌هاست.

$[۲,۳]=۲\times۳=۶$
$[۳,٤]=۳\times٤=۱۲$

۳=۱۲،۹،۶،۳، ...

٤=۱۲،۸،٤،...

❋ ک.م.م دو عددی که نسبت به هم اول باشند برابر حاصل‌ضرب آنها

$[۹,٤]=۹\times٤=۳۶$ $(۹,٤)=۱$

۹=۳۶،۲۷،۱۸،۹،...

٤=۳۶،۳۲،۲۸،۲٤،۲۰،۱۶،۱۲،۸،٤،...

بیشتر بدانیم

❋ **نکته**: برای محاسبه ک.م.م دو عدد می‌توان از روش زیر نیز استفاده کرد:

$$a,b \text{ ک.م.م} = \frac{a\times b}{(a,b)\text{ب.م.م}} \xrightarrow{۱} [a,b]=\frac{a\times b}{(a,b)}$$

مثال: اگر حاصل ضرب دو عدد ٤۸ و ب.م.م آنها ۲ شود. ک.م.م را حساب کنید

$$[a,b]=\frac{a\times b}{(a,b)}\Rightarrow[a,b]=\frac{٤۸}{۲}=۲٤$$

❋ **نکته**:

از رابطه بالا می‌توان رابطه زیر را نوشت:

حاصل‌ضرب دو عدد = ب.م.م دو عدد× ک.م.م دو عدد

$$[a,b]\times(a,b)=a\times b$$

مثال: اگر ب.م.م دو عدد ۷ و ک.م.م آن‌ها ۱۴۰ باشد و یکی از آن دو عدد ۲۸ باشد. دیگری چند است؟

$$۷\times۱۴۰=۹۸۰ \qquad \frac{۹۸۰}{۲۸}=۳۵$$

« مقایسه کنید»

$(a,b)=k$

↖ یعنی b,a بر k بخش‌پذیرند — $(۱۲,۱۸)=۶$

↙ یعنی k شمارنده b,a می‌باشد — $۶<۱۲$ ، $۶<۱۸$

$[a,b]=m$

↖ یعنی m بر b,a بخش‌پذیر است. — $[۶,۸]=۲۴$

↙ یعنی b,a شمارنده‌های m هستند. — $۲۴\geq۶$ ، $۲۴\geq۸$

یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است یعنی کوچک‌ترین عددی که بر هر دو مخرج بخش‌پذیر باشد.

$$\frac{۵\times۳}{۱۲\times۳}+\frac{۴\times۲}{۱۸\times۲}=\frac{۱۵}{۳۶}+\frac{۸}{۳۶}= \qquad [۱۲,۱۸]=۳۶$$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱-صحیح – غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-کوچکترین شمارنده هر عدد خود آن عدد است.

ب-تعداد شمارنده های یک عدد همیشه عددی فرد است.

پ-عدد۹ عددی اول است.

ت-اعداد اول همگی فرد هستند.

ث-عدد ۱۳- عددی اول است.

ج-عدد زوج اول وجود ندارد.

ج- ۱۱۱ بر ۳ بخش پذیر است ،پس ۳ شمارنده ی ۱۱۱ است.

چ اگر جمع دوعدد اول ،عددی فرد شد .حتما یکی از آن دوعدد اول ،عدد ۲ است.

ح-اگر a شمارنده b وb هم شمارنده ی c باشد ،در ین صورت aشمارنده c نیز هست.

خ- هر عدد اول یک عدد طبیعی است.

د- بین ۴۱ و۶۲ به تعداد ۵ تا عدد اول وجود دارد.

ذ-اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده های آن حتما عدد ۲ است.

۲-جملات با واژه یا عدد مناسب کامل کنید.

الف-کوچکترین عدد اول .....است.

ب-تعداد شمارنده های عدد ۳۶ ،.....است.

پ-حاصل ضرب دوعدد اول عددی .....است.

ت-تعداد اعداد اول کوچکتر از ۲۰ برابر است با.....

ث- تعداد اعداد اول یک رقمی.....است.

ج- بزرگترین شمارنده اعداد دورقمی ،عدد .....است .

چ-تعداد اعداد طبیعی بین ۱۳۹۲ تا ۱۳۹۲- برابر است با.....

ح- بزرگترین عدد اول دو رقمی .....است.

د-اگر عدد ۴ شمارنده ی عدد ۸ و۸ شمارنده ی عدد ۴۰ باشد .آن گاه می توان گفت که ۴ شمارنده ی .....است.

ذ-حاصل جمع ویا تفریق دوعدد اول همیشه عددی اول .....

۳-گزینه ی صحیح رامشخص کنید.

الف-کدام دسته از اعداد زیر همگی عدد اول هستند.

۱) {۷واو۲} ۲) {۲۱و۳۱و۴۱} ۳) {۱۳و۳۳و۹۱} ۴) {۲۹و۱۹ و۱۳}

پ-مجموع سه عددطبیعی زوج متوالی کدام گزینه است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۱۲

پ-حاصل عبارت $\overline{abc}-\overline{cba}$ همواره بر کدام عدد بخش پذیر است.

۱) ۷ ۲) ۴۵ ۳) ۹۹ ۴) ۲

ت-کوچکترین عدد اول سه رقمی کدام است؟

۱)۱۰۷ ۲) ۱۰۳ ۳)۱۰۱ ۴)۱۱۱

ث-بااعداد فرد یک رقمی چند عدد اول دورقمی می توان درست کرد؟

۱)۱۲ ۲)۱۱ ۳)۱۳ ۴)۱۴

ج-حاصل ضرب دوعدد اول ۶۹۴ شده است.مجموع آن دو عدد کدام است؟

۱)۳۴۹ ۲)۳۴۵ ۳)۳۵۷ ۴)۳۴۷

چ- اختلاف دوعدد اول ۴۵ شده است .مجموعشان کدام گزینه است؟

۱)۴۷ ۲)۴۹ ۳) ۵۱ ۴)۵۳

ح-یک پنجم حاصل جمع دو عدد اول ۹ است .عدد بزرگتر کدام گزینه است؟

۱)۴۳ ۲)۴۷ ۳)۲۳ ۴)۳۷

خ-کدام گزینه نادرست است؟

۱)مجموع دو عدد اول همواره عددی زوج است. ۲)مجموع دو عدد طبیعی فرد همواره عددی زوج است.

۳)مجموع دوعدد طبیعی زوج همواره عددی زوج است. ۴)مجموع دوعدد اول دورقمی زوج است.

د-چند عدد اول دو رقمی داریم که رقم هایشان تکراری است؟

۱)۲ ۲)۳ ۳)۱ ۴)۵

ذ- چند عدد سه رقمی زوج داریم، که دهگان آن ها عددی اول وصدگان آن ها عددی فرد باشد؟

۱)۱۰۰ ۲)۱۵۰ ۳)۲۰۰ ۴)۱۲۶

ر-کدام یک از گزینه های زیرشمارنده های عدد ۲+۳+۴+...+۴۰ نیست؟

۱)۳ ۲)۱۳ ۳)۱۱ ۴)۷

ز- اگر مجموع بزرگترین وکوچکترین مقسوم علیه های یک عدد ۱۳۹۱ باشد،این عدد چند مقسوم علیه دارد؟

۱)۸تا ۲)۹تا ۳)۱۰ تا ۴)۱۱تا

۴-آیا ۱۷ شمارنده ی عدد ۱۸۷ است؟چرا؟

۵-سه عدد بنویسید، که عدد ۷ شمارنده ی آن ها باشد .

۶-مجموع دو عدد اول ۹۹ شده است آن دو عدد را بیابید.

۷-بررسی کنید چه اعدادی تعداد شمارنده هایشان عددی فرد است.

۸-یک عدد اول بنویسید، که بر ۱۱ بخش پذیر باشد.

۹-اعداد اول دورقمی بنویسید، که رقم یکان آن ها عدد ۱ باشد.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

۱۰-شمارنده های هریک از اعداد زیر را بنویسید.

شمارنده های ۴۵:

شمارنده ها ۳۹ :

شمارنده های ۷۷:

۱۱-کدامیک از اعداد زیر رانمی توان به صورت حاصل ضرب دوعدد بزرگتر از یک نوشت .آن ها را مشخص کرده و بگویید نام آن ها چیست؟ ۴۴ ۹۱ ۴۳ ۷۱ ۸۴

شمارنده های اول

۱-صحیح یا غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-عدد به دست آمده از ۵×۳×۲ دارا ی سه شمارنده ی اول است.

پ-هیچ عددی دارای ۴ شمارنده ی اول نیست.

پ-هر عدد طبیعی بزرگتر از یک حداقل یک شمارنده ی اول دارد.

۲-با واژه یاعدد مناسب کامل کنید.

الف- شمارنده ها ی هر عدد اول .....و.....است.

ب-آخرین عدد اول،.....

پ-کوچکترین شمارنده ی عدد ۸۱،عدد .....است.

ت-تنها عدد طبیعی که شمارنده ی اول ندارد ، عدد .....است.

ث-عدد۲۶ دارای .....شمارنده ی اول است.

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف- پس از تجزیه ی یک عدد به صورت ۵×۵×۳×۲، کدامیک از گزینه های زیر شمارنده ی آن عدد نیست؟

۱)۱۵ ۲)۲۵ ۳)۶۵ ۴)۷۵

ب-با شمارنده های ۲و۳و۵ چند عدد می توان درست کرد؟

۱)یک عدد ۲)۱۰۰عدد ۳)۴۵۰ عدد ۴)بی شمار

پ-عدد۵ ×۱۱×۳۳×۱۵ چند شمارنده ی اول دارد؟

۱)۲ تا ۲)۳ تا ۳)۴تا ۴)۵ تا

ت- اگر N تعداد شمارنده های عدد۹۹ باشد،حاصل (۲N)×(۶-N)کدام گزینه است؟

۱)۱۲ ۲)-۱۰ ۳)-۱۶ ۴)صفر

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

ث- چند عدد فردکوچکتر از ۳۰۰ وجود دارد که تعداد مقسوم علیه های آن ۶ تا باشد؟

۱۷(۱ ۱۵(۲ ۱۰(۳ ۱۶(۴

ج-می خواهیم یک ظرف ۱۴۰ لیتری را بایک پیمانه که هربار پر وخالی می شود ،پر کنیم کدامیک از پیمانه های زیر مناسب نیستند؟

۱)۱و۲و۴و۳۰ ۲)۴و۳۵ و۷و۱۰ ۳)۱۰و۱ و۲۸ ۳)۲۰ و۲و۱۴۰

۴-با رسم نمودار درختی عدد های زیر را تجزیه کرده سپس شمارنده های اول آن ها را بنویسید.

۱۴۲ ۵۵ ۷۸ ۱۲۱ ۶۵

۵-با تجزیه ی عدد های صورت ومخرج ،کسر ها را تاحد امکان ساده کنید.

$\frac{۵۶}{۱۵۰}=$ $\frac{۱۳۸}{۳۰}=$ $\frac{۹۶}{۲۲}=$

۶- تجزیه ی عددی به صورت ۷×۲×۵است.

الف- شمارنده های اول آن چه اعدادی است؟

ب- این عدد چند شمارنده دارد؟

پ-شمارنده های غیر اول آن را بنویسید.

بزرگترین شمارنده ی مشترک دو عدد(ب.م.م)

۱-صحیح –غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-ب.م.م دوعدد همان بزرگترین مقسوم علیه مشترک دوعدد است.

ب-ب.م.م سه عدد اول متمایز، عددی اول است.

پ-ب.م.م دوعدد مساوی عدد ۱ است.

ت-ب.م.م اعداد متوالی عدد ۱ است.

ث-ب.م.م هر عدد با عدد۱ خود عدد می شود.

ج- اگر بزرگترین شمارنده ی مشترک دوعدد،عدد۱ شد. حتما آن دوعدد اول هستند یا متوالی.

۲-در جای خالی واژه یا عدد مناسب بنویسید.

الف- کوچکترین مقسوم علیه مشترک دوعدد ،عدد .....است.

ب-حاصل ضرب شمارنده های مشترک اول دو عددبا کمترین تعداد را .....آن عدد گویند.

پ-اگر عددبزرگتر برعدد کوچکتر بخش پزیر باشد، ب.م.م عدد .....است.

ت- اگر عدد aبر عدد b بخش پزیر بوده وعدد bبرعدد c بخش پذیر باشد ب.م.م عدد .....است.

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

الف-حاصل عبارت(۳۲و۵۴و۳۲)کدام گزینه است؟

۱)۳۲ ۲)۲ ۳)۲۷ ۴)۶

ب-کدام گزینه نادرست است؟

۱)۱=(۵و۷) ۲)$a=(a,a)$ ۳)۶=(۱۸و۶) ۴)$b=(b$و۱)

پ-در بین گزینه های زیر کدام گزینه نمایش دهنده ی عدد بزرگتری است؟

۱)(۱۸ و۶) ۲)(۶و۲۴) ۳)(۲۴و۴۲) ۴)(۱۲و۲۴)

ت- حاصل ضرب کوچکترین مقسوم علیه وبزرگترین مقسوم علیه یک عدداول کدام گزینه است؟

۱)ب.م.م دوعدد ۲)ضرب دوعدد درهم

۳)ضرب دوعدد در هم تقسیم بر ب.م.م ۴)قابل محاسبه نیست.

ث-اگر $A=۶bbbxa$ و$B=۲cbaa$ آنگاه ب.م.م A,B کدام گزینه است؟

۱)$۲۴xxcbaa$ ۲)$۲xcbbbaa$ ۳)$۲ab$ ۴)ab

ج-اگر ۱=(aوb)با شد و$\frac{a}{b}=\frac{۷}{۹۱}$ باشد $a+b$ کدام گزینه است؟

۱)۱۴ ۲)۹۸ ۳)۲۰ ۴)۹۲

چ-کم ترین تعداد مکعب های مساوی که برای درست کردن مکعب مستطیلی به ابعاد ۴۰ ×۴۰× ۶۰لازم است ،چند تاست؟

۱)۶ ۲)۱۲ ۳)۹۶ ۴)۱۲۰۰۰

۴-می خواهیم در یک جعبه مکعب مستطیلی به ابعاد ۱متر و۵۰ سانتی متر و۴۰ سانتی متر ،جعبه هایی کوچکتر مکعبی و هم اندازه شکلات قرار دهیم .برای اینکه جعبه ی بزرگتر به طور کامل پر شود،ما چند جعبه شکلات با بزرگترین ابعاد ممکن باید درون آن قرار دهیم؟

۵-تمام شمارنده های هرجفت از اعداد زیر را نوشته و ب.م.م آن هارا به دست آورید.

(۳۶و۴۸)=

(۷۰و۴۲)=

(۱۲۰و۸۸)=

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

۶-ب.م.م اعداد زیر را به روش ذهنی محاسبه کنید. (حروف نوشته شده اعداد طبیعی بزرگتر از یک هستند)

((۱۱و۱۲۱)و(۲۲و۱))= (aو(۷و۱۵))=

(۱۳و۹۱)و۲۶) = (a و a) =

(۵۹و۶۰و۶۱)= (x-۱وx)=

($\underbrace{aaa...a}_{n+2}$,$\underbrace{aaa...a}_{n}$)= (۲×۲×۲×۲و۲×۲×۳)=

۷-ب.م.م هری جفت از اعداد زیر را به روش تجزیه به دست آورید.

(۷۲و۳۰)= (۶۶و۱۲۱)=

(۴۵و۳۱)= (۴۸و۲۰و۳۲)=

۸-کسر های زیر را به کمک ب.م.م صورت ومخرج ،ساده کنید.

$\frac{۷۸۰}{۱۰۵۰}$ = $\frac{۱۲۹}{۷۸}$=

۹- دو حوض به گنجایش های ۲۰۰ و۴۵۰ لیتر را می خواهیم با یک سطل از آب پر کنیم این سطل را چند لیتری انتخاب کنیم تا دوحوض در کمترین زمان ممکن پر شود؟(در هر دفعه سطل باید پر وخالی شود)

کوچکترین مضرب مشترک دوعدد (ک.م.م)

۱-صحیح یا غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-سومین مضرب عدد ۱۰ ،عدد ۱۰۰۰ است.

ب-تنها مضرب اول هر عدداولی خودش است.

پ-کوچکترین مضرب هر عدد ،عدد ۱ است.

ت-کوچکترین مضرب مشترک دوعدد همان اولین مضرب مشترک آن دوعدد است.

ث-اگر ک.م.م دوعدد حاصل ضربشان باشد .آنگاه آن دو عدد یا اول هستند یا متوالی اند.

ج-بزرگترین مضرب مشترک دوعدد نامشخص است.

چ- ب.م.م دوعدد شمارنده ی ک.م.م آن دوعدد است.

ح-حاصل ضرب ک.م.م وب.م.م دوعدد با حاصل ضرب خود دوعدد برابر است.

۲-جملات زیر را باعدد یا واژه مناسب کامل کنید.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

الف-ک.م.م دوعدد که عدد بزرگتر بر کوچکتر بخش پذیر است ،عدد.....است.

ب-اولین مضرب طبیعی عدد ۱۱،عدد.....است.

پ-کوچکترین مضرب طبیعی هرعدد .....وبزرگترین مضرب طبیعی هرعدد.....

ت-اگر $[a و b]=c$،آن گاه مضرب های aوb همان مضرب های .....است.

ث- سومین مضرب طبیعی عدد t برابر است با.....

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف-حاصل $\frac{[۲۱,۹]}{(۲۱,۹)}\times\frac{۱}{۳}=$برابر است با:

۱)$\frac{۱}{۷}$ ۲) ۲۱ ۳)۳ ۴)۷

ب-چند عدد اول سه رقمی می توان یافت که مضرب ۹۷ باشند؟

۱)چهار عدد ۲)هشت عدد ۳)بی شمار عدد ۴) هیچ عدد ی

پ-اگر عددa مضرب عدد b باشد کسر $\frac{a}{[a,b]}$ با کدام گزینه برابر است؟

۱)۱ ۲)a ۳)$\frac{a}{b}$ ۴)$\frac{۱}{b}$

ت-ک.م.م دو عدد$A=\underbrace{۲\times۲\times۲\times...\times۲}\times۳$ و$B=۲\times\underbrace{۳\times۳\times۳\times...\times۳}$ ،۷۲ شده است.از راست به چپ aوb کدامند؟

aمرتبه b مرتبه

۱)۲و۳ ۲)۳و۳ ۳)۴و۲ ۴)۳و۲

ث- دولیست از اعداد داریم ،به طوریکه در هر کدام، اعداد با نظم خاصی نوشته شده اند.عدد ۵۱ اولین عدد مشترک دو لیست است.عدد مشترک بعدی کدام است؟ ...و۷۵و۶۳و۵۱و۳۹و۲۷

۱)۳۰۳ ۲)۱۱۴ ۳)۱۳۵ ۴)۱۲۳ ...و۷۲و۵۱و۳۰و۹و-۱۲

ج-اگر aوb دوعدد طبیعی باشند،که aبر b بخش پذیر باشد،حاصل عبارت $\frac{(a,[a,b])}{[a,(a,b)]}$ کدام است؟

۱)۱ ۲)a ۳)b ۴)$\frac{a}{b}$

چ-ک.م.م دوعدد با حاصل ضربشان برابر است .ب.م.م این دوعدد کدام گزینه است؟

۱)عدد کوچکتر ۲)عدد بزرگتر ۳)ضرب دوعدد ۴)۱

ح-اگر x وy طول وعرض یک مستطیل باشند.و ۷=(x,y) و۱۴۰=[x,y]باشد،مساحت مستطیل کدام گزینه است؟

۱)۳۰ ۲)۹۸۰ ۳)۱۴۰ ۴)۳۶۰

خ- در یک کلاس ۴۲ نفری به چند روش می توان دانش آموزان را به گروه هایی با تعداد مساوی تقسیم کرد؟

۱)۳ ۲)۴ ۳)۵ ۴)۸

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

د-حاصل کدام گزینه با بقیه مساوی نیست؟

۱)(۳۲و۴۰) ۲)(۱۶و۴۸و۷۲) ۳)(۱۶و۴۸) ۴)(۳۲و۲۴)

ذ-دو پیمانه به گنجایش ۱۵ و۲۱ لیتر داریم .کوچکترین ظرفی که بتوانیم با آن پیمانه ها پر کنیم به شرطی که در هر مرتبه به طور کامل پر وخالی شود،چند لیتر گنجایش دارد؟(در هر بار پر کردن ظرف فقط از یک نوع پیمانه می توان استفاده کرد.)

۱)۳۱۵ ۲)۳۵ ۳)۳ ۴)۱۰۵

۴-۷۵چندمین مضرب عدد۵ است؟

۵-ک.م.م هر جفت از اعداد زیر را به کمک تجزیه محاسبه کنید.

[۶۳و۳۶] = [۴۲و۳۰و۲۴]=

۶-تساویهای زیر را به صورت ذهنی پاسخ دهید.(حروف اعداد طبیعی هستند.)

[aaaaaوaaa]= [۱۱و۴۳]= [۱۳و۹۱]= [۱و۶۴]= [۳۸و۳۸]=

[bbb...bوbbb...b]= (n و n-۱) [۴۶و۴۵]=

۷- حاصل هریک از عبارات زیر را به هر روشی که می خواهید به دست آورید.

[۷و۸]÷۲+(۱۶و۱۸)= [(۲۴و۱۲)و۹]=

$\frac{[۲۲,۵۲]}{(۱۳,۱۳۰)}$= (۱۶۰و[۱و۴۰و۳۲])=

۸- اگر دوعدد aوb وcبعد از تجزیه به صورت های زیر باشند حاصل هر یک از عبارات زیر را بنویسید.

c=۲×۲×۳×۳×۳×۱۱ b=۳×۳×۳×۳×۱۱×۱۹ a=۳×۱۹×۵

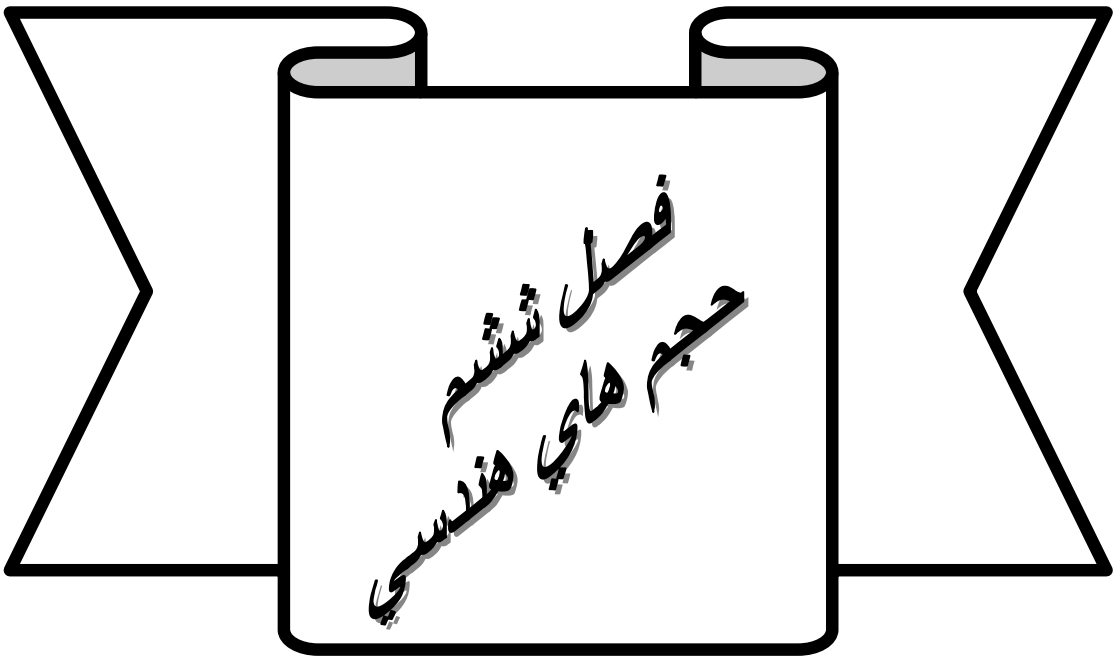
[aوc]= (aوb)=

[aوbوc]= (aوbوc)=

۹- احسان گفت :اگر سه تومان پول بیشتر داشتم ،پولم چهار برابر پول میعاد وپنج برابر پول امیر و۷برابرپول امید و۳ برابر پول آرین می شد.احسان حداقل چند تومان پول دارد؟

۱۰-دو دونده ازیک نقطه شروع به دویدن دور میدانی کردند.اولی هر ۲۸ ثانیه یک بار و دومی هر ۴۲ ثانیه یک بار دور میدان را طی می کنند.دونده ی اول چند بار دور بزند تا برای هشتمین بار در نقطه ی شروع مجددا به هم برسند؟




فصل ششم
حجم هاي هندسي

حجم های هندسی :

هر یک از اجسامی که در اطراف ما قرار دارند فضایی را اشغال می کنند که به آن حجم می گوییم حجم این اجسام یا هندسی است یا غیر هندسی هر یک از حجم های هندسی ، شکلی مشخص و تعریف شده دارد و معمولا به یکی از حالت های منشوری ، کروی ، هرمی و یا ترکیبی از این حالت ها است .

حجم های منشوری :

چند وجهی هایی هستند که بین دو صفحه موازی و هم نهشت قرار می گیرند و وجه های دیگر آن متوازی الاضلاع (مستطیل) هستند هر یک از این دو وجه موازی از قاعده و هر یک از وجه های اطراف را وجه جانبی می گوییم .

یال :

در برخورد هر دو وجه یال به وجود می آید پاره خط مشترک بین هر دو وجه یال نام دارد یال همان ضلع های قاعده ها و وجه های جانبه هستند .

راس :

محل برخورد یال ها را راس می نامیم راس ها در گوشه ها قرار دارند و هر راس نقطه مشترک سه تا از وجه های منشور است .

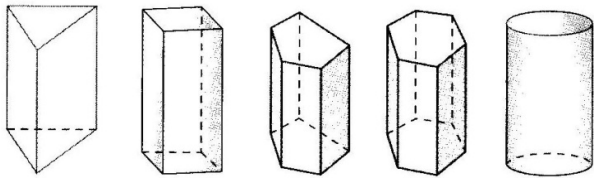
وجه :

به تمام سطح های یک منشور وجه می گویند.به وجه های منشور که بین ۲ وجه موازی آن قرار دارند وجه جانبی منشور می گویند.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ارتفاع منشور : پاره خطی که از نقطه ای روی یک قاعده بر قاعده ی دیگر عمود می شود ، ارتفاع منشور نام دارد .

اشکال هندسی مختلف



یال : ۳ برابر ضلع ۳×تعداد ضلع= یال

راس : ۲ برابر ضلع ۲×تعداد ضلع =راس

۲+ تعداد اضلاع = تعداد کل وجه ها

تعداد اضلاع=تعداد وجه های جانبی

مثال :

منشور ۳پهلو : یال=۹تا راس =٦تا وجه جانبی= ۳تا

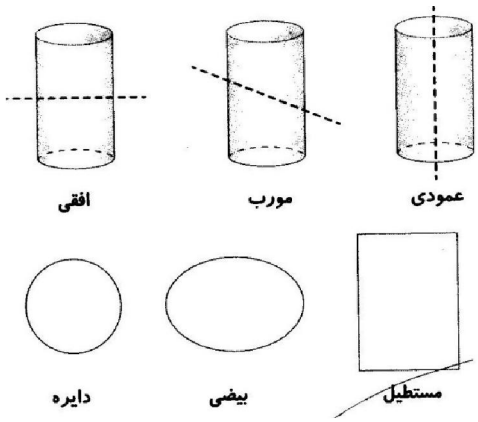
منشور۵پهلو : یال=۱۵ راس=۱۰ وجه جانبی=۵

نکته: هرچهار ضلعی که ضلع های روبرویش دو به دو موازی باشند ، متوازی الاضلاع است . بنابراین مربع ، مستطیل ، لوزی هم نوعی متوازی الاضلاع هستند ، در نتیجه وجه های جانبی منشورها می توانند مربع ، مستطیل یا لوزی هم باشند ، امسال فقط با منشورهایی سروکار داریم که وجه های جانبی آن ها مستطیلند .

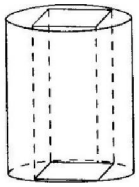
تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

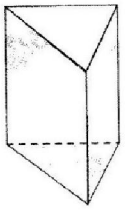
می دانیم وقتی تعداد ضلع های قاعده های منشور خیلی زیاد شد و به استوانه نزدیک می شود قاعده های منشورها ، چند ضلعیند و استوانه تنها حجم منشوری است که قاعده اش دایره است .

اگر یک استوانه را به طور افقی برش بزنیم ، مقطعی که از محل برش به وجود می آید یک دایره می باشد اگر به شکل مورب برش زده شود و قطعش یک بیضی می شود و اگر عمودی برش بزنیم مقطعش یک مستطیل است

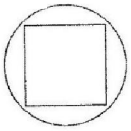


ما امسال فقط از منشورهایی که وجه های جانبی آن مستطیل باشند استفاده می کنیم چنین منشورهایی را منشور قائم می گوییم .

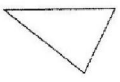




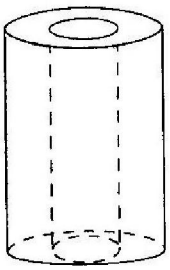
دید از بالا



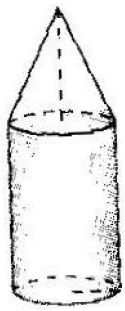
دید از بالا



حجم های ترکیبی: در زیر چند نمونه از حجم های ترکیبی را می بینید .

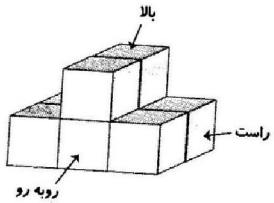


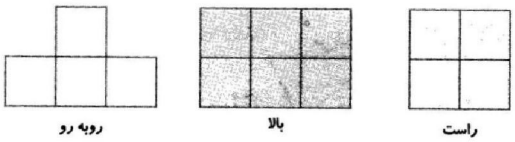
منشور - مشور



استوانه منشور

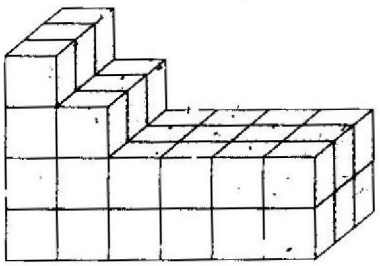
جسم زیر را ببینید : (در جهت های مشخص شده)





محاسبه حجم های منشوری: حجم زیر از مکعب های ۱ × ۱ × ۱ تشکیل شده حجم کامل جسم را بیابید

این جسم از ۳ ردیف ۱۲تایی مکعب تشکیل شده و حجم آن ٤٥ واحد مکعب خواهد بود .



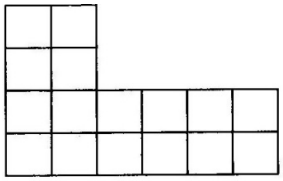


مکعب واحد

۳×۱۲=۳٦

۹+۳٦=٤٥

مساحت شکل زیر را بدست آورید و اگر منشوری به ارتفاع ٤ واحد روی آن درست کنیم حجم منشور را بدست آورید .



مساحت ١٦واحد → ارتفاع ٤=١٦×٤

اگر حجم را با ۷ نشان دهیم و مساحت قاعده هر منشور را با S و ارتفاع آن را با h نشان دهیم پس حجم هر منشوری از رابطه زیر بدست می آید .

V=S.h → مساحت قاعده × ارتفاع

مساحت اشکال مختلف

a



a

نام شکل : مربع
یک ضلع ×خودش=مساحت
S=a×a

حجم یا گنجایش در زبان انگلیسی Volume می باشد که به اختصار آن را V می نامیم



a

b

نام شکل = مستطیل
طول×عرض=مساحت
S=b×a



a h

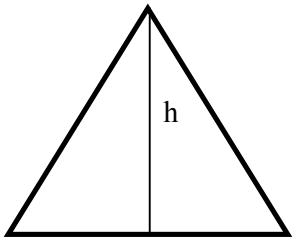
b

نام شکل : متوازی الاضلاع
قاعده×ارتفاع=مساحت
S=h×b

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

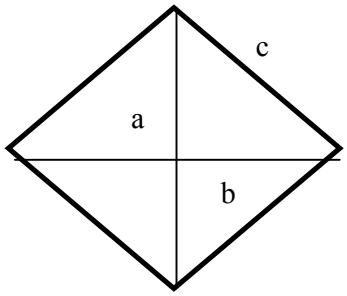
نام شکل : مثلث

$$\frac{ah}{۲} = s = \text{مساحت} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{۲}$$



نام شکل : لوزی

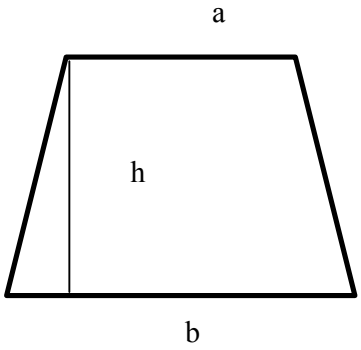
$$\frac{a \times b}{۲} = s = \text{مساحت} = \frac{\text{قطر حاصلضرب}}{۲}$$



نام شکل : ذوزنقه

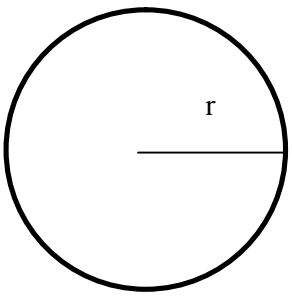
$$\frac{(a+b) \times h}{۲} = s$$

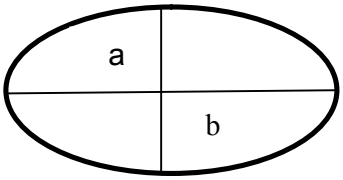
$$\text{مساحت} = \frac{(\text{پایین} + \text{بالا})\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲}$$



نام شکل : دایره

مساحت = شعاع×شعاع r×r×R=S



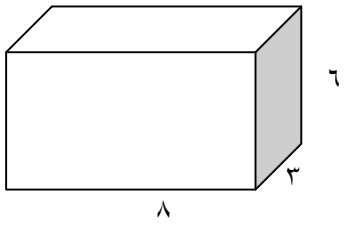


مساحت یک بیضی : عدد پی × حاصل ضرب دو قطر

$$\frac{a}{۲} \times \frac{b}{۲} \times R$$

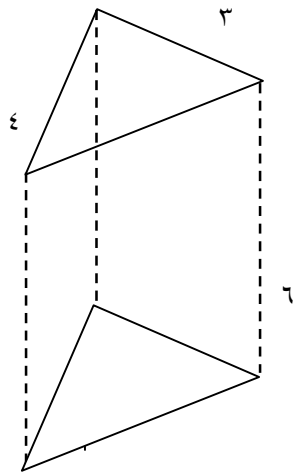
مثال)حجم های زیر را حساب کنید

حجم مکعب مستطیلی به ابعاد ٦و٣و٨



$$V = ٦ \times ٨ \times ٣ = ١٤٤$$

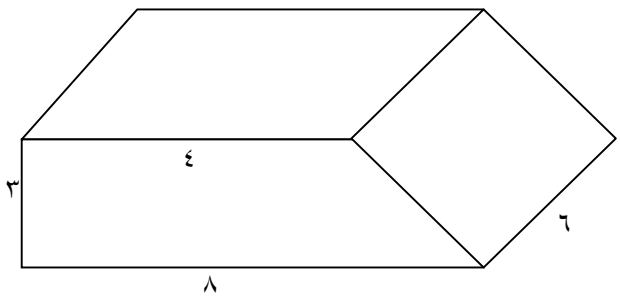
حجم منشوری به قاعده ی مثلث با ابعاد ٣و ٤و ارتفاع ٦



$$v = \frac{٣ \times ٤}{٢} \times ٦ = ٣٦$$

حجم منشوری چهار پهلو به قاعده ذوزنقه و ارتفاع ٦

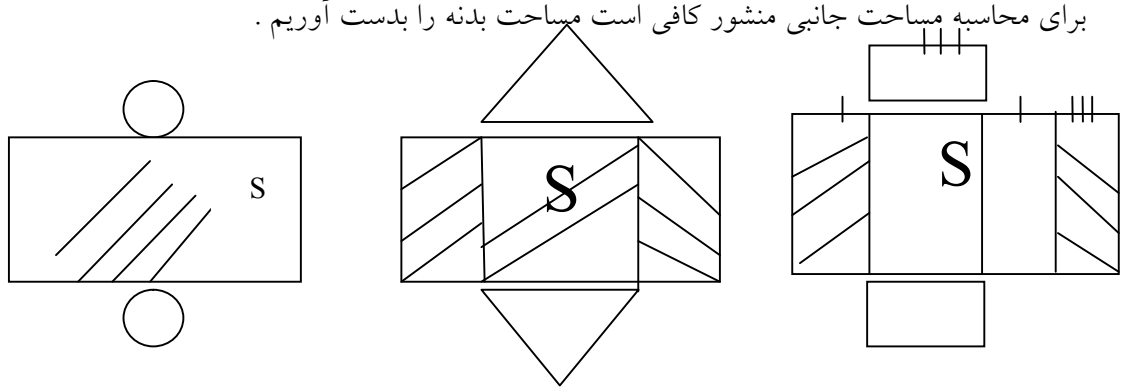
$$v = \frac{(٤ + ٨) \times ٣}{٢} \times ٦ = ١٠٨$$



مساحت جانبی و مساحت کل

اگر مساحت وجه ها یا دیواره ها ی هر منشور را با هم جمع کنیم مساحت جانبی منشور بدست می آید

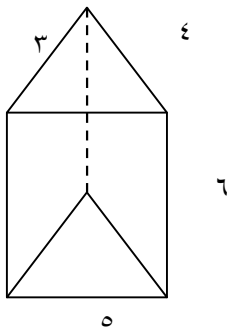
برای محاسبه مساحت جانبی منشور کافی است مساحت بدنه را بدست آوریم .



می بینیم مساحت جانبی همه ی شکل ها از یک یا چند مستطیل کنار هم تشکیل شده است . که مستطیل بزرگ بدست آمده طول آن محیط قاعده و ارتفاع آن عرض مستطیل است پس مساحت جانبی از رابطه زیر بدست می آید

S جانبی = ارتفاع × محیط قاعده

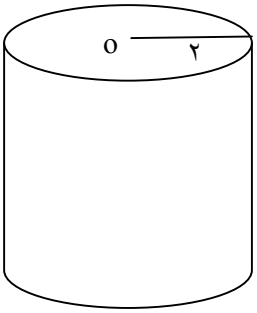
S جانبی = $(۳ + ٤ + ٥) \times ٦ = ۷۲$



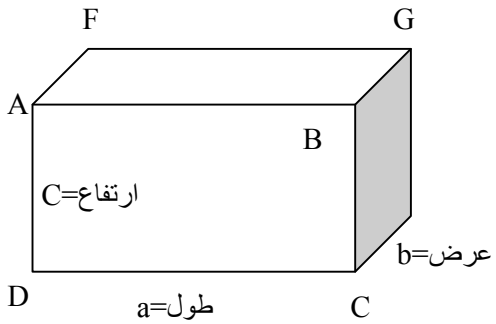
S جانبی = ارتفاع × محیط دایره

ارتفاع × ۳ / ۱٤ × قطر

٤ × ۳/۱٤ × ۱۰ =....



مساحت کل : اگر مساحت هر منشور را با مساحت دو قاعده اش جمع کنیم مساحت کل بدست می آید .



در مورد مکعب مستطیل بیشتر بدانیم

مکعب مستطیلی به ترتیب c,b,a باشد آن گاه

۱- حجم مکعب مستطیل :V=abc

۲- مساحت جانبی مستطیل $s = ۲(a \times b) \times c$

۳- مساحت کل $s = ۲(ab + ac + bc)$کل

٤- قطر مکعب مستطیل :BE=FC=DG=AH=d

مثال : مساحت جانبی ، مساحت کل ، قطر ،مکعب مستطیلی به طول و عرض ، ارتفاع ٥و٤و٣ را حساب کنید .

Sجانبی $= ۲(ac + bc) = ۲(٥ \times ٣ + ٤ \times ٣) = ۲ \times ۲۷ = ٥٤cm^۲$ سانتی متر مربع

کل$S = ۲(ab + ac + bc) = ۲ \times (٥ \times ٤ + ٥ \times ٣ + ٤ \times ٣) = ۲ \times ٤۷ = ٩٤cm^۲$

حجم $= abc = ٥ \times ٤ \times ٣ = ٦٠cm^٣$ سانتی متر مکعب

قطر$d = \sqrt{a^۲ + b^۲ + c^۲} = \sqrt{٥^۲ + ٤^۲ + ٣^۲} = \sqrt{۲٥ + ١٦ + ٩} = \sqrt{٥٠}$

اگر ابعاد هر شکلی را n برابر کنیم :

الف) مساحت کل آن $n^۲$ برابر می شود $(n\times n)$

ب) حجم آن $n^۳$ برابر می شود $(n \times n \times n)$

ج) بیشترین مساحت جانبی مکعب مستطیل زمانی حاصل می شود که قاعده آن وجهی باشد که کوچک ترین مساحت را دارد .

در مورد مکعب بیشتر بدانیم

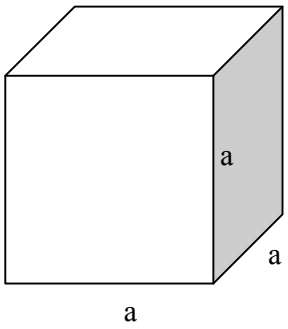
مکعب یک شش وجهی است که تمامی وجه های آن مربع و با هم برابر هستند به عبارت دیگر مکعب حالت خاصی از یک مکعب مستطیلی است که طول و عرض و ارتفاع آن برابر هستند اگر ضلع (یال) مکعب را a در نظر بگیریم به این ترتیب خواهیم داشت :

حجم مکعب برابر است با : $V = a^۳$

مساحت جانبی مکعب $s_{\text{جانبی}} = ٤a^۲$

مساحت کل مکعب برابر است با $s_{\text{کل}} = ٦a^۲$

قطر مکعب برابر است با $d = a\sqrt{۳}$



مثال مکعبی به ضلع ۵

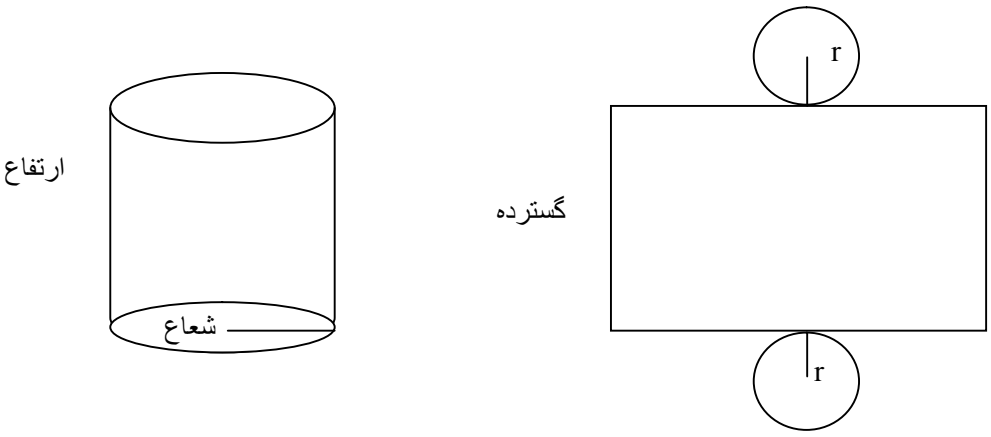
$v = ۵ \times ۵ \times ۵$

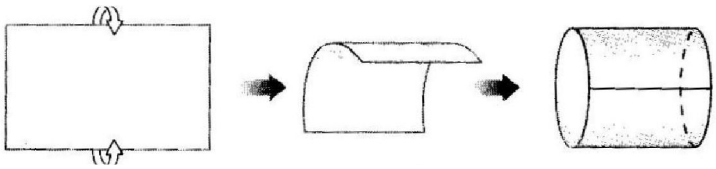
$S = ٤ \times ۵ \times ۵$`

$S_{\text{کل}} = ٦ \times ۵ \times ۵$

$d = ۵\sqrt{۳}$

استوانه :



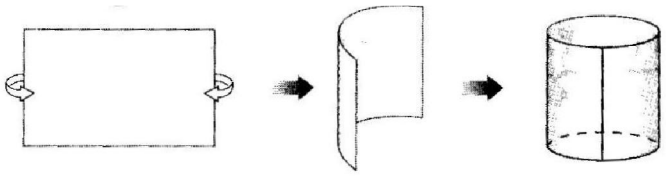


ارتفاع × ۳ / ۱٤ × شعاع × شعاع = حجم استوانه

ارتفاع $\left(\text{قطر} \times ۳ / ۱٤\right)$ = ارتفاع × محیط قاعده = مساحت جانبی

مساحت قاعده دو دایره + مساحت جانبی = مساحت کل

اگر یک کاغذ مستطیل شکل را لوله می کنیم یک استوانه درست می شود فرض کنیم طول کاغذ ۳۰ سانتی متر و عرض آن ۲۰ سانتی متر باشد به این ترتیب بسته به این که کاغذ را در کدام جهت لوله کنیم دو استوانه متفاوت داریم به جدول زیر نگاه کنید



طول = ۳۰ → ارتفاع

عرض = ۲۰ → محیط قاعده = ۳ × قطر = ۲۰ → قطر = $\frac{۲۰}{۳}$ = شعاع $\frac{۱۰}{۳}$

مساحت قاعده $S =$ عدد پی × شعاع × شعاع

$$۳ \times \frac{۱۰}{۳} \times \frac{۱۰}{۳} = \frac{۱۰۰}{۳}$$

$$\text{حجم} = V_۱ = S \times h$$

$$V_۱ = \frac{۱۰۰}{۳} \times ۳۰ = ۱۰۰۰$$

عدد پی را ۳ در نظر گرفته ایم

عرض مستطیل = ۲۰ → ارتفاع

طول مستطیل = ۳۰ → محیط قاعده = قطر × عدد پی ⇒ قطر = ۳۰ = ۳ × ۱۰ قطر = ۱۰ شعاع = ۵

شعاع قاعده = ۵

مساحت قاعده = شعاع × شعاع × عدد پی

۵ × ۵ × ۳ = ۷۵

حجم = مساحت قاعده × ارتفاع

۷۵ × ۲۰ = ۱۵۰۰

$$\frac{\text{شعاع اولی}}{\text{شعاع دومی}} = \frac{\frac{۱۰}{۳}}{\frac{۵}{۱}} = \frac{۱۰}{۱۵} = \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{\text{حجم اولی}}{\text{حجم دومی}} = \frac{۱۰۰۰}{۱۵۰۰} = \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{\text{حجم اولی}}{\text{حجم دومی}} = \frac{\text{شعاع اولی}}{\text{شعاع دومی}}$$

حجم استوانه با نسبت شعاع قاعده ی آن ها متناسب است

حجم استوانه با محیط قاعده ها نسبت مستقیم و با ارتفاع آن ها نسبت عکس دارد .

خاصیت ارشمیدس :

اگر جسمی داخل یک ظرف مایع بیفتد و به زیر آب برود ، حجم این جسم با حجم مایعی که بالا آمده برابر است :

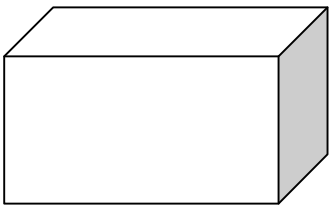
حجم جسم = مساحت قاعده × مقدار آب بالا آمده

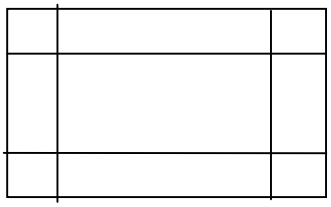
مثال : در یک مکعب به ضلع ۵ سانتی متر ، سنگی انداخته ایم و ارتفاع آب ۲ سانتی متر بالا آمده است حجم این سنگ را بدست آورید .

حجم سنگ = مساحت قاعده × ارتفاع بالا آمده $= ۵ \times ۵ \times ۲ = ۵۰cm^۳$

می دانیم در بسته بندی مواد غذایی اگر مساحت جانبی و مساحت کل ظرف یا بسته کم تر باشد ولی گنجایش بیشتری داشته باشد از نظر اقتصادی به صرفه تر است .

به عنوان ***مثال*** برای تهیه ی جعبه های شیرینی ، از مقواهای مخصوصی استفاده می کنند که شکل گسترده ی آن ها مربعی بله شکل زیر است .

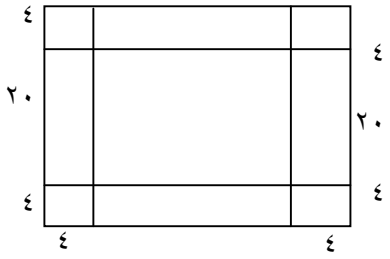




تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

اگر جای خط های تا ، تغییر کند ، مساحت مقوا تغییر نمی کند ، اما حجم جعبه ای که در نهایت ساخته می شود تغییر می کند به شکل زیر و محاسبه ی مساحت مقدار حجم جعبه توجه کنید .

مساحت مقوا : ۲۸×۲۸=۷۸٤

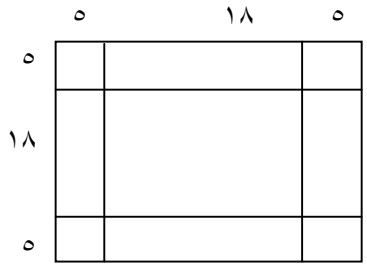


مساحت قاعده کف جعبه : ۲۰×۲۰=٤۰۰

حجم جعبه :۱٦۰۰=٤×٤۰۰

حالا فرض کنیم خط های تا ، هر کدام ۱ سانتی متر به سمت مرکز مربع منتقل شود در این صورت ارتفاع جعبه ، ٦ سانتی متر می شود و ضلع هر قاعده از هر طرف ۱ سانتی متر کم می شود یعنی ۱۸ می شود .

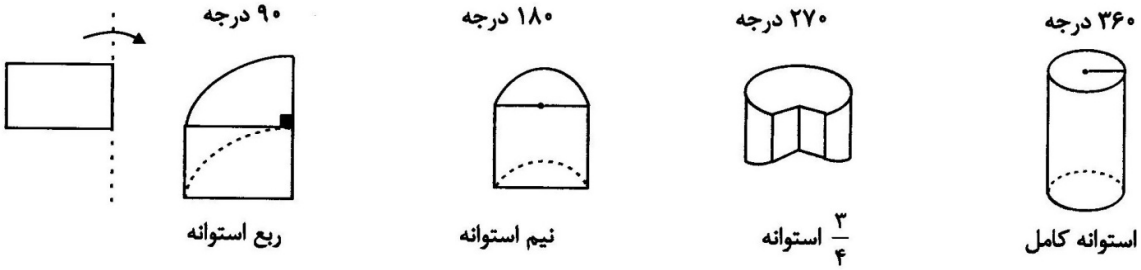
مساحت مقوا :۷۸٤=۲۸× ۲۸



مساحت کف جعبه ۱۸×۱۸=۳۲٤

حجم جعبه :۱٦۲۰=٥×۱۸×۱۸ بیشتر از قبل

می توان تصور کرد که از دوران مستطیل طول یکی از اضلاع آن یک استوانه ایجاد می شود ضلعی که مستطیل را حول آن دوران داده ایم همان ارتفاع و ضلع دیگر شعاع دایره است .



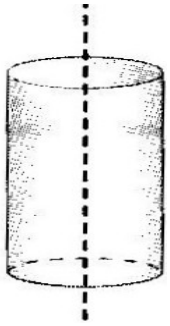
اگر یک مستطیل را حول یکی از ضلع هایش با زاویه ۹۰ و ۱۸۰ و ۲۷۰ و ۳٦۰ دوران دهیم حجم های زیر بدست می آِید .

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

نکته : در دوران یک مستطیلی اگر آن را حول ضلع کوچکتر دوران دهیم حجم استوانه حاصل بیشتر خواهد بود







دوران نسبت به عرض



عرض = ارتفاع

طول = شعاع

$V =$ شعاع × شعاع × ارتفاع × π

عرض×۳.۱۴ ×طول×طول=حجم



طول= ارتفاع

عرض = شعاع

$V =$ شعاع × شعاع × ارتفاع × π

طول× ۳.۱٤ × عرض× عرض

مستطیلی به طول و عرض ۵ و ۳ را یک بار حول طول و یک بار حول عرض دوران داده ایم حجم حاصل را بیابید .

$$\text{حول طول ۵} \rightarrow r = ۳, h = ۵ \rightarrow V_۱ = ۳ \times ۳ \times ۳/۱٤ \times ۵ = ۱٤۱ / ۳$$

$$\text{حول عرض ۳} \rightarrow r = ۵\ h = ۳ \rightarrow V_۲ = ۵ \times ۵ \times ۳/۱٤ \times ۳ = ۲۳۵ / ۵$$

اگر مستطیل را حول کوچک ترین ضلع دوران دهیم ، بزرگ ترین استوانه ایجاد می شود .

وقتی مستطیلی را یک بار حول عرض دوران دهیم ، نسبت حجم های بدست آمده برابر است با :

$$\frac{\text{عرض}}{\text{طول}} = \frac{\text{حجم حاصل از دوران حول طول}}{\text{حجم حاصل از دوران حول عرض}}$$

$$\frac{\text{حول طول}}{\text{حول عرض}} = \frac{۳}{۵} = \frac{۳ \times ۳ \times ۳.۱٤ \times ۵}{۵ \times ۵ \times ۳.۱٤ \times ۳}$$

اگر یک مکعب بزرگ که از به هم وصل کردن مکعب های کوچک به ضلع یک سانتی متر درست شده باشد را رنگ بزنیم آنگاه اگر ضلع مکعب بزرگ n باشد

الف) تعداد مکعب هایی که سه وجه آن ها رنگ شده : همیشه ۸ تاست

ب) تعداد مکعب هایی که دو وجه آن ها رنگ شده : $۱۲ \times (\text{ضلع} - ۲)$

ج) تعداد مکعب هایی که یک وجه آن ها رنگ شده : $٦ \times (\text{ضلع} - ۲) \times (\text{ضلع} - ۲)$

د) تعداد مکعب هایی که رنگ نمی شوند $(\text{ضلع} - ۲)(\text{ضلع} - ۲)(\text{ضلع} - ۲)$

مکعبی را که هر ضلع آن از ۱۰ مکعب کوچک هم اندازه چسبیده به هم ساخته شده است را درون رنگ انداخته پس آن ها را از هم جدا می کنیم تعداد مکعب هایی را که فقط یک وجه رنگی دراند چقدر است ؟

حجم های هندسی

۱-صحیح –غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-حجم ها به دودسته هندسی وغیر هندسی تقسیم می شوند.

ب-حجم های منشوری از نوع حجم های غیر هندسی هستند.

پ- در حجم های منشوری به نقطه برخورد هرسه سطح ‘راس گویند.

ت-در حجم های منشوری به پاره خط بین دو راس مجاور ‘یال گویند.

ث-حجم های منشوری بین دوصفحه موازی قرار می گیرند.

ج-مقطع یک منشور سه پهلو یک سه ضلعی است.

چ-تعداد یال های یک منشور چهار پهلو سه برابر اضلاع قاعده است.

ح- تعداد راس های یک منشور دوبرابر اضلاع یک قاعده است.

خ-تعداد وجه های یک منشور با تعداد اضلاع یک قاعده برابر است.

۲-جملات زیر را با واژه یا عدد مناسب کامل کنید.

الف-توپ فوتبال نوعی حجم .....است.

ب-حجم های هندسی به سه دسته ی .....و.....و.....تقسیم می شوند.

پ-مقطع یک استوانه که موازی قاعده ی آن باشد به شکل .....است.

پ-در حجم های منشوری به دو سطح بالا وپایین آن.....گویند .

ت-یک منشور پنج پهلو دارای .....قاعده .....راس و.....یال است.

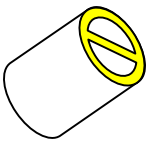
ث-اگر تعداد اضلاع قاعده ی یک منشور خیلی زیاد شود کل این حجم هندسی به شکل .....تبدیل می شود.

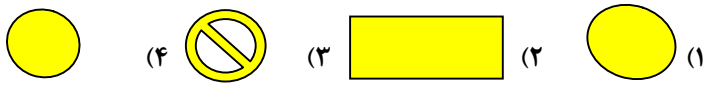
ج- هرمی با داشتن ۴ وجه دارای .....یال است.

چ-کتاب درسی یک منشور .....پهلو است.

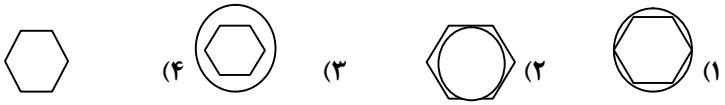
۳- گزینه ی صحیح را مشخص کنید .

الف-قاعدهی منشور مقابل کدامیک ازشکل های زیر است؟



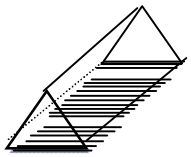


ب-یک منشور شش پهلو درون یک استوانه قرار گرفته به طوری که راس های آن روی قاعده ی استوانه است این حجم هندسی از بالا چه شکلی است؟



پ-تعداد یال های یک منشور چند برابر تعداد وجه های جانبی آن منشور است؟

۱)سه برابر ۲)دو برابر ۳)چهار برابر ۴)مساویند



ت-در شکل زیر سطح هاشور خورده ی منشور چه نام دارد؟

۱)قاعده ۲)راس ۳)یال ۴)وجه

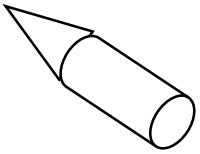
ث- کدام عدد زیر می تواند تعداد یال های یک منشور را نشان دهد؟

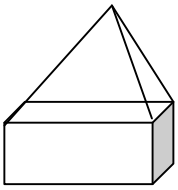
۱)۱۲۰ ۲)۲۰۰ ۳)۲۲۰ ۴)۱۱۰

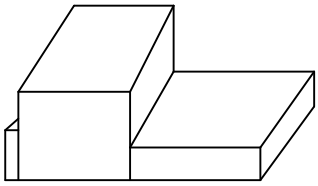
ج- منشوری با قاعده ی ۸ ضلعی دارای چند وجه وچند یال است؟

۱)۸یال و۱۰ وجه ۲)۲۴ یال و۱۲ وجه ۳)۸یال و۱۲ وجه ۴)۲۴یال و۱۰ وجه

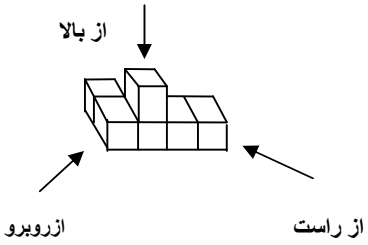
۴-هریک از حجم های هندسی زیر ترکیبی از کدام حجم ها هستند؟

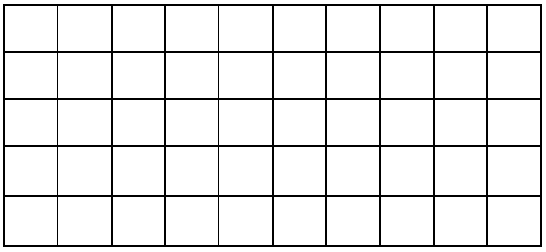






۵- هر یک از حجم های هندسی زیر از چهار طرف به چه شکلی دیده می شوند .آن ها را رسم کنید.





محاسبه حجم های منشوری

۱-صحیح یا غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید .

الف-هر متر مکعب ۱۰۰۰ لیتر است.

ب-برای به دست آوردن گنجایش یک استخر ،باید حجم آنرا محاسبه کرد.

پ- حجم مکعبی به ضلع یک سانتی متر برابر است ،با یک سانتی متر مربع.

ت-حجم یک منشور برابر است باحاصل ضرب مساحت قاعده وارتفاع منشور .

ث- اگر طول ضلع مکعبی را سه برابر کنیم حجم آن ۲۷ برابر می شود.

۲-در جای خالی واژه یاعدد مناسب بنویسید.

الف-حجم یک مکعب برابراست با حاصل ضرب.....

ب-حجم یک منشور با اندازه قاعده s وارتفاع h برابراست با.....

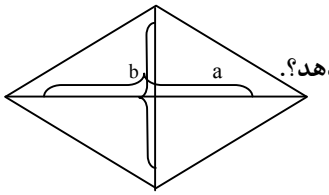
پ-حجم استوانه ای به شعاع r به صورت یک عبارت جبری .....است.

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف-واحد حجم کدام گزینه است؟

۱)مربعی به ضلع یک سانتی متر ۲) مکعبی به ضلع یک متر

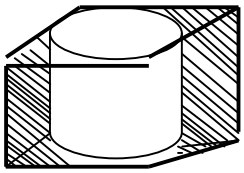
۳)مکعبی به ضلع یک سانتی متر ۴)گزینه ی ۲و۳



ب-کدام گزینه حجم شکلی که ارتفاع آن h و قاعده ی آن لوزی مقابل باشد ،را نشان می دهد؟

۱) $\frac{۱}{۲}ab$ ۲) $\frac{۱}{۲}abh$ ۳) bh a ۴) $\frac{۱}{۲}ah$

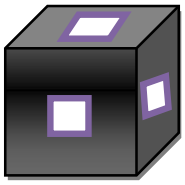
پ- با توجه به شکل اگر شعاع قاعده استوانه ۱۰ و هر ضلع مکعب ۲۰ باشد حجم هاشور خورده چقدر است؟



۱) ۴۳۰ ۲) ۲۰۰۰ ۳) ۷۸۵ ۴) ۱۵۷۰

($\pi = ۳$)

ت-در مکعبی به ابعاد ۵×۵×۵سانتیمتر سه سوراخ به ابعاد ۵×۱×۱سانتیمتر ایجاد کرده ایم .حجم شکل باقی مانده چه قدر است؟



۱) ۱۱۰ ۲) ۱۱۱ ۳) ۱۱۲ ۴) ۱۱۴

ث-مکعب مستطیلی به حجم ۴۸ واحد به ابعاد a و ۲a و ۳a مفروض است.مقدار a کدام گزینه است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

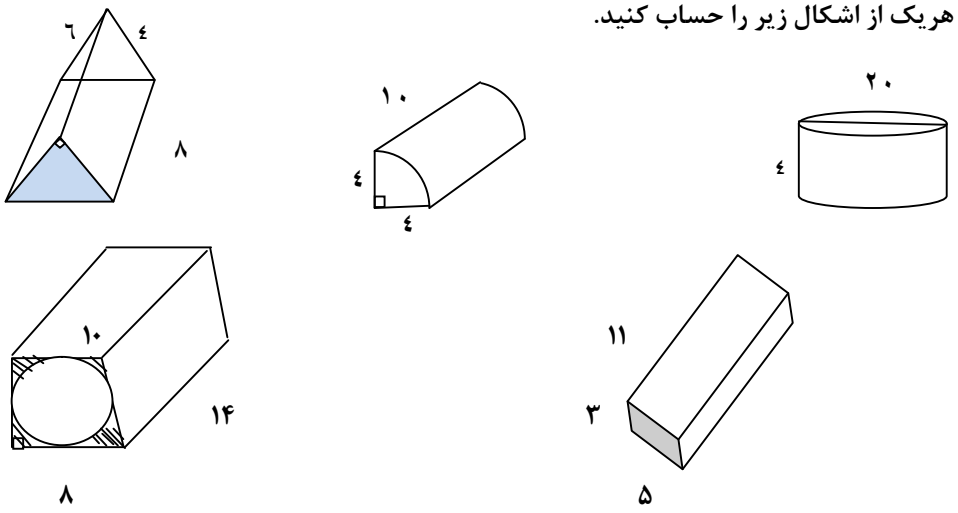
ج-حجم مکعب مستطیلی ۹۰ سانتی متر مکعب است.اگر طول آن دوبرابر عرضش وارتفاع آن ۵ سانتی متر باشد ،عرض مکعب مستطیل چه قدر است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

چ-نوید با ۴۲ مکعب کوچک به ضلع یک سانتی متر مکعب مستطیلی به محیط قاعده ۱۸ سانتی متر می سازد .ارتفاع این مکعب مستطیل کدام گزینه می تواند باشد؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

۴-حجم هریک از اشکال زیر را حساب کنید.



۵-در یک کارتن ۷ جعبه به ابعاد ۶و۱۰ و۱۳ سانتی متر جا می گیرد. حجم این کارتن چه قدر است؟

۶-ابعاد استخری ۴و۶و۵ متر است.

الف- گنجایش استخر چند متر مکعب است؟

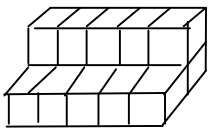
ب-در $\frac{3}{4}$ از این استخر چند لیتر آب جا می گیرد؟

۷-در یک ردیف ۱۰ مکعب به ابعاد ۲ سانتی متر کنار هم چیده ایم .سپس در هر ردیف روی آن ها۲ تا کمترازردیف قبل چیده ایم. حجم شکل حاصل چیست؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۸-با یک سیم بدون قطع کردن وفقط با تا کردن یک مکعب ساخته ایم، که حجم آن ۶۴ سانتی متر مکعب می شود .طول سیم چه قدر است؟

۹- برای ساخت شکل حجم دار مقابل چند مکعب کوچک لازم است؟



مساحت جانبی وکل

۱-صحیح –غلط بودن جملات زیر را مشخص کنید.

الف-مساحت جانبی منشور برابر است با حاصل ضرب محیط قاعده در ارتفاع شکل.

ب-اگر قطر یکی از وجه های مکعبی ،۸ باشد مساحت کل آن ۱۹۲ سانتی متر می شود.

پ-از مجموع مساحت های جانبی ومساحت دو قاعده ،مساحت کل منشور به دست می آید.

ت-از کنار هم قرار دادن وجه های جانبی یک منشور ،یک مستطیل به وجود می آید.

۲-با واژه یا عدد مناسب کامل کنید.

الف-مساحت جانبی یک استوانه که شعاع آن r است.به صورت عبارت جبری.....است.

ب-اگر ابعاد مکعبی را چهار برابر کنیم مساحت کل آن .....برابر می شود.

پ-سطح جانبی یک استوانه به شکل.....است.

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

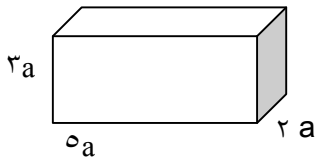
الف-منشوری با قاعده ی پنج ضلعی منتظم داریم .که اندازه هرضلع آن ۳ سانتی متر وارتفاع منشور ۷ سانتی متر است.مساحت جانبی منشور کدام گزینه است؟

۱) ۱۵ ساتی متر مربع ۲) ۲۱ سانتی متر مربع ۳) ۱۰۵ سانتی متر مربع ۴) ۲۲سانتی متر مربع

ب-مساحت کل مکعبی به ضلع x کدام گزینه است؟

۱) $4x$ ۲) xx ۳) $4xx$ ۴) $6xx$

پ-می خواهیم مکعب مستطیل مقابل را بسازیم. حداقل چه قدر مقوا لازم داریم؟

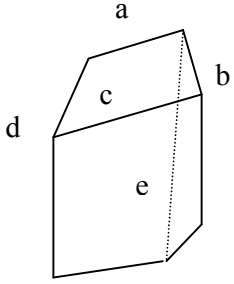


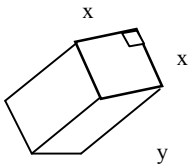
۱) $62a$ ۲) $31a$ ۳) $62aa$ ۴) $3aa$

ت-حجم مکعبی ۱۲۵ لیتر است.مساحت کل آن چه قدر است؟

۱) ۱۵۰ دسی متر مربع ۲) ۱۰۰ سانتی متر مربع ۳) ۱۰۰دسی متر مربع ۴) ۱۵۰ سانتی متر مربع

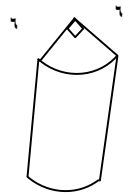
۴-مساحت جانبی هریک از شکل های زیر را با یک عبارت جبری بنویسید.

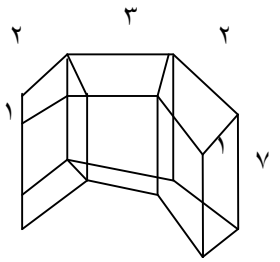




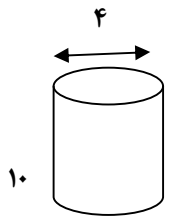
۵-گسترده شکل های منشورسه پهلو ومکعب مستطیل واستوانه را بکشید.

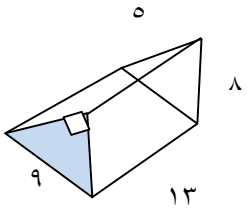
۶-مساحت جانبی هریک از شکل های زیر را به دست آورید.

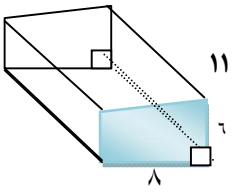




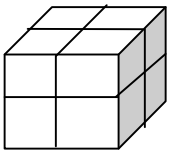
۷-مساحت کل هر یک از شکل های زیر را حساب کنید.







۸-مکعب شکل زیر از هشت مکعب هم اندازه تشکیل شده است .اگر مساحت جانبی مکعب کوچک ۲۴ سانتی متر مربع باشد. مساحت کل این مکعب را حساب کنید.



سطح وحجم

۱-صحیح یا غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-با حرکت یک سطح در فضا حجم ساخته می شود.

ب-از دوران یک مربع حول یک ضلعش ،استوانه پدید می آید.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

پ-ازدوران یک مثلث قائم الزاویه حول یک ضلع قائم مخروط پدید می آید.

ت-از دوران یک دایره حول قطر آن استوانه پدید می آید.

ث- حجم حاصل ازدوران یک مربع به ضلع n حول ضلع آن برابر است با nnn.

۲-با واژه یا عدد مناسب کامل کنید.

الف-شعاع قاعده شکل حاصل از دوران یک مستطیل به اضلاع۶و۸حول ضلع ۸ سانت‘.....سانتیمتر است.

ب- ازدوران یک مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع آن .....پدید می آید.

پ-قاعده ی یک مکعب مستطیل‘مربعی به ضلع x است .اگر ارتفاع آن hباشدحجم آن .....است.

ت-حجم حاصل از دوران یک مستطیل به طول وعرض ۱۰ و۶ حول ضلع ۱۰ سانت برابر است با.....

ث-حجم حاصل از دوران یک مستطیل حول یکی از ابعاد آن به اندازه ۴۵درجه .....حجم حاصل از دوران همان مستطیل از دوران ۳۶۰ درجه است.

۳- گزینه صحیح را مشخص کنید.

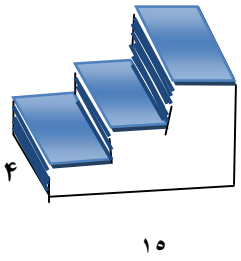
الف- از دوران ربع دایره حول شعاع آن کدام شکل زیر پدید می آید؟

۱)نیم دایره ۲)نیم کره ۳)ربع کره ۴)استوانه

ب-۴۰ درصد حجم مکعبی به ضلع ۱۰ متر کدام گزینه است؟

۱)۴۰ متر مکعب ۲)۴متر مکعب ۳)۱۰۰۰متر مکعب ۴)۲۵ متر مکعب

پ-در شکل زیر مساحت قسمت رنگی کدام گزینه است؟



۱)۶۰ ۲)۹۶ ۳)۱۰۰ ۴)۱۵۰

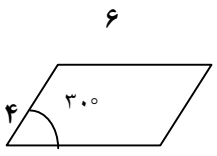
ت-مساحت جانبی استوانه ای ۵ برابر مساحت جانبی یک مکعب به ضلع cm۶است .اگر ارتفاع استوانه ۲۰cm باشد محیط قاعده ی استوانه چه قدر است؟

۱)۳۶ cm ۲)۷۲۰cm ۳)۲۴cm ۴)۳۰ cm

۴- مستطیلی را حول محوری که از وسط عرض آن می گذرد‘ دوران می دهیم. اگر طول وعرض مستطیل به ترتیب ۶/۵و۴سانتی متر باشد گنجایش شکل حاصل چند سانتی متر مکعب است؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۵-حجم حاصل از دوران یک متوازی الاضلاعی به شکل زیر حول ضلع ۶ سانت را به دست آورید.



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir


فصل هفتم
توان و جذر

همان‌طور که در دوره‌ی ابتدایی دیده‌اید، جمع یک عدد با خودش به صورت متوالی را با ضرب خلاصه می‌کردیم.

می‌خوانیم ۵ تا ٤ $٤+٤+٤+٤+٤=٥\times٤$

می‌خوانیم ٤ تا a $a+a+a+a=٤\times a$

حال می‌خواهیم ضرب متوالی یک عدد در خودش را خلاصه نماییم. این کار را با توان انجام می‌دهیم به این ترتیب که عدد را نوشته و تعداد دفعاتی را که عدد در خودش ضرب شده است. در گوشه سمت راست بالای عدد می‌نویسیم.

$٥\times٥\times٥=٥^{٣}$

*۳ توان و ۵ را پایه می‌گویند.

$a\times a\times a\times a=a^{٤}$

*توان به تعداد دفعاتی گفته می‌شود که عدد ضرب می‌شود.

* توان (خلاصه نویسی در ضرب)

نکته: هر عدد به تنهایی دارای توان یک می‌باشد و معمولاً این توان را نمی‌نویسند.

$٣=٣^{١}$

* هر عدد به توان یک برابر است با خودش

حاصل روبرو را بیابید $١^{٥}=١\times١\times١\times١\times١=١$

* **نکته**: یک به هر توانی برسد برابر همان یک است.

مبهم $٠^{٠}=$ $٠^{٥}=٠$

* صفر به هر توانی (به غیر صفر) برسد همان صفر می‌شود.

مثالهای روبرو را بخوانید.

دو به توان ۵ $۲^{۵}$

$\frac{۱}{۳}$ به توان ٤ $\rightarrow (\frac{۱}{۳})^{٤}$ یک به توان ۷: $۱^{۷}$ صفر به توان ٤ $۰^{٤}$

به ***مثال***های زیر توجه کنید.

$۱۰^{۱} = ۱۰$

$۱۰^{۲} = ۱۰۰$

$۱۰^{۳} = ۱۰۰۰$

$۱۰^{٤} = ۱۰۰۰۰$

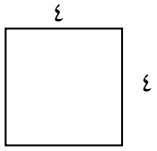
$\vdots$

$۱۰^{۱۰۰} = \underbrace{۱۰۰۰.....}_{\text{۱۰۰ تا}}$

$۱۰^{n} = \underbrace{۱۰۰۰...}_{\text{n تا}}$

نکته: ۱۰ به هر توانی برسد، به تعداد توانش صفر می‌گیرد.

مساحت مربع زیر را بدست آورید؟

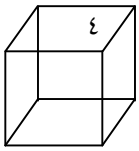


٤×٤=١٦

* **نکته** توان دوم هر عدد را مربع آن عدد یا مجذور آن عدد می‌گویند.

- مجذور عدد ٤ را بنویسید: $(٤)^{۲} = ۱٦$

حجم مکعب روبرو را بیابید.



٤×٤×٤

* توان سوم هر عدد را مکعب آن عدد می‌گویند.

- مکعب عدد ٤ را بنویسید. $٤^{٣}=٤\times٤\times٤$

اشتباهات بزرگ

$(\frac{٣}{٥})^{٢}$ با $\frac{٣^{٢}}{٥}$ با فرق دارند.

$$(\frac{٣}{٥})^{٢}=\frac{٣}{٥}\times\frac{٣}{٥}=\frac{٩}{٢٥}$$

$$\frac{٣^{٢}}{٥}=\frac{٣\times٣}{٥}=\frac{٩}{٥}$$

* **نکته** $(\frac{a}{b})^{n}\neq\frac{a^{n}}{b}$

یعنی اگر بخواهیم یک کسر را به توان برسانیم، باید کل کسر داخل پرانتز باشد.

$$\begin{cases}(\frac{٢}{٣})^{٣}=\frac{٢}{٣}\times\frac{٢}{٣}\times\frac{٢}{٣}=\frac{٨}{٢٧}\\ \frac{٢^{٣}}{٣}=\frac{٢\times٢\times٢}{٣}=\frac{٨}{٣}\end{cases}\Rightarrow\frac{٨}{٢٧}\neq\frac{٨}{٣}$$

نکته: $(\frac{١}{a})^{n}=\frac{١^{n}}{a^{n}}=\frac{١}{a^{n}}$

مثال: $(\frac{١}{٣})^{٥}=\frac{١}{٣^{٥}}$

$(-٣)^{٢}$ با $-٣^{٢}$ فرق می‌کند:

$$(-٣)^{٢}=(-٣)\times(-٣)=+٩$$
$$-٣^{٢}=-٣\times٣=-٩$$

نکته:

$$\begin{cases}(-a)^{۲}=+a\\-a^{۲}=-a\end{cases}$$

$۳^{۲}$ با $۲^{۳}$ فرق می‌کند: (توان، خاصیت جابه‌جایی نداره!)

$$۳^{۲}=۳\times۳=۹$$
$$۲^{۳}=۲\times۲\times۲=۸$$

چرا هر عدد به توان یک برسد برابر خودش است؟

جواب: $۵^{۲}=۵\times۵$ $۵^{۴}=۵\times۵\times۵\times۵$

پس نتیجه می‌گیریم $۵^{۱}=۵$ است. $۵^{۳}=۵\times۵\times۵$

یادمان بماند

عددهای توان‌دار رشد سریعی دارن البته دقت کنیم که:

* عددهای بزرگ‌تر از یک با زیاد شدن توان به سرعت بزرگ‌تر می‌شوند.

$۶^{۱۳}>۶^{۹}$ $۲^{۵}>۲^{۴}$ و

* عددهای بین صفر و یک، با زیادتر شدن توان، به سرعت کوچک‌تر می‌شوند.

$(\frac{۲}{۳})^{۵}<(\frac{۲}{۳})^{۳}$ $(۰/۵)^{۳}<(۰/۵)^{۲}$

* عددهای صفر و یک، با زیادتر شدن توان هیچ تغییری نمی‌کنند.

$۰^{۱۱}=۰^{۷}$ $۱^{۵}=۱^{۸}$

محاسبه عبارت‌های توان‌دار

با ترتیب انجام عملیات ریاضی آشنا شده‌ایم حالا این ترتیب را کامل‌تر می‌کنیم:

۱- عبارت‌های داخل پرانتز (داخلی‌ترین پرانتز)

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۲- عددهای توان‌دار

۳- ضرب و تقسیم * در تمام مراحل از چپ به راست عمل می‌کنیم*

٤- جمع و تفریق

مثالهای زیر را توجه کنید.

$$۶^{۳}+۲^{۲}=۲۱۶+۴=۲۲۰$$

$$۵^{۱}-۱^{۶}=۵-۱=۴$$

$$\frac{۱^{۱}+۳^{۱}\times۵^{۲}}{۴^{۲}-۱۰\div۲}=\frac{۱+۳\times۲۵}{۱۶-۱۰\div۲}=\frac{۱+۷۵}{۱۶-۵}=\frac{۷۶}{۱۱}$$

یادمان باشد

وقتی یک عدد مثبت به توان زوج برسد.

$$\begin{cases}(a)^{۲}=a^{۲}\\ a^{۲}=a^{۲}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}(+۳)^{۲}=۹\\ +۳^{۲}=۹\end{cases}$$

وقتی یک عدد منفی به توان زوج برسد.

$$\begin{cases}(-a)^{۲}=a^{۲}\\ -a^{۲}=-a^{۲}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}(-۳)^{۲}=+۹\\ -۳^{۲}=-۹\end{cases}$$

وقتی یک عدد مثبت به توان فرد برسد.

$$\begin{cases}(+a)^{۳}=a^{۳}\\ +a^{۳}=a^{۳}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}(+۳)^{۳}=+۲۷\\ +۳^{۳}=+۲۷\end{cases}$$

وقتی یک عدد منفی به توان فرد برسد.

$$\begin{cases}(-a)^{۳}=-a^{۳}\\ -a^{۳}=-a^{۳}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}(-۳)^{۳}=-۲۷\\ -۳^{۳}=-۲۷\end{cases}$$

در توان‌های فرد بودن یا نبودن علامت پرانتز فرقی نمی‌کند

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

- چرا هر عدد غیرصفر به توان صفر برسد حاصلش یک می‌شود؟

$$۲^{۵} \to ۲^{۴} \to ۲^{۳} \to ۲^{۲} \to ۲^{۱} \to ۲^{۰} \Rightarrow ۲^{۰} = ۱$$

$$۳۲ \to ۱۶ \to ۸ \to ۴ \to ۲ \to ۱ \qquad a^{۰} = ۱$$

گسترده‌نویسی یکی از کارهایی است که با توان راحت‌تر انجام می‌گیرد.

مثال: ۳۵۴ را به صورت گسترده بنویسید.

د	ی	ص
۴	۵	۳

$$\to ۳۰۰+۵۰+۴ = ۳\times۱۰۰+۵\times۱۰+۴ \to$$
$$۳\times۱۰^{۲}+۵\times۱۰^{۱}+۴\times۱۰^{۰}$$

پس هر عددی را می‌توان به صورت توانی بنویسیم

- دوستان خوبم آیا ب.م.م . ک.م.م در فصل گذشته را به یاد دارید ما می‌توانیم با توان راه جالب‌تری برای ب.م.م و ک.م.م بیابیم.

ب.م.م دو عدد ۳۶ و ۲۴۰ را بیابید.

$$\left.\begin{matrix} ۳۶ = ۲^{۲}\times۳^{۲} \\ ۲۴۰ = ۲^{۴}\times۳\times۵ \end{matrix}\right\} \to (۳۶,۲۴۰) = ۲^{۲}\times۳ = ۱۲$$

* ب.م.م دو عدد می‌شود: حاصل ضرب عامل‌های مشترک با توانی که کم‌تر است.

مثال:

ک.م.م دو عدد ۳۶ و ۲۴۰ را بیابید.

$$\begin{cases} ۳۶ = ۲^{۲}\times۳^{۲} \\ ۲۴۰ = ۲^{۴}\times۳\times۵ \end{cases} \to [۳۶,۲۴۰] = ۲^{۴}\times۳^{۲}\times۵ = ۷۲۰$$

ک.م.م دو عدد می‌شود: حاصل ضرب همه‌ی عامل‌های دو عدد؛ البته عامل‌های مشترک و غیرمشترک با بیش‌ترین توان

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ساده کردن عبارت‌های توان‌دار

ضرب عددهای توان‌دار با پایه‌های مساوی

به تساوی زیر نگاه کنید چه نتیجه‌ای می‌گیرید.

$$۸^{۳} \times ۸^{۲} = (۸ \times ۸ \times ۸) \times (۸ \times ۸) = ۸^{۵} \rightarrow ۸^{۳+۲}$$

با توجه به ***مثال*** بالا برای ساده کردن ضرب عددهای توان‌دار با پایه‌های مساوی

* پایه‌ی مشترک را نوشته و توان‌ها را با هم جمع می‌کنیم*

$$a^{n} \times a^{m} = a^{m+n}$$

آیا می‌توانید اعداد اعشاری زیر را به کسر تبدیل کنید و تا حد امکان ساده نماید و کسر برابر اعداد اعشاری را بیابید.

$$۰/۱۲۵ = \frac{۱۲۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۸} \qquad ۰/۵ = \frac{۵}{۱۰} = \frac{۱}{۲}$$
$$۱/۵ = \frac{۱۵}{۱۰} = \frac{۳}{۲} \qquad ۰/۲۵ = \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۴}$$
$$۰/۲ = \frac{۲}{۱۰} = \frac{۱}{۵} \qquad ۰/۷۵ = \frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{۳}{۴}$$

حالا با توجه به آنچه در بالا بدست آمده ***مثال***های زیر را حل کنید.

مثال:

$$\underbrace{(۰/۲۵)^{۱۰} \times (\frac{۱}{۴})^{۵}}_{۰/۲۵=\frac{۱}{۴}} = (\frac{۱}{۴})^{۱۵}$$

$$\underbrace{(۰/۲)^{۱۷} \times (\frac{۱}{۵})}_{۰/۲=\frac{۱}{۵}} = (۰/۲)^{۱۸}$$

یادمان باشد اشتباه نکنیم

اگر بخواهیم $(-۳)^{۳} \times (-۳)^{۶}$ را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسیم جواب می‌شود $(-۳)^{۹}$ و حواسمان باشد که اینجا نگوییم منفی در منفی مثبت می‌شود.

مثال: ۲ برابر $۲^{۸}$ را بدست آورید. $۲ \times ۲^{۸} = ۲^{۹}$

۱۶ برابر $۲^{۸}$ را بدست آورید. $۱۶ \times ۲^{۸} = ۲^{۴} \times ۲^{۸} = ۲^{۱۲}$

بیشتر بدانیم

توان یک عدد توان‌دار

آیا می‌دانید که اگر یک عدد توان‌دار به توان جدیدی برسد حاصلش چگونه بدست می‌آید؟

$(۶^{۲})^{۳} \Rightarrow$ $۶^{۲}$ به توان ۳ (تعداد تکرار)

$$(۶^{۲})^{۳} = ۶^{۲} \times ۶^{۲} \times ۶^{۲} = ۶^{۶} \Rightarrow (۶^{۲})^{۳} \rightarrow ۶^{۲\times۳} = ۶^{۶}$$

$$۶^{۲+۲+۲} = ۶^{۳\times۲}$$

* **نکته**: هر گاه یک عبارت توان‌دار درون پرانتز به توان دیگری برسد با توجه به معنی که در بالا گفته شد توان‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$(a^{m})^{n} = a^{m\times n}$$

مثال: حاصل را به صورت توان‌دار بنویسید.

$$(۳^{۵})^{۲} = ۳^{۱۰}$$

دوستان خوبم حتماً برای شما این سوال پیش آمده که اگر پرانتز وجود نداشت چه اتفاقی می‌افتاد؟

$$۳^{۵^{۲}} = ???$$

آیا می‌توانید جمله را بخوانید. ۳ به توان ۵ به توان ۲

پس توان‌ها را از آخرین توان انجام می‌دهیم. $۳^{۵^{۲}} = ۳^{۵\times۵} = ۳^{۲۵}$

پس هرگاه عدد توان‌داری به توان برسد بدون داشتن یک پرانتز با توجه به آنچه بالا گفته شد.

a^{m^n} = m را به توان n می‌رسانیم

$a^{m^n} \neq (a^m)^n$

مثال: $۱۶^{۲}$ برابر عدد $۲^{۷}$ را بنویسید.

$$۱۶^{۲}\times۲^{۷} = (۲^{٤})^{۲}\times۲^{۷} = ۲^{۸}\times۲^{۷} = ۲^{۱۵}$$

ضرب عددهای توان‌دار با توان‌های مساوی

به ***مثال***‌های زیری توجه کنید چه نتیجه‌ای خواهید گرفت

$$٤^{۳}\times۵^{۳} = ٤\times٤\times٤\times۵\times۵\times۵ = ۲۰\times۲۰\times۲۰ = ۲۰^{۳}$$

چه نتیجه‌ای گرفتید: هرگاه دو عدد توان‌دار با توان‌های مساوی داشته باشیم توان مشترک را می‌نویسیم و پایه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

$$a^m \times b^m = (a\times b)^m$$

مثال: حاصل به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$(۰/٤)^{۹}\times(۰/۳)^{۹} = (۰/٤\times۰/۳)^{۹} = (۰/۱۲)^{۹}$$

$$(\frac{۲}{۳})^{۵}\times(\frac{۹}{۷})^{۵} = (\frac{۲}{۳}\times\frac{۹۳}{۷})^{۵} = (\frac{٦}{۷})^{۵}$$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

- برای حل تمرین زیر بهتر است از کدام روش استفاده کنیم $۲^۵ \times ۲^۵ = ?$.

$۲^۵ \times ۲^۵ = ۴^۵$ → راه حل اول

$۲^۵ \times ۲^۵ = ۲^{۵+۵} = ۲^{۱۰}$ → راه دوم

یادمان باشد $(۳ \times a)^۵$ توان مال هر دو عبارت داخل پرانتز است پس حاصلش برابر است با

$$(۳ \times a)^۵ = ۳^۵ \times a^۵$$

عددها و عبارت‌های توان‌دار را می‌توان باز کرد و به شکل ضرب چند عدد اول توان‌دار نوشت.

$$۱۵^۷ = (۳ \times ۵)^۷ = ۳^۷ \times ۵^۷$$

مثال: حاصل عبارت زیر را بدست آورید به صورت توان‌دار

$$۶^۵ \times ۲^۷ \times ۳^۷ = (۲ \times ۳)^۷ \times ۶^۵ = ۶^{۱۲}$$

$$۲^۷ \times ۳^۳ \times ۹^۷ \times ۶^۳ = (۲^۷ \times ۹^۷) \times (۳^۳ \times ۶^۳) = ۱۸^۷ \times ۱۸^۳ = ۱۸^{۱۰}$$

نکته ای دیگر: در ضرب اعداد توان‌دار، اگر پایه‌ها و نماها هیچکدام مساوی نباشد، باید هرکدام از توان‌ها را محاسبه کرده و به صورت عدد درآوریم. پس در هم ضرب کنیم.

بعضی وقت‌ها، جمع و تفریق عددها و عبارت‌های توان‌دار رو هم می‌شه ساده‌تر کرد و به صورت یک عدد توان‌دار نوشت:

مثال:

$$\underbrace{۳^۵ + ۳^۵ + ۳^۵}_{\text{۳ تا}} = ۳ \times ۳^۵ = ۳^۶ \qquad \underbrace{۲^۵ + ۲^۵}_{\text{۲ تا}} = ۲ \times ۲^۵ = ۲^۶$$

تقسیم اعداد توان‌دار با پایه‌های مساوی

به تساوی روبرو نگاه کنید:

$$\underbrace{۸^۳ \div ۸^۲ = \frac{۸ \times ۸ \times ۸}{۸ \times ۸} = ۸^۱}_{۸^{۳-۲}}$$

* در تقسیم اعداد توان‌دار، اگر پایه‌ها مساوی باشند یکی از پایه‌ها را نوشته و توان‌ها را از هم کم می‌کنیم.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(۰/۳)^{۱۷} \div (\frac{۳}{۱۰})^{۷} = (\frac{۳}{۱۰})^{۱۰}$$

تقسیم اعداد توان‌دار با پایه‌ها نامساوی و توان‌های مساوی:

به تساوی زیر نگاه کنید.

$$۸^۳ \div ۴^۳ = \underbrace{\frac{۸\times۸\times۸}{۴\times۴\times۴} = \frac{۸}{۴}\times\frac{۸}{۴}\times\frac{۸}{۴}}_{(\frac{۸}{۴})^۳=۲^۳} = ۲\times۲\times۲ = ۲^۳$$

* اگر توان‌ها مساوی باشد یکی از توان‌ها را می‌نویسیم و پایه‌ها را برهم تقسیم می‌کنیم.

نکته: در تقسیم اعداد توان‌دار اگر هم پایه‌ها و هم توان‌ها مساوی باشند به یکی از دو روش قبل عمل می‌کنیم که در هر دو حالت، حاصل برابر است با یک

$$a^n \div a^n = a^{n-n} = a = ۱$$
$$a^n \div a^n = (\frac{a}{a})^n = ۱^n = ۱ \rightarrow \begin{cases} ۳^۴ \div ۳^۴ \rightarrow ۳^۰ = ۱ \\ ۳^۴ \div ۳^۴ \rightarrow (\frac{۳}{۳})^۴ = ۱^۴ = ۱ \end{cases}$$

فاکتورگیری در اعداد توان‌دار

منظور از فاکتورگیری کردن جدا کردن جمله‌ی مشترک موجود در بین دو یا چند جمله‌ی مختلف و نوشتن آن‌ها به صورت ضرب دو عبارت جبری است. برای درک بهتر به ***مثال*** ساده زیر توجه کنید:

$$۱۲ + ۱۵ - ۹ = ۳\times۴ + ۳\times۵ - ۳\times۳ = ۳\times(۴+۵-۳)$$

هر سه عدد ۱۲ و ۱۵ و ۹ بر ۳ بخش‌پذیرند پس ب.م.م آن‌ها که عدد ۳ است را می‌توان به عنوان عامل مشترک جدا کرد و با عمل ضرب پشت پرانتزی قرار داد که درون آن حاصل تقسیم هریک از اعداد ۱۲ و ۱۵ و ۹ بر ۳ نوشته است.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

عبارت‌های زیر را به صورت ضرب دو عدد بنویسید.

$$۲^{۱۵}-۲^{۱۴}=۲\times۲^{۱۴}-۱\times۲^{۱۴}=۲^{۱۴}(۲-۱)=۲^{۱۴}$$

از دو تا $۲^{۱۴}$ اگر یک $۲^{۱۴}$ کم شود حاصلش: $۲^{۱۴}$ می شود.

۲ تا $۲^{۱۴}$ حاصلش $۲^{۱۵}$ می‌شود.

$$۳^{۵}-۳^{۴}+۳^{۶}=۳\times۳^{۴}-۱\times۳^{۴}+۳^{۲}\times۳^{۴}=$$
$$۳^{۴}(۳-۱+۳^{۲})=۳^{۴}\times۱۱$$

* **نکته**: فاکتورگیری فقط زمانی که بین اعداد (جمله‌ها) جمع و یا تفریق وجود دارد استفاده می‌شود.

مقایسه توان‌ها

دو عدد توان‌دار را می‌توان با یکی از روش‌های زیر مقایسه کرد

۱- با تجزیه پایه‌ها، پایه‌های مساوی ایجاد کنیم، آن‌گاه هر عددی که توان بیشتری داشته باشد بزرگ‌تر است.

مثال: کدام یک از اعداد $۲۷^{۱۰}$ و $۸۱^{۹}$ بزرگ‌تر است؟

ابتدا با بدست آوردن ب.م.م توان‌ها توانها مساوی ایجاد می‌کنیم پس هر عددی که پایه بیش‌تری داشته باشد بزرگ‌تر است.

$$۸۱^{۹}=(۳^{۴})^{۹}=۳^{۳۶} \qquad (۸۱)^{۹}<(۲۷)^{۱۰}$$
$$۲۷^{۱۰}=(۳^{۳})^{۱۰}=۳^{۳۰} \qquad ۳^{۳۶}<۳^{۳۰}$$

* **نکته**: اگر پایه‌های عددی توان‌دار را تجزیه کردید، حاصل آن را درون پرانتز قرار دهید تا توان ایجاد شده در توان قبلی ضرب شود.

۲- اگر پایه‌ها تجزیه نشدند. از ب.م.م توان‌ها استفاده می‌کنیم.

مثال: $۲^{۳۳}$ و $۳^{۲۲}$ را با هم مقایسه کنید.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

پایه‌های ۲و۳ تجزیه ناپذیرند؛ پس توان‌های مساوی ایجاد می‌کنیم. ب.م.م دو عدد۲ ۲ و ۳۳ عدد ۱۱ است.

$$(۲۲,۳۳)=۱۱$$

$$۲^{۳۳}=(۲^{۳})^{۱۱}=۸^{۱۱} \qquad ۳^{۲۲}=(۳^{۲})^{۱۱}=۹^{۱۱}$$

$$۲^{۳۳}<۲^{۲۲}$$

$$۸^{۱۱}<۹^{۱۱}$$

روش‌هایی برای ضرب و تقسیم اعداد توان‌دار

۱- دسته کردن اعداد توان‌دار

در بعضی از مسائل می‌توان با جابه‌جا کردن و دسته‌بندی کردن به صورتی تغییرات ایجاد کنیم که با یکی از قواعد ضرب و تقسیم اعداد توان‌دار به یک عدد توان‌دار تبدیل کرد.

$$٤^{٤}\times٦^{٥}\times٣^{٤}\times٢^{٥}=(٤^{٤}\times٣^{٤})\times(٦^{٥}\times٢^{٥})=١٢^{٤}\times١٢^{٥}=١٢^{٩}$$

۲- یکی کردن پایه‌ها

اگر پایه‌ها، توانی از یک عدد مشترک باشند می‌توان پایه‌ها را یکسان کرد و از قواعد ضرب و تقسیم با پایه‌های مساوی استفاده کرد.

$$۳۲^{٤}\times١٦^{٥}\times٨^{٣}=(٢^{٥})^{٤}\times(٢^{٤})^{٥}\times(٢^{٣})^{٣}=$$
$$٢٠^{٢٠}\times٢٠^{٢٠}\times٢^{٩}=٢^{٤٩}$$

۳- یکی کردن توان‌ها

اگر توان‌ها ب.م.م مشترکی داشته باشند می‌توانیم با استفاده از قاعده‌ی یکسان‌سازی توان‌ها استفاده کنیم.

$$٢^{٧٥}\times٣^{٥٠}=(٢^{٣})^{٢٥}\times(٣^{٢})^{٢٥}$$
$$=٨^{٢٥}\times٩^{٢٥}$$
$$=٧٢^{٢٥} \qquad (٧٥,٥٠)=٢٥$$

مربع یا مجذور کامل چه عددی است؟

عددی را مربع یا مجذور کامل می‌نامند که پس از تجزیه، تمام توان‌های آن مضربی از ۲ باشند (زوج باشند)

مثال: کدام‌یک از اعداد زیر مربع کامل است؟

توانش فرد است $\quad ۸^۹ \to (۲^۳)^۹ \to ۲^{۲۷}$

پس غلط است

توانش زوج است $\quad ۲\times ۸^۵ \to ۲\times (۲^۳)^۵ \to ۲\times ۲^{۱۵} = ۲^{۱۶} \to$

پس مربع کامل است

توانش فرد است $\quad ۸^۵ \times ۴^۵ \to (۲^۳)^۵ \times (۲^۲)^۵ \to ۲^{۱۵} \times ۲^{۱۰} \to ۲^{۲۵} \to$

پس مربع کامل نیست

* **نکته**: برای تبدیل یک عدد به مربع کامل، باید پس از تجزیه کردن، تمام توان‌های آن را زوج کنیم.

عدد ۵۶ را حداقل در چه عدد طبیعی ضرب کنیم تا مجذور کامل شود؟

$$۵۶ = ۲^۳ \times ۷ \xrightarrow{\times ۲\times ۷} ۲^۴ \times ۷^۲ = ۲۸^۲$$

هر دو توان فرد است، پس کافی است به هر توان یک واحد اضافه شود پس باید در $۲^۱\times ۷^۱$ ضرب شود.

بنابراین حداقل باید در عدد ۱۴ ضرب کنیم تا مجذور کامل شود.

– مکعب کامل چه عددی است؟

عددی مکعب کامل است که پس از تجزیه به عوامل اول همه‌ی توان‌های آن بر ۳ بخش‌پذیر باشند.

عدد $۳^۷\times ۴^۲\times ۵^۶$ حداقل در چه عددی طبیعی ضرب شود تا حاصل مکعب کامل شود؟

ابتدا عدد را به عوامل اول تجزیه می‌کنیم و پس تمام توان‌ها را به صورت مضربی از ۳ تبدیل می‌کنیم.

$$۳^۷ \times (۲^۲)^۲ \times ۵^۶ \xrightarrow{۳^۲\times ۲^۲} ۳^۹ \times ۲^۶ \times ۵^۶$$

* **نکته**: برای بدست آوردن تعداد مربع‌های کامل یا مکعب‌های کامل در یک دسته از اعداد کافی است اولین مربع یا مکعب کامل و آخرین مربع یا مکعب کامل آن دسته را پیدا کنید و پس تعداد اعداد مربع یا مکعب کامل بین آن‌ها را شمرد.

مثال: بین $۲^{۶}-۲$ و $۳^{۶}+۳$ چند مربع کامل وجود دارد؟

اولین مربع کامل این دسته عدد $۲^{۶}$ و آخرین مربع کامل $۳^{۶}$ است.

اولین عدد $\rightarrow ۸^{۲} \rightarrow (۲^{۳})^{۲} \rightarrow ۲^{۶}$

آخرین عدد $\rightarrow ۲۷^{۲} \rightarrow (۳^{۳})^{۲} \rightarrow ۳^{۶}$

پس:

$۸^{۲}, ۹^{۲}, \ldots ۲۷^{۲}$ تعداد $= (۲۷-۸)+۱=۲۰$

* **نکته**: برای بدست آوردن یک عدد بین دو عدد توان‌دار، می‌توان عددی با توان و پایه‌های مساوی در هر دو ایجاد کرد و به صورت $x \times a^{b}$ و $y \times a^{b}$ نوشت آنگاه کافی است عددی بین x, y بدست آورد و در کنار آن a^{b} را ضرب نمود.

مثال: بین $۵^{۳}$ و $۵^{۵}$ دو عدد پیدا کنید که بر ۹ بخش‌پذیر باشد.

پاسخ: ابتدا عددی توان‌دار با پایه و توان مساوی در هر دو ایجاد کنیم. چون $۵^{۳}$ کوچک‌تر است، پس:

$$۱ \times ۵^{۳} < A < ۵^{۲} \times ۵^{۳}$$
$$۱ \times ۵^{۳} < A < ۲۵ \times ۵^{۳}$$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

اعدادی که بین ۱ تا ۲۵ باشند و بر ۹ بخش‌پذیر باشند اعداد ۹ و ۱۸ هستند: پس عددهای موردنظر عبارتند از: ۱۸×۵^{۳} ۹×۵^{۳}

اگر $۲^{۱۰}=۱۰۲۴$ باشد آیا می‌توانید $۲^{۱۲}$ را حساب کنید.

طبق تساوی بالا $۲^{۱۰}=۱۰۲۴$ است.

$$۲^{۱۲}=۲^{۱۰}\times۲^{۲}$$
$$۲^{۱۲}=۱۰۲۴\times۴=۴۰۹۶$$

توان جبری «حروفی»

از ***مثال*** بالا استفاده می‌کنیم و گاهی که در توان یک عدد توان‌دار از حروف استفاده می‌شود مقدار آن را پیدا می‌کنیم به ***مثال*** زیر توجه کنید.

اگر $۳^{x}=۴$ باشد مقدار عبارت‌های زیر را بدست آورید:

$۳^{x-۱}$ $۳^{x+۲}$

$۳^{x-۱}=۳^{x}\div۳^{۱}$ $۳^{x+۲}=۳^{x}\times۳^{۲}$

پایه‌ها مساوی بوده توان‌ها کم شده پایه‌ها مساوی بوده توان‌ها جمع شده

$۳^{x-۱}=۴\div۳=\frac{۴}{۳}$ $۳^{x+۲}=۴\times۹=۳۶$

طبق صورت مسئله $۳^{x}=۴$ طبق صورت مسئله $۳^{x}=۴$

پیدا کردن تعداد ارقام یک عدد توان‌دار

تساوی‌های زیر را حل کنید و نتیجه خود را بیان کنید.

۱+ توان ده = تعداد ارقام → دو رقمی → $۱۰^{۱}=۱۰$

۱+ توان ده = تعداد ارقام → سه رقمی → $۱۰^{۲}$ → ۱۰۰

۱+ توان ده= تعداد ارقام ← چهار رقمی ← ۱۰۰۰← $۱۰^{۳}$

پس اگر توانی از ۱۰ بنویسیم می‌توانیم تعداد ارقامش را بیابیم.

عدد ۱۰ ← از۲و۵ ساخته شده پس عامل‌های ۲و۵ با توان‌های مساوی را می‌یابیم

(**توجه**: توان صفر و کسری و منفی نداشته باشد)

عدد $۲۵^{۸} \times ۸^{۷}$ چند رقمی است؟

$$۲۵^{۸} \to (۵^{۲})^{۸} = ۵^{۱۶}$$
$$۸^{۷} \to (۲^{۳})^{۷} = ۲^{۲۱}$$

$۵^{۱۶} \times ۲^{۲۱}$

عدد $۲^{۲۱}$ را می شکنیم به صورت $۲^{۱۶} \times ۲^{۵}$ می‌نویسیم.

$$۵^{۱۶} \times ۲^{۱۶} \times ۲^{۵} \to ۱۰^{۱۶} \times ۲^{۵} \to ۳۲ \times ۱۰^{۱۶}$$

۱۸=۲+۱۶ رقم ← ۳۲ /۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰/۰۰۰ (دو رقم)

« توان منفی»

در تقسیم اعداد توان‌دار با پایه‌های مساوی اگر توان عدد اول کوچک‌تر باشد حاصل، عدد با توان منفی بدست می‌آید:

$$۳^{۳} \div ۳^{۷} = ۳^{۳-۷} = ۳^{-۴}$$
$$۳^{۳} \div ۳^{۷} = \frac{۳ \times ۳ \times ۳}{۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳ \times ۳} = \frac{۱}{۳^{۴}}$$

$$۳^{-۴} = \frac{۱}{۳^{۴}}$$

در نتیجه برای تبدیل هر عدد با توان منفی به توان مثبت کافی است پایه را معکوس کنیم :

$$a^{-n} = \frac{۱}{a^n} \quad a \neq ۰$$

توجه: اگر عددی با توان منفی در صورت یا مخرج کسری قرار داشته باشد با جابه‌جا کردن عدد در صورت و مخرج توان مثبت می‌شود:

$$\frac{۳^{-۲}}{٤^{-۵}} = \frac{٤^{۵}}{۳^{۲}}$$

جذر

با مفهوم مجذور آشنا شدید (توان دوم هر عدد) جذر درست بر عکس مجذور است. یعنی عدد به توان ۲ رسیده را به ما می‌دهند و از ما می‌خواهند بگوییم چه عددی به توان ۲ رسیده تا این عدد تولید شده است.

مجذور سه($۳^۲$)= نه و جذر نه مساوی سه می باشد.

جذر عدد a عددی است مانند b به طوریکه اگر b را در خودش ضرب کنیم عدد a بدست آید جذر را با علامت « $\sqrt{\ }$ رادیکال» نمایش می‌دهیم.

عدد a را مجذور و عدد b را جذر می‌نامیم $\sqrt{a} = b$

می‌دانیم $۵^۲ = ۵ \times ۵ = ۲۵$ است که ۲۵، توان دوم یا مجذور ۵ می‌باشد عدد ۵ را ریشه‌ی دوم یا جذر ۲۵ می‌نامیم. به همین ترتیب عدد ۷، ریشه‌ی دوم یا جذر ٤۹ می‌باشد عدد (۷-) نیز ریشه‌ی دوم یا جذر ٤۹ است، زیرا $(-۷)^۲ = ٤۹$ ریشه‌های دوم ٤۹ را به صورت $\sqrt{٤۹}$ و $-\sqrt{٤۹}$ نمایش می‌دهیم.

یادمان باشد

جذر و ریشه‌ی دوم فرقی با هم ندارن، اما وقتی از علامت رادیکال استفاده می‌کنیم، جذر یا ریشه‌ی نامنفی یک عدد را می‌خواهیم:

جذر یا ریشه‌های دوم ۹: عبارتند از ۳ و۳-

اما رادیکال ۹ فقط می‌شود ۳ $(\sqrt{۹}=۳)$

$\sqrt{۰}=۰$

$\sqrt{۱}=۱\Rightarrow(۱\times۱=۱)$ $\sqrt{۲۵}=۵$ $\sqrt{۸۱}=۹$

$\sqrt{٤}=۲\Rightarrow(۲\times۲=٤)$ $\sqrt{۳٦}=٦$ $\sqrt{۱۰۰}=۱۰$

$\sqrt{۹}=۳\rightarrow(۳\times۳=۹)$ $\sqrt{٤۹}=۷$ $\sqrt{۱۲۱}=۱۱$

$\sqrt{۱٦}=٤\rightarrow(٤\times٤=۱٦)$ $\sqrt{٦٤}=۸$ $\sqrt{۱٤٤}=۱۲$

❋ اعداد منفی جذر ندارند

زیرا حاصل ضرب دو عدد منفی عددی مثبت و حاصل ضرب دو عدد مثبت هم عددی مثبت می‌باشد. یعنی هیچ‌گاه حاصل ضرب دو عدد هم علامت منفی نمی‌شود.

کاربرد جذر در هندسه

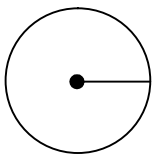
مساحت مربعی ٦٤ سانتی‌متر مربع می‌باشد اندازهٔ هر ضلع آن را بدست آورید.



مساحت = یک ضلع × خودش = ٦٤ $\Rightarrow \square^{\wedge}\times\square^{\wedge}$

$\sqrt{٦٤}=۸$

مساحت دایره‌ای ۵۰/۲٤ سانتی‌مترمربع می‌باشد. اندازه شعاع دایره را بدست آورید.



مساحت دایره = شعاع × شعاع × ۳/۱٤

شعاع = ۵۰/۲٤

۵۰/۲٤ = ۳/۱٤ × □ × □

$\square\times=\frac{۵۰/۲٤}{۳/۱٤}=۱٦$

$\sqrt{۱٦}=٤$

* بعضی از عددها جذر دقیق دارند که به آن مجذور کامل یا مربع کامل می‌گویند.

$$۱,٤,۹,۱٦,۲٥,\ldots n^{۲}$$

عددهایی که مربع کامل نباشند جذر دقیقی ندارند ولی می‌توانیم محدوده‌ی جذر این عددها را به کمک مربع کامل قبل و بعد از آن‌ها بدست آوریم.

مثال: مربع‌های کامل قبل و بعد از عدد $\sqrt{۲۰}$ را بنویسید.

$$\sqrt{۱٦} < \sqrt{۲۰} < \sqrt{۲٥}$$
$$٤ < \sqrt{۲۰} < ٥$$

حالا می‌خواهیم جذر تقریبی عدد $\sqrt{۲۰}$ را بدست آوریم.

$$\sqrt{۱٦} < \sqrt{۲۰} < \sqrt{۲٥}$$

می‌بینیم عدد $\sqrt{۲۰}$ به $\sqrt{۱٦}$ نزدیک‌تر است تا $\sqrt{۲٥}$ پس از جذر $\sqrt{۱٦} = ٤$ شروع می‌کنیم و مجذورهای ٤ و ٤/۱ و ٤/۲ و ... را حساب می‌کنیم این کار را تا جایی ادامه می‌دهیم که به عدد ۲۰ نزدیک‌تر شویم. جدول زیر چگونگی کار را نشان می دهد.

عدد	٤	٤/۱	٤/۲	٤/۳	٤/٤	٤/٥
مجذور	۱٦	۱٦/۸۱	۱۷/٦٤	۱۸/٤۹	۱۹/۳٦	۲۰/۲٥

$$\sqrt{۲۰} \approx ٤/٤$$

حالا می‌خواهیم جذر تقریبی عدد $\sqrt{۱۳}$ را بدست آوریم.

عدد ۱۳ به ۱٦ نزدیک‌تر است تا ۹ : از جذر $\sqrt{۹} < \sqrt{۱۳} < \sqrt{۱٦}$

$$۳ < \sqrt{۱۳} < ۴$$

٤ یعنی از ٤ شروع می‌کنیم و مجذورهای عددهای ٤ و ۳/۹ و ۳/۸ ... را حساب می‌کنیم. این کار را تا جایی ادامه می‌دهیم که به ۱۳ نزدیک‌تر شویم:

عدد	٤	۳/۹	۳/۸	۳/۷	۳/٦
مجذور	١٦	١٥/٢١	١٤/٤٤	١٣/٦٩	١٢/٩٦

$\sqrt{١٣} \approx ٣/٦$

بررسی چهار عمل اصلی رادیکال‌ها:

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{٤٩ \times ٢٥} = \sqrt{٤٩} \times \sqrt{٢٥}$$
$$٧ \times ٥ = ٣٥$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \qquad \sqrt{a \div b} = \sqrt{a} \div \sqrt{b} \quad (b \neq ٠)$$

$$\sqrt{\frac{١}{٦٤}} = \frac{\sqrt{١}}{\sqrt{٦٤}} = \frac{١}{٨}$$
$$\sqrt{١\frac{١٦}{٩}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٩}} = \frac{\sqrt{٢٥}}{\sqrt{٩}} = \frac{٥}{٣}$$

جمع و تفریق رادیکال‌ها

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$
$$\sqrt{٩+١٦} \neq \sqrt{٩} + \sqrt{١٦}$$
$$\sqrt{٢٥} \neq ٣+٤$$

در جمع و تفریق رادیکال‌ها ابتدا جمع و تفریق زیر رادیکال را انجام می‌دهیم پس جذر می‌گیریم

$$\sqrt{٢٥-١٦} = \sqrt{٩} = ٣$$

* تذکر: گاهی وقتا موقع ضرب هم مجبوریم همین کار را انجام دهیم

$$\sqrt{٢ \times ٨} = \sqrt{١٦} = ٤$$

بیشتر بدانیم

فرجه: (ریشه)

در حقیقت فرجه یا ریشه هر رادیکال عددی است که پاسخ رادیکال به توان آن می‌رسد و عدد زیر رادیکال را به وجود می‌آورد.

$$\sqrt{۲۵}=۵ \xrightarrow{\text{یعنی}} ۵^{۲}=۲۵$$

در ***مثال*** بالا مشاهده می‌کنید که عدد ۵ باید به توان ۲ برسد تا ۲۵ را پدید بیاورد و پس عدد ۲ همان فرجه یا ریشه‌ی رادیکال است.

* تذکر: رادیکال‌هایی که فرجه آن نوشته نمی‌شود. در واقع فرجه‌ی ۲ دارند همان طور که مثلاً عددی که توان نداشت توان آن را یک در نظر می‌گرفتیم

$$\sqrt[۲]{۹}=\sqrt{۹}=۳$$

توجه: همان طور که ملاحظه کردید پاسخ رادیکال به توان فرجه رسیده و عدد زیر رادیکال را ساخته است پس یک قاعده‌ی کلی می‌توان در نظر گرفت که البته فقط برای فرجه ۲ نیست بلکه برای هر فرجه‌ای می‌تواند درست باشد.

$$\sqrt[۲]{۶۴}=۸ \qquad ۸^{۲}=۶۴ \qquad \rightarrow \qquad \sqrt[n]{a}=b \Rightarrow b^{n}=a$$
$$\sqrt[۳]{۸}=۲ \qquad ۲^{۳}=۸$$

می‌توان نتیجه گرفت هرگاه بخواهیم ریشه‌ی عددی را بدست آوریم باید ببینیم چه عددی به توان فرجه می‌تواند آن عدد زیر رادیکال را تولید کند.

مثال: ریشه‌ی چهارم عدد ۸۱ چه عددی است؟

جواب: باید بدانیم چه عددی به توان ۴ برابر ۸۱ خواهد شد.

با کمی دقت می‌توان فهمید که این عدد ۳ می‌تواند باشد. $\sqrt[۴]{۸۱}=۳$ یا $۳^{۴}=۸۱$

نکته: برای تبدیل یک عدد رادیکالی به عددی توان‌دار از رابطه‌ی مقابل استفاده می‌کنیم $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

$$\sqrt[۵]{۳۲} \xrightarrow{\text{عدد را ۳۲ تجزیه می کنیم}} \sqrt[۵]{۲^۵} = ۲^{\frac{۵}{۵}} = ۲^۱ = ۲$$

$$\sqrt[۳]{۱۲۵} \xrightarrow{\text{عدد ۱۲۵ را تجزیه می کنیم}} \sqrt[۳]{۵^۳} = ۵^{\frac{۳}{۳}} = ۵^۱ = ۵$$

می‌توان نتیجه گرفت که در مواردی می‌توانیم از تجزیه‌ی کردن یک عدد در زیر رادیکال تقسیم کردن توان آن به فرجه پاسخی کامل (رُند) بدست آورد.

نکته: جذر اعداد توان‌دار زیر رادیکال را می‌توان با نصف کردن توان زوج آن‌ها به دست آورد.

$$\sqrt{۵^{۲۴}} = ۵^{۱۲}$$

نکته: جذر اعداد توان‌دار با پایه‌ی زوج و توان فرد

$$\sqrt{۴^{۱۵}} \to \sqrt{(۲^۲)^{۱۵}} = \sqrt{۲^{۳۰}} \to ۲^{۱۵}$$
$$\sqrt{۲^{۱۵}} \to \sqrt{۲^{۱۴} \times ۲} \Rightarrow \sqrt{۲^{۱۴}} \times \sqrt{۲} \to ۲^۷ \times \sqrt{۲}$$

نکته: در فرجه‌های فرد برخلاف فرجه‌های زوج علامت عدد زیر رادیکال مهم نیست

$$\sqrt[۳]{-۸} = (-۲) \to (-۲) \times (-۲) \times (-۲) = -۸$$
$$\sqrt[۵]{-۳۲} = (-۲) \to (-۲) \times (-۲) \times (-۲) \times (-۲) \times (-۲) = -۳۲$$

به طور کلی: اعداد منفی ریشه‌ی فرد دارند، اما ریشه‌ی زوج ندارند

$\sqrt{-۲۵}$ = تعریف نشده $\qquad \sqrt[۳]{-۲۷} = -۳$

جمع و تفریق رادیکال‌ها

فقط رادیکال‌هایی با هم جمع و یا از هم کم می‌شوند که فرجه‌های برابر و عدد زیر رادیکال برابری داشته باشند.

ضرب رادیکال‌ها

عددی که از سمت چپ در یک رادیکال ضرب شده است را ضرب آن رادیکال می‌گوییم. مثلاً در عبارت $۳\sqrt{۵}$ عدد ۳ را ضریب $\sqrt{۵}$ می‌گوییم زیرا $۳\sqrt{۵}$ می‌باشد یعنی ۳ در $\sqrt{۵}$ ضرب شده است.

نکته: می‌توان گفت فقط رادیکال‌هایی با هم جمع و یا از هم کم می‌شوند که فقط ضریب‌شان با هم متفاوت باشه ولی فرجه و زیر رادیکال یکی باشد. (ضریب برابر هم می‌تواند باشد)

عبارت زیر را ساده کنید.

$$-۳\sqrt{۷}+۶\sqrt{۷}=-۹\sqrt{۲}+۴=(-۳+۶)\sqrt{۷}+(-۹+۴)\sqrt{۲}=۳\sqrt{۷}-۵\sqrt{۲}$$

با دقت در ***مثال*** بالا متوجه می‌شویم که هرجا که رادیکال‌ها مثل هم و مشابه هم باشند ضریب‌های آن‌ها را با هم جمع و تفریق کردیم و سمت چپ رادیکال قرار دادیم.

$$۶\sqrt{a}-۲\sqrt{b}-۴\sqrt{a}-۱۰\sqrt{b}+۳\sqrt{a}=$$
$$۶\sqrt{a}-۴\sqrt{a}+۳\sqrt{a}-۲\sqrt{b}-۱۰\sqrt{b}=(+۶-۴+۳)\sqrt{a}+(-۲-۱۰)\sqrt{b}=۵\sqrt{a}-۱۲\sqrt{b}$$

نکته: اگر روی یک عدد چند رادیکال قرار داشته باشد و بین آن‌ها علامت ضرب باشد می‌توان فرجه‌های تمام رادیکال‌ها را در هم ضرب کرد و به جای همه‌ی رادیکال‌ها، یک رادیکال نوشت و فرجه‌ی جدید را به جای فرجه‌ی آن قرار داد.

$$\sqrt[a]{\sqrt[b]{\sqrt[c]{y}}}=\sqrt[abc]{y}$$

مثال:

$$\sqrt[۵]{\sqrt[۳]{\sqrt[۲]{۶۰}}}=\sqrt[۵\times۳\times۲]{۶۰}=\sqrt[۳۰]{۶۰}$$

$$\sqrt[۳]{\sqrt[۴]{\sqrt{۵^{۱۲}}}} = \sqrt[۳\times۴\times۲]{۵^{۱۲}} = \sqrt[۲۴]{۵^{۱۲}} = ۵^{\frac{۱۲}{۲۴}} = ۵^{\frac{۱}{۲}}$$

(رادیکال‌های تو در تو)

برای حل این رادیکال‌ها الویت ها را رعایت می‌کنیم و از داخلی‌ترین رادیکال شروع می‌کنیم

مثال:

$$\sqrt{۵+\sqrt{۱۱+\sqrt{۲۵}}} = \sqrt{۵+\sqrt{۱۱+۵}} = \sqrt{۵+\sqrt{۱۶}} = \sqrt{۵+۴} = \sqrt{۹} = ۳$$

مثال:

$$\sqrt{۲۹-\sqrt{۹+\sqrt{۴۹}}} = \sqrt{۲۹-\sqrt{۹+۷}} = \sqrt{۲۹-\sqrt{۱۶}} = \sqrt{۲۹-۴} = \sqrt{۲۵} = ۵$$

ساده کردن عبارت‌های رادیکالی

$$\sqrt{۷۵}+\sqrt{۴۸} = \sqrt{۲۵\times۳}+\sqrt{۱۶\times۳} = \sqrt{۲۵}\times\sqrt{۳}+\sqrt{۱۶}\times\sqrt{۳}$$
$$۵\sqrt{۳}+۴\sqrt{۳} = ۹\sqrt{۳}$$

برای ساده کردن عبارت‌های رادیکالی می‌توان عبارت‌های زیر رادیکال را تجزیه نمود و قسمتی را که قابل خارج کردن از زیر رادیکال است با جذر گرفتن خارج نموده و پشت رادیکال به عنوان ضریب نوشت و آخر رادیکال‌های مشابه را با هم جمع و یا تفریق می‌کنیم.

مثال:

$$۵\sqrt{۳۲}-۶\sqrt{۷۲}+۴\sqrt{۸} =$$
$$۵\times\sqrt{۱۶\times۲}-۶\sqrt{۳۶\times۲}+۴\sqrt{۲\times۴}$$
$$۵\times\sqrt{۱۶}\times\sqrt{۲}-۶\times\sqrt{۳۶}\times\sqrt{۲}+۴\times\sqrt{۴}\times\sqrt{۲}$$
$$۵\times۴\times\sqrt{۲}-۶\times۶\times\sqrt{۲}+۴\times۲\times\sqrt{۲}$$
$$۲۰\sqrt{۲}-۳۶\sqrt{۲}+۸\sqrt{۲} = -۸\sqrt{۲}$$

توان

۱-صحیح غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف- $۴^{۳} > ۳^{۴}$است.

ب-حاصل $۲۵^{۲} \times ۸^{۳}$ چهار صفر درسمت راست خود دارد.

پ-عبارت $(-۰/۴)^{۷} \times ۲۰^{۷}$مساوی $۸^{۷}$ است.

ت- هر عدد غیر صفربه توان صفر برابر است با صفر.

ث-نسبت مجذور aبه مکعب aبرابر است با $\frac{۱}{a}$.

ج-پنج برابر $۵^{۱۰۰}$ برابر است با $۵^{۱۰۱}$.

چ-۱۶ برابر مربع ۲ برابراست با $۲^{۵}$.

ح-حاصل $\frac{۲^{۴}}{۳}$و $(\frac{۲}{۳})^{۴}$باهم برابرند.

خ-رقم سمت راست $۹^{۱۳۷۷}$ برابر است با ۱.

د-حاصل $-۳^{۸}$ با $(-۳)^{۸}$ برابراست.

ذ-مربع(مجذور)۱۲ بربر ۲۴ است.

ر- مکعب عدد ۴عدد ۶۴ است.

ز- مکعب یک عدد همان توان سوم آن عدد است.

۲-در جای خالی واژه یا عدد مناسب بنویسد.

الف-توان دوم هر عدد را.....آن عدد گویند.

ب-مکعب عدد $\frac{-۲}{۳}$برابر است با.....

پ-هر عدد منفی به توان عددی .....مثبت می شود.

ت-قرینه ی مجذور عدد (۳-) مساوی.....است.

ث-اگر $n^{۲} = ۲n$ باشد، آن گاه n برابر است با .....یا .....

ج-صفر به توان هر عددی به جز صفر برابر است با.....

چ-اعدادصحیح .....و.....مجذور ومکعبشان باهم برابرند.

ح-حاصل $a^{۳} \times b^{۳}$برابر است با.....

خ-حاصل $۱^{۹} + (-۹)^{۲} + ۹^{۲}$-برابر است با.....

د-مجذور مکعب ۳ برابراست با.....

ذ-مکعب مجذور a یعنی توان .....a .

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف- حاصل عبارت $۵^{۰} + ۵^{۱} + ۱^{۵} + ۵^{۰}$کدام گزینه است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۱۱

ب-حاصل عبا رت $۳^{۴} + ۳^{۴} + \ldots + ۳^{۴} + ۳^{۴}$ (۸۱ بار) $۳^{۴}$کدام گزینه است؟

۱) $۲^{۴۳۴}$ ۲) $۳^{۸}$ ۳) $۳۱^{۸}$ ۴) $۳^{۳۲۴}$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

پ-حاصل عبارت $۱۳۹۲^{۲۰۱۳^{۰}}$برابر کدام گزینه است؟

۱)۱۳۹۲ ۲)۰ ۳)۱ ۴)$۱۳۹۲^{۲۰۱۳}$

ت-اختلاف مجذور ومکعب عدد ۰/۲ کدام گزینه است؟

۱)۰/۰ ۳۲ ۲)۰/۱۸ ۳)۰/۳۲ ۴)۰/۰۱۸

ث-عدد $۱۱^{۱۲}$ چند رقمی است؟

۱)۱۰ رقمی ۲)۱۱ رقمی ۳)۱۲ رقمی ۴)۱۳ رقمی

ج-$(-۲)^{۳}$چند واحد از $۲^{۳}$ کوچکتر است؟

۱)۸ واحد ۲)۱۶ واحد ۳)۱۲ واحد ۴)اختلافی ندارند.

چ-حاصل عبارت $(\frac{Y}{Z})^{۷} \times (\frac{z}{x})^{۷}$کدام گزینه است؟

۱)$\frac{y}{x}$ ۲)$(\frac{y}{x})^{۷}$ ۳)$(\frac{z}{x})^{۷}$ ۴)۱

ح-اگر $۲^{x}=۵$ باشد مقدار $۲^{x+۳}$ برابر کدام گزینه است ؟

۱)۲۰ ۲)۸ ۳)۴۰ ۴)۱۸

خ-مکعب کدام یک از اعداد زیر چهار برابر مجذورش است؟

۱)۲ ۲)۴ ۳)۱ ۴)۱۶

د-حاصل عبارت $۲^{۳} \times ۵^{۶}$ به صورت یک عدد توان دار کدام گزینه است؟

۱)$۱۰^{۹}$ ۲)$۵۰^{۳}$ ۳)$۷^{۹}$ ۴)$۱۰^{۱۸}$

ذ-۳۲ برابر $۲^{۱۲۵}$ به صورت یک عدد توان دار کدام گزینه است؟

۱)$۶۴^{۱۲۵}$ ۲)$۲^{۱۲۰}$ ۳)$۲^{۱۳۰}$ ۴)$۸^{۱۲۰}$

ر-حاصل عبارت $\underbrace{۲^{x}+۲^{x}+۲^{x}+...+۲^{x}}_{۶۴ \text{ بار}}$کدام گزینه است؟

۱)$۲^{x+۶}$ ۲)$۲^{x+۶۴}$ ۳)$۶۴^{x+۲}$ ۴)۱۲۸^{x}

ز-رقم یکان $۱۵^{۹}+۱۶^{۱۲}$ کدام گزینه است؟

۱)۱ ۲)۵ ۳)۶ ۴)۷

س-حاصل a+a+a+a+a کدام گزینه است؟

۱)$a^{۵}$ ۲)۵a ۳)a+۵ ۴)۵^{a}

۴-حاصل هریک از عبارات زیر را به دست آورید.

$۷۰۰۰^{۱}=$

$(۱/۳۲)^{۰}=$

$۵^{۲}-۲^{۳}+۱۸^{۰}=$

$۱^{۱۰۰}+۱^{۲۰۰}+۱^{۳۰۰}=$

$۵^{۳}-(۲^{۳}-۱^{۹})=$

$۲ \times ۳^{۲}-(۲^{۳}+۲)+۵=$

$(۱/۲)^{۲} \div ۱۲^{۰} \div ۲^{۳} =$

$۳ \times (۳^{۲} - ۲^{۲})^{۲} \div ۱۵ - ۳ \times ۲^{۲} =$

$۲^{۲} \times ۳ \times ۶ - ۴ \times ۳^{۲} =$

$-۳ \times (۵-۲)^{۲} =$

$۴ \times ۳^{۲} \div ۶$

$(-۱)^{۲} \times (-۱)^{۴} \times (-۱)^{۳} = -۳ \times ۳^{۳} =$

۵-حاصل عبارات زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$\frac{۷}{۸} \times \frac{۷}{۸} \times \frac{۷}{۸} \times \frac{۷}{۸} =$

$c \times c \times c \times c \times c \times c =$

$(۴a) \times (۴) \times a(۴a) \times (۴a) =$

$(\mathbf{x-y})(\mathbf{x-y})(\mathbf{x-y}) =$

$\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{۱۰ \text{ بار}} =$

$\underbrace{b \times b \times b \times \ldots \times b}_{b \text{ بار}} =$

$(۲/۵)^{۳} \times (۲/۵)^{۶} =$

$۳^{۰} \times ۳^{۱} \times ۳^{۲} \times ۳^{۳} \times ۳^{۴} =$

$(۶\frac{۸}{۱۰})^{۳} \times (۶/۸)^{۵} =$

$(\frac{۲}{۳})^{۵} \times (\frac{۴}{۶}) =$

$(\frac{۳}{۴}) \times (۰/۷۵)^{۶} \times (\frac{۷۵}{۱۰۰})^{۳} =$

$(۱\frac{۱}{۵})^{۳} \times (۱/۲)^{۵} =$

$\times \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۳} ۵^{۴۱} \times \frac{۱}{۳} \times =$

$۷^{۵} \times ۳^{۲} \times ۳^{۳} =$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

$۱۲^{۵}\times(-\frac{۲}{۳})^{۵}=$

$۷^{۶}\times(۱/۷)^{۰}\times۵^{۶}=$ $z^{۲}m\times^{۲}n\times^{۲}=$ $(۳/۲)^{۴}\times۲^{۴}=$

$۲+۲+۲+۲+۲+۲+۲+۲=$ $(۲+۲+۲+۲)\times۱۶=$

$۵+۵+۵+۵+۵=$

$۴\ x+۴x+۴x+\ ۴x=$

$۳^{۳}+۳^{۳}+۳^{۳}+۳^{۴}+۳^{۴}+۳^{۴}=$

$۲^{۳}+۲^{۳}+۲^{۳}+۲^{۳}=$

$۲^{۱}+۲^{۱}+۲^{۲}+۲^{۳}+...+۲^{۸}+۲^{۹}+۲^{۱۰}=$

۶-عبارت های زیر را به صورت حاصل ضرب دو یاچند عدد توان دار بنویسید .

$۱۲^{۹}=$

$(x+۱)^{۳۰}=$

۷-عددهای توان دار در هر دسته را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$۳^{۵},۴^{۱۰},۶^{۰},۸^{۱},۹^{۲}$ $۲^{۷},۴^{۱۵},۸^{۱۱},۱۶^{۵}$

۸-عدد های زیر را تجزیه کرده وبه صورت حاصل ضرب اعداد توان دار بنویسید.

۴۵۰ ۳۳۶ ۲۰۰

۹-مربع هریک از اعداد زیر را به دست آورید.

$(-۴\ )$ $\frac{۱}{۳}$ $-۲^{۵}$ ۰/۲

$۳\ a$ $۴\ b$ $۷a^{+۱}$

۱۰-مکعب هریک از اعداد زیر را به دست آورید.

(-۵) $\frac{۲}{۳}$ ۰/۵

$۶x^{-۱}$ $۳x$ $۲a^{+۱}$

۱۱-حاصل ضرب مجذور ومکعب ۳^{n}را به دست آورید .

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

۱۲-مکعب ۴/۳ چند برابر مجذورش است؟

۱۳-حجم یک مکعب مستطیل به ابعاد x^2 ۲ و۳x و $a^3$۴را به دست آورید.

جذر

۱-صحیح –غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید .

الف-ریشه ی دوم هر عدد طبیعی از خود عدد کوچکتر است.

ب-اعداد منفی جذر ندارند.

پ-$\sqrt{۲۹}$ بین دو عدد صحیح ۲۸ و۳۰ قرار دارد.

ت-اندازه ی هر ضلع مربعی به مساحت aبرابر است با $\sqrt{a}$.

ث-ریشه ی دوم عدد ۹عدد ۳ است.

ج-ریشه های دوم $۲^۶$ برابر $۲^۳$ $-۲^۳$ است.

چ-ریشه ی مثبت $a^۸$ برابر $a^۲$ است.

۲-در جای خالی واژه یا عدد مناسب بنویسید.

الف-ریشه های عدد۱ برابر.....و.....است.

ب- ریشه ی مثبت عدد ۰/۰۱ برابر .....است .

پ-$\sqrt{\sqrt{۸۱}}$ برابر .....است.

ت-ریشه های عدد$\sqrt{۸۱}$برابر.....و.....است.

ث-$\sqrt{(a-b)^۲}$برابر .....است.

۳- گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف-ریشه ی دوم ۱۰۰ کدام گزینه است؟

۱)۱۰ ۲)-۱۰ ۳)$\sqrt{۱۰۰}$ ۴)گزینه های ۱و۲

ب-حاصل $\sqrt{\frac{\sqrt{۹}}{۶۴}\sqrt{۱+\sqrt{۶۴}}}$ کدام گزینه است؟

۱)$\frac{۹}{۸}$ ۲)$\frac{\sqrt{۳}}{۸}$ ۳)$\frac{۳}{۸}$ ۴)$\sqrt{\frac{۹}{۸}}$

پ-$\sqrt[۴]{\frac{}{۵}}$جذر عددی ۱۲ می باشد.آن عدد برابر کدام گزینه است؟

۱)۱۵ ۲)۲۲۵ ۳)۱۴۴ ۴)۱۲۵

ت-حاصل $\sqrt{۶۲۵}+\sqrt{۲۲۵}$برابر کدام گزینه است؟

۱)۴۰ ۲)۴ ۳)۰/۰۴ ۴)۱۲۵

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

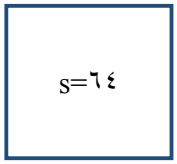
ث-حاصل عبارت $\frac{۵\sqrt{۱۰۰}-۲\sqrt{۳۶}}{۰/۰۱}$ کدام گزینه است؟

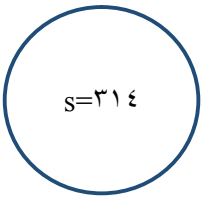
۱) ۳۸۰ ۲) ۳/۸ ۳) ۳۸۰۰ ۴) ۰/۳۸

ج-کدام گزینه صحیح نمی باشد؟

۱) $۴^۲=۲^۴$ ۲) $(\frac{۳}{۲})^۲=\frac{۹}{۲}$ ۳) $\sqrt{۰/۰۱}=۰/۱$ ۴) $\sqrt{\frac{۴}{۹}}=\frac{۲}{۳}$

۴-مساحت هریک از شکل های زیر داده شده است .محیط هریک را محاسبه کنید.





۵-حاصل هریک از عبارات زیر دست آورید.

$\sqrt{۲۰\times۲۰}$

$\sqrt{\frac{۲۲۵}{۱۶}}$

$\sqrt{۸۱\times۱۰۰}$

$\sqrt{۱۰۰-۳۶}$

$\sqrt{\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۳}{۴}\times\ldots\times\frac{۹۸}{۹۹}\times\frac{۹۹}{۱۰۰}}$

$\sqrt{(a-۱)^۴}$

$\sqrt{۳^۶}$

$$\sqrt{\frac{۱۰۰۰}{\sqrt{۰/۴}\times\sqrt{۲۵۰}}}$$

$$\sqrt{\underbrace{a\times a\times a\times\ldots\times a}_{\text{۱۰۰ بار}}}$$

$$\frac{۸^{۲}\times۲^{۳}\times۲^{۴}}{\sqrt{۶۰+\sqrt{۴\sqrt{۱۶}}}}$$

$$\sqrt{\frac{۳۶}{\sqrt{۸۱}}}\times\sqrt{\frac{۵+۵+۵+۵+۵}{۹+۴+۳}}$$

$$\sqrt{۱۳+\sqrt{۳\sqrt{۷+\sqrt{۴}}}}$$

۶-آیا $\sqrt{۱۶+۲۵}$با $\sqrt{۲۵}+\sqrt{۱۶}$برابر است؟

۷- آیا $\sqrt{۱۰۰-۳۶}$با $\sqrt{۳۶}-\sqrt{۱۰۰}$برابر است؟

۸-مساحت مربعی ۰/۴۹ است محیط آن مربع را حساب کنید.

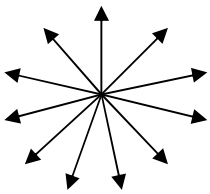
۹-مساحت دایره ای به شعاع $\sqrt{۳}$را محاسبه کنید.

۱۰-اگر $۲^{a}=۸$ و$۸^{b}=۶۴$باشد مقدار $\sqrt{۲^{ab}}$ را به دست آورید.

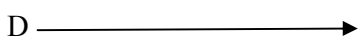
۱۱-مساحت مربعی به ضلع a را یافته سپس اندازه محیط مربع را پیدا کنید.


فصل هشتم
بردار و مختصات

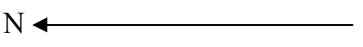
از هر نقطه می توانیم در مسیر های مختلفی حرکت کنیم.به این مسیر ها ،راستا می گوییم.هر راستا دو جهت دارد.مثلا در راستای افقی،می توانیم در جهت راست یا چپ حرکت کنیم.



معمولا روی راستای افقی یک نقطه را به عنوان مبداء حرکت ر نظر می گیریم و آن را با حرف انگلیسی o نشان می دهیم.جهت راست را با علامت مثبت و جهت چپ را با علامت منفی نمایش می دهیم و هم چنین طول مشخصی را به عنوان یک واحد در نظر می گیریم.



بردار مقابل حرکت از نقطه D به نقطه A را نمایش می دهد.

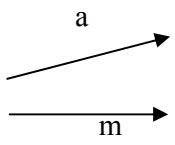


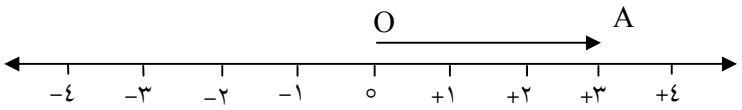
بردار مقابل حرکت از نقطه M به نقطه N را نمایش می دهد.

نام گذاری بردار

در نام گذاری بردار ها،اول نقطه ابتدا،سپس نقطه ی انتها را نوشته و علامت بردار $(\rightarrow)$ را روی آن هاقرار می دهیم. $\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{MN}$

همچنین می توان بردار را با یک حرف کوچک انگلیسی نمایش داد.این حروف کوچک را وسط بردار قرار می دهند.



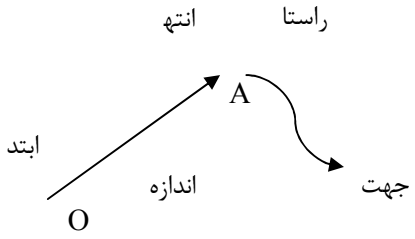


در شکل بالا با شروع از مبدا(نقطه o) ۳ واحد در جهت راست حرکت کردیم و به نقطه A رسیدیم.این حرکت را با پاره خط جهت دار OA نشان می دهیم.این پاره خط جهت دار یک بردار نامیده می شود و به صورت $\overrightarrow{OA}$ نوشته می شود.این بردار را می توانیم با عدد صحیح ۳+ نشان دهیم.عدد ۳ نشان دهنده اندازه حرکت و علامت آن نشان دهنده ی جهت حرکت این بردار است.

یادمان باشد

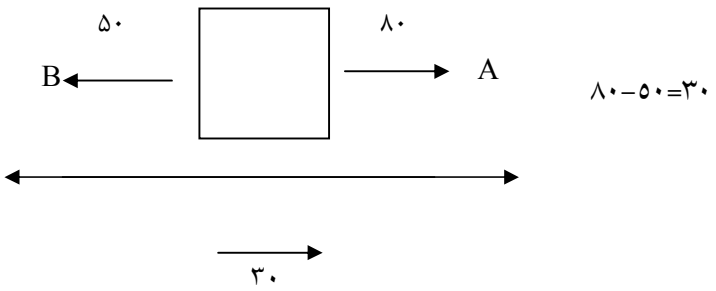
هر بردار سه مشخصه اصلی داره:راستا،جهت و اندازه

به نقطه ی شروع بردار می گوییم ابتدا و به نقطه پایانی(نوک فلش) می گوییم انتها.



یادمان باشد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ با هم برابر نیستند.

در بردار ها علاوه بر حرکت ،در نمایش نیرو،سرعت و. ... ... هم استفاده میشوند که به کمیت هایی مثل نیرو کمیت برداری می گوییم.به مجموع دو یا چند نیرو،برآیند آن نیرو ها می گوییم.



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

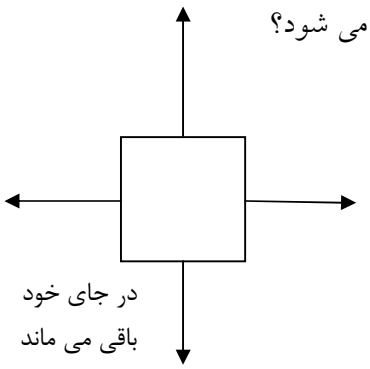
ابتدای بردار : مختصات ابتدا به مکان بستگی دارد.

انتها بردار : مختصات انتها به مکان بستگی دارد.

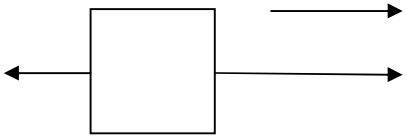
عددمتناظر بردار : مختصات بردار به مکان وابسته نیست.

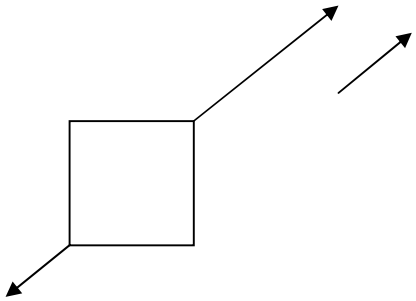
مختصات یک بردار به جهت و اندازه ی حرکت بستگی دارد و هیچ وابستگی به صفر و مکان مختصات ندارد.

–اگر زور همه آدمک های زیر با هم برابر باشد،هر جسم به کدام سمت کشیده می شود؟

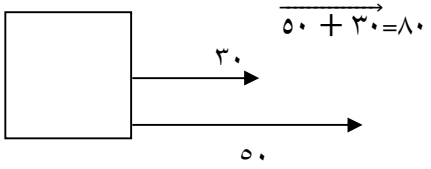


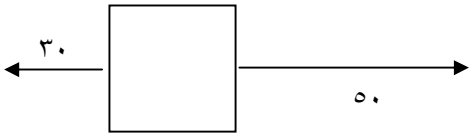
در جای خود
باقی می ماند





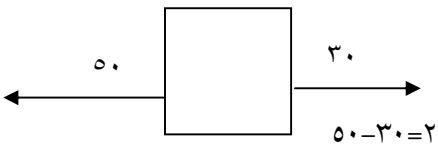
به جسمی دو نیروی ۵۰ و ۳۰ نیتوتنی وارد می شود.در هر حالت جسم به کدام طرف حرکت می کند؟





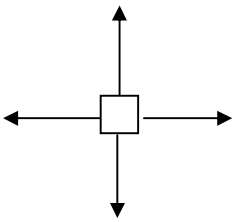
به سمت نیروی بزرگتر

۵۰–۳۰=۲۰



۵۰–۳۰=۲۰

به سمت نیروی بزرگتر



در شکل زیر اگر هر ٤ بردار به جسم نیرو وارد کنند آن گاه

جسم به هیچ طرفی حرکت نمی کند زیرا نیروهای

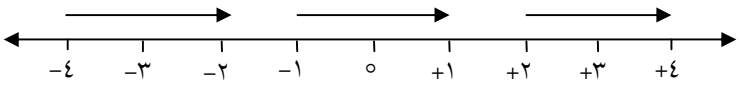
چپ و راست با هم برابرند و همدیگر را خنثی می کنند و نیروهای بالا و پایین هم برابر همدیگر را خنثی

می کنند..

بردارهای مساوی و بردارهای قرینه

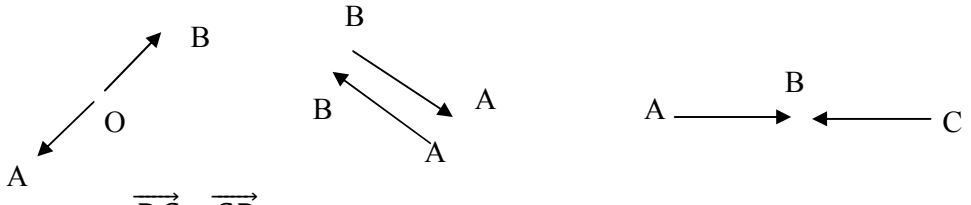
بردارهای مساوی: به بردارهایی که هم راستا،هم اندازه و در یک جهت باشند،بردارهای مساوی می

گویند.همه ی بردارهایی که روی محور زیر رسم شده اند ،مساوی هستند.

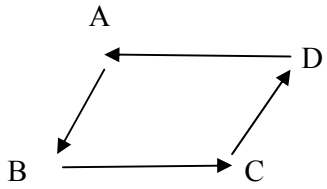


بردارهای قرینه: بردارهای هم راستا و هم اندازه که در دو جهت مخالف باشند،قرینه ی هم هستند.در زیر

نمونه هایی از بردارهای قرینه را مشاهده می کنید.



با جابه جا شدن ابتدا و انتهای یک بردار،بردار قرینه به دست میاد،مثل بردارهای $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{DC}$



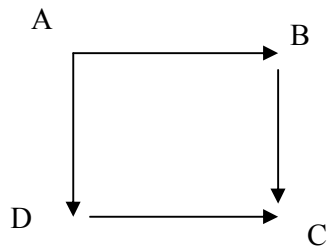
$\overrightarrow{DA}$=-$\overrightarrow{BC}$

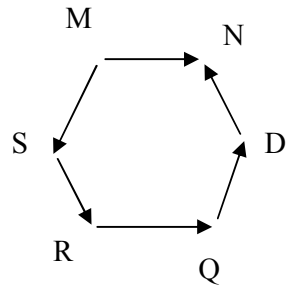
$\overrightarrow{CD}$=-$\overrightarrow{AB}$

می دانیم که مجموع هر عدد با قرینه اش می شود صفر.برایند دو بردار قرینه هم صفر می باشد یعنی هیچ

حرکتی انجام نشده.

مثال)با توجه به شکل،بردارهای مساوی و بردارهای قرینه را نام ببرید.





مساوی $\rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{RQ}$

قرینه $\rightarrow \overrightarrow{SR} = -\overrightarrow{DN}$

$\overrightarrow{MS} = -\overrightarrow{QD}$

مساوی $\rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

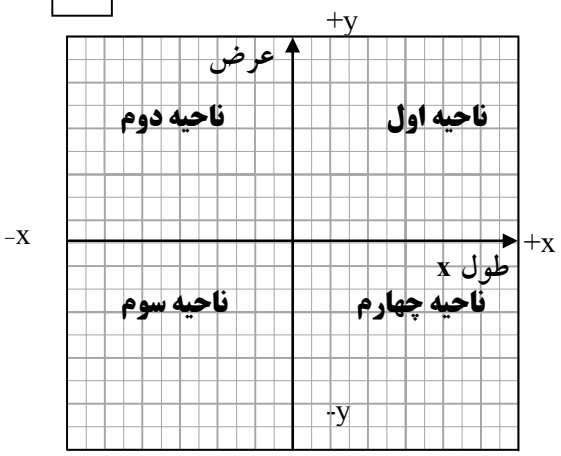
مختصات

برای نمایش مختصات یک نقطه یا بردار در یک صفحه نیاز به دستگاهی به نام محور های مختصات می باشند.دستگاه محور مختصات از دو محور عمود بر هم تشکیل شده است. که محور افقی را محور طول ها یا X ها و محور عمودی را محور عرض ها یا Y ها می نامیم.این دستگاه ،دستگاه مختصات قائم (دکارتی) نامیده می شود.

محل برخورد این دو محور را مبداء مختصات می نامیم. مبداء را با حرف «O» نمایش می دهیم.روی محور طول ها،از مبداء به سمت راست اعداد مثبت وبه سمت چپ اعداد منفی نوشته می شوند.روی محور عرض ها ،از مبداء به بالا اعداد مثبت واز مبدا به پایین اعداد منفی نوشته می شوند.

*اندازه واحدهای روی محور طول وعرض با هم برابر است.

صفحه به ٤ ناحیه تقسیم می شود.شماره گذاری ناحیه خلاف حرکت عقربه های ساعت می باشد.به ٤ ناحیه مختصاتی،٤ ربع هم گفته می شود.



مختصات نقطه:

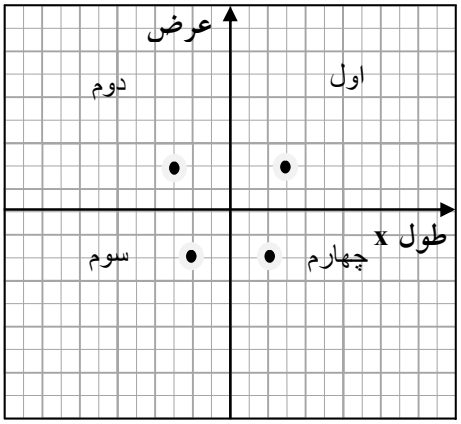
مختصات یک نقطه را می توان به سه شکل $A=\begin{bmatrix}X\\Y\end{bmatrix}$ و $A=\begin{vmatrix}X\\Y\end{vmatrix}$ و $A=(X,Y)$ نمایش داد.

که درآن X طول نقطه و Y عرض نقطه می باشد(نقاط را با حروف بزرگ نامگذاری می کنیم)

برای بدست آوردن طول یک نقطه،از نقطه ی مورد نظر عمودی بر محور طول ها رسم می کنیم هر کجا محور طول ها را قطع کرد، آن عدد طول آن نقطه می باشد.

برای بدست آوردن عرض یک نقطه،از نقطه ی مورد نظر عمودی بر محور عرض ها رسم می کنیم هر کجا محور عرض ها را قطع کرد، آن عدد عرض آن نقطه می باشد.

مقدار و علامت طول و عرض هر نقطه به مکان مختصاتی نقطه در ٤ ناحیه وابسته است.



۱)مختصات هر نقطه در ناحیه اول به صورت $\begin{bmatrix}+X\\+Y\end{bmatrix}$

۲) مختصات هر نقطه در ناحیه دوم به صورت $\begin{bmatrix}-X\\+Y\end{bmatrix}$

۳) مختصات هر نقطه در ناحیه سوم به صورت $\begin{bmatrix}-X\\-Y\end{bmatrix}$

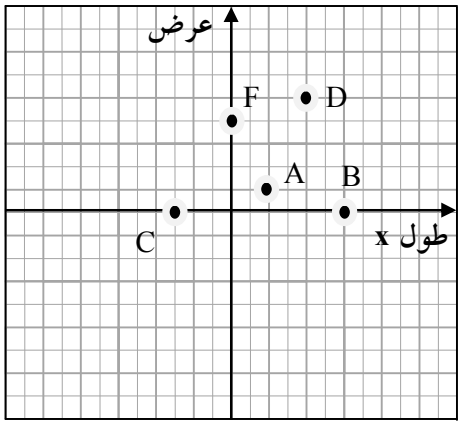
٤) مختصات هر نقطه در ناحیه چهارم به صورت $\begin{bmatrix}+X\\-Y\end{bmatrix}$

۵)اگر نقطه ای روی محور طول باشد عرض آن صفر است ومختصات آن به صورت $\begin{vmatrix}X\\0\end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix}-X\\0\end{vmatrix}$ است.

۶)اگر نقطه ای روی محور عرض باشد طول آن صفر است و مختصات آن به صورت $\begin{vmatrix} ۰ \\ ۲ \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} ۰ \\ -۲ \end{vmatrix}$ است.

مثال)مختصات هر نقطه داده شده را بنویس. $B = \begin{vmatrix} ۶ \\ ۰ \end{vmatrix}$

$A = \begin{vmatrix} ۲ \\ ۱ \end{vmatrix}$,$C = \begin{vmatrix} -۳ \\ ۰ \end{vmatrix}$ $D = \begin{vmatrix} ۴ \\ ۵ \end{vmatrix}$ $F = \begin{vmatrix} ۰ \\ +۴ \end{vmatrix}$



نمایش نقطه روی محور:

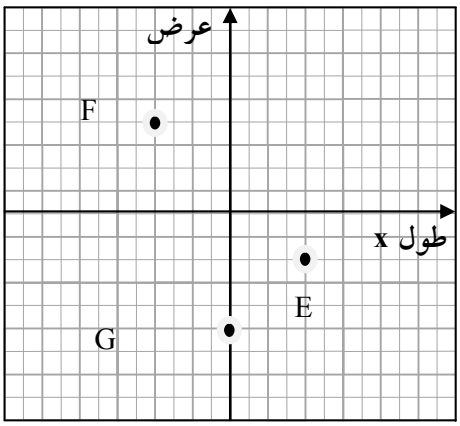
برای انجام این کار ابتدا عدد طول نقطه را روی محور طول ها مشخص کرده سپس عدد عرض نقطه را روی محور عرض ها مشخص می کنیم.آن گاه از این دو نقطه دو خط موازی محورها رسم می کنیم.محل برخورد این دو خط جای نقطه داده شده می باشد.

مثال)نقاط زیر را روی محور نشان دهید .

E= $\begin{vmatrix} ۴ \\ -۲ \end{vmatrix}$

G = $\begin{vmatrix} ۰ \\ -۵ \end{vmatrix}$

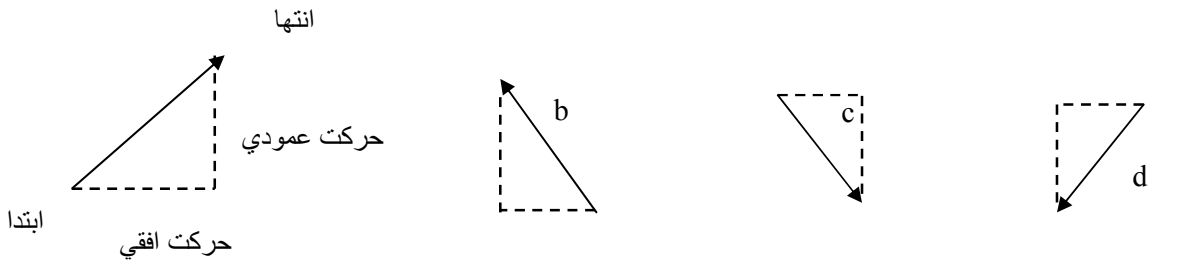
$F = \begin{vmatrix} -۴ \\ ۴ \end{vmatrix}$



مختصات یک بردار

مختصات یک بردار را به صورت $\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$ نشان می دهیم .مقدار حرکت طولی و عرضی که از ابتدای بردار به سمت انتهای بردار انجام می شود(یک مثلث قائم الزاویه تشکیل می شود.) مختصات بردار گویند.

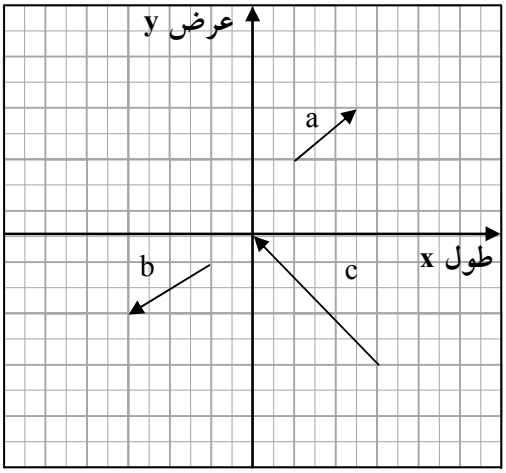
وقتی از ابتدای بردار به سمت انتهای بردار حرکت می کنیم اول یک حرکت طولی (حرکت افقی راست وچپ) و سپس حرکت عرضی (حرکت عمودی بالا و پایین) انجام می دهیم.



$\begin{bmatrix} +X \\ +Y \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -X \\ +Y \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} +X \\ -Y \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -X \\ -Y \end{bmatrix}$



$\begin{bmatrix} +X \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} -X \\ 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ +y \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ -y \end{bmatrix}$



مختصات هر بردار را بنویسید.

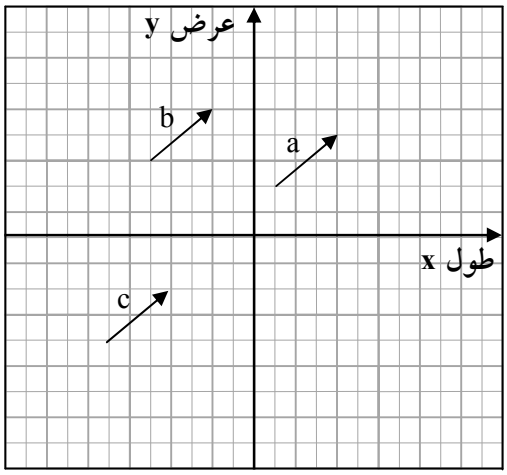
$$a = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -۴ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۵ \end{bmatrix}$$

تعریف:دو بردار که هم راستا و هم اندازه و هم جهت باشند را دو بردار مساوی می گویند

مثال)مختصات سه بردار زیر را بنویسید.



$$a = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

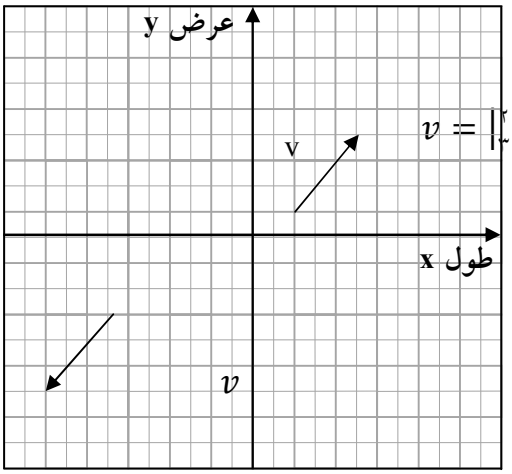
$$b = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

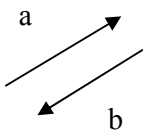
$$c = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

نتیجه می گیریم مختصات و اندازه بردار وابسته به مکان نیست و هر بردار مساوی را می توان از هر نقطه دلخواه رسم نماییم.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

دو بردار قرینه:دو برداری که هم اندازه و موازی هستند اما هم جهت نیستند.





$$\vec{a} = \overrightarrow{-b}$$

*برای هر بردار بی نهایت بردار قرینه می توان ثبت کرد.

رسم بردار

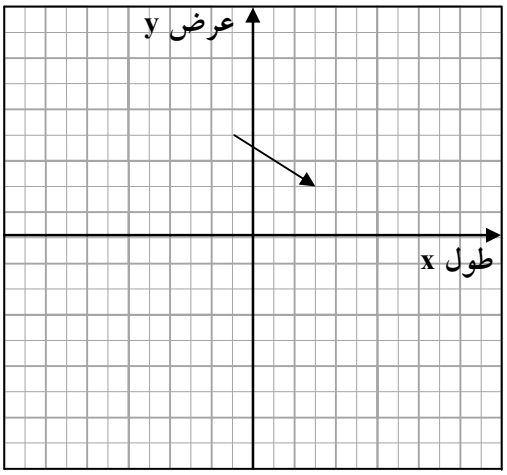
برای رسم یک بردار طبق مراحل زیر عمل می کنیم.

۱- نقطه ابتدای بردار را روی محور نشان می دهیم.

۲- از این نقطه به اندازه طول بردار در جهت علامت آن،موازی با محور طول ها حرکت می کنیم.

۳- از ادامه ی حرکت به اندازه ی عرض بردار در جهت علامت آن،موازی محور عرض ها حرکت می کنیم.

٤- از ابتدا به انتهای حرکت وصل کرده جهت را روی انتها قرار می دهیم.

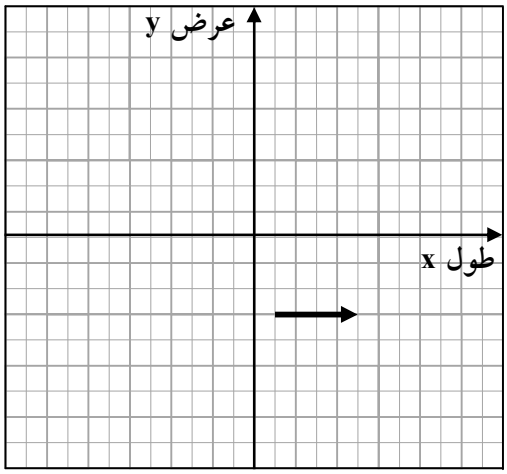


مثال)بردار $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} ٤ \\ -٢ \end{bmatrix}$ را از نقطه $A = \begin{bmatrix} -١ \\ ٤ \end{bmatrix}$ رسم کنید.

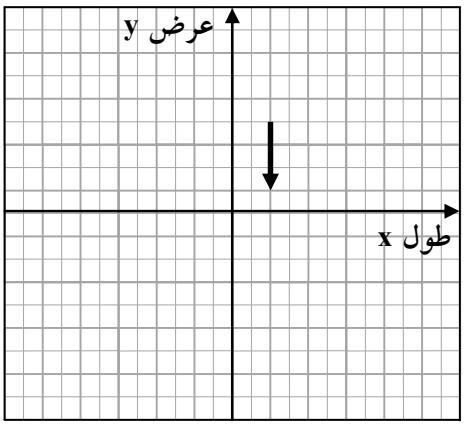
تذکر:تمام بردارهایی که عرض آنها صفر باشد موازی محور طول هاست.

تذکر:تمام بردارهایی که طول آنها صفر باشد موازی محور عرض هاست.

مثال)بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} ٤ \\ ٠ \end{bmatrix}$ را از نقطه $\begin{bmatrix} ١ \\ -٣ \end{bmatrix}$ رسم کنید.



مثال) بردار $\vec{b} = \begin{bmatrix} ٠ \\ -٣ \end{bmatrix}$ را از نقطه $\begin{bmatrix} ٢ \\ ٤ \end{bmatrix}$ رسم کنید.



جمع متناظر با یک بردار:

برای نوشتن جمع متناظر با یک بردار از دستور العمل cdv استفاده می کنیم:

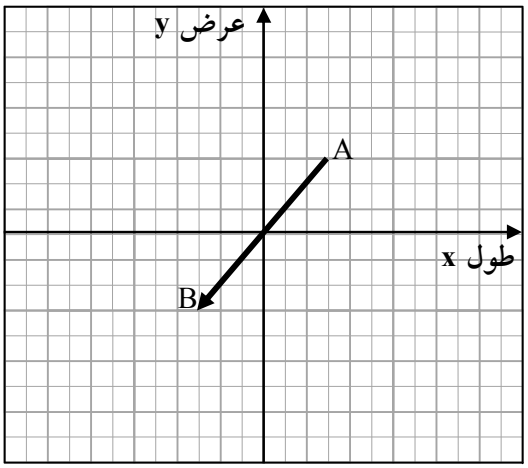
می دانیم هر بردار ابتدا خودش را به انتها،انتقال می دهد پس با اضافه کردن طول بردار به مختصات ابتدا مختصات انتهای بردار را می نویسیم.

مختصات انتهای بردار= مختصات بردار + مختصات ابتدای بردار

B

A + $\overrightarrow{AB}$ = B

مثال)جمع متناظر بردار مقابل را بنویسید.



ابتدا $A = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$

طول $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} -۶ \\ -۶ \end{bmatrix}$

انتها $B = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۳ \end{bmatrix}$

A + $\overrightarrow{AB}$ = B

محاسبه حاصل جمع مختصات

با توجه به ***مثال*** گفته شده مشاهده می شود که طول مختصات حاصل جمع از جمع طول های دو مختصات دیگر بدست آمده است.و همچنین عرض مختصات حاصل جمع از جمع عرض های دو مختصات دیگر بدست آمده است.

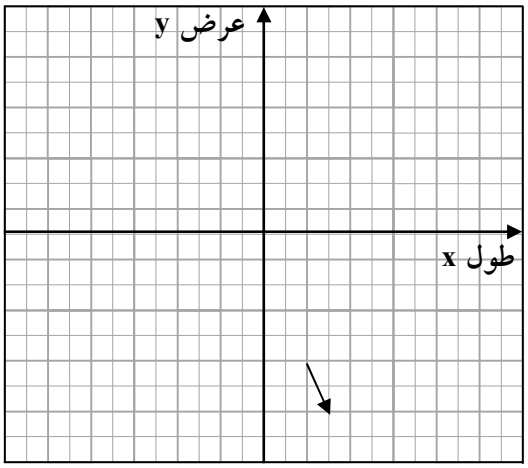
تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

بنابراین برای محاسبه حاصل جمع چند مختصات کافی است طول ها را با هم و عرض ها را باهم جمع کنیم.

بردار انتقال:

برداری است که هر نقطه(ابتدا) را به نقطه دیگری (انتها) منتقل می کند.هر بردار یک انتقال می باشد.

نقطه $A = \begin{vmatrix} ۲ \\ -۵ \end{vmatrix}$ توسط بردار $\overrightarrow{AB} = \begin{vmatrix} ۱ \\ -۳ \end{vmatrix}$ انتقال یافته نقطه B بدست می آید.مختصات نقطه B را بدست می آید.مختصات نقطه B را بیابید.



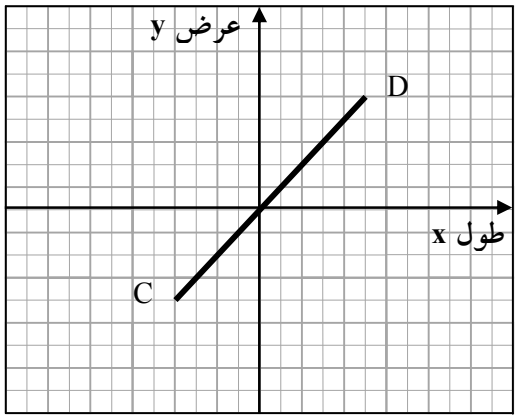
$$A = \begin{vmatrix} ۲ \\ -۵ \end{vmatrix} \longrightarrow \begin{vmatrix} ۳ \\ -۸ \end{vmatrix}$$

$$AB = \begin{vmatrix} ۱ \\ -۳ \end{vmatrix}$$

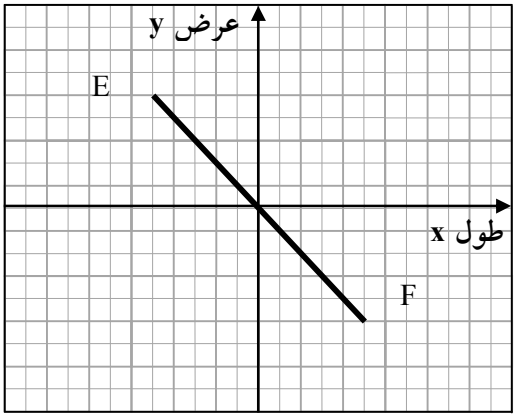
بیشتر بدانیم

*هر نقطه روی نیم ساز ربع اول و سوم باشد دارای طول و عرض برابر است.

و به صورت کلی $\begin{bmatrix} X \\ X \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} Y \\ Y \end{bmatrix}$ نشان داده می شود.مانند $C = \begin{vmatrix} -٤ \\ -٤ \end{vmatrix}$ و $D = \begin{vmatrix} ٥ \\ ٥ \end{vmatrix}$



*هر نقطه که روی نیم ساز ربع دوم و چهارم باشد دارای طول و عرض قرینه یکدیگرند یعنی X=-Y و به صورت کلی $\begin{vmatrix} X \\ -X \end{vmatrix}$ یا $\begin{vmatrix} Y \\ -Y \end{vmatrix}$ می توان آن را نشان داد.مانند نقاط $F = \begin{vmatrix} ۵ \\ -۵ \end{vmatrix}$ و $E = \begin{vmatrix} -۵ \\ ۵ \end{vmatrix}$



*وقتی گفته می شود.:

نقطه ای از محورهای مختصات به یک فاصله است به دلیل این که در فاصله منفی

را در نظر نمی گیریم دو حالت ممکن است یا نقطه روی نیم ساز ربع اول و سوم است و یا روی نیم ساز دوم وچهارم(x=y , x=-y)

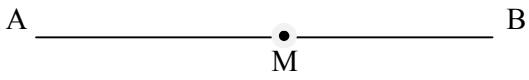
مثال)اگر فاصله نقطه $\begin{bmatrix} ۳k-۶ \\ k+۸ \end{bmatrix}$ از دو محور مختصات به یک اندازه باشد k را بیابید.

X = y
۳k-۶=k+۸
۳k-k=۸+۶
۲k=۱۴
k=۷

x=-y
۳k-۶=-(k+۸)
۳k-۶=-k-۸
۳k+k=۶-۸
۴k=-۲
K=$-\frac{۱}{۲}$

*اگر مختصات دو سر پاره خط AB به صورت های $A = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} x' \\ Y' \end{bmatrix}$ باشند مختصات نقطه ی وسط پاره خط AB که آن را معمولا M می نامند به صورت زیر است.

$M\left|\begin{matrix}\frac{x+x`}{۲}\\ \frac{y+y`}{۲}\end{matrix}\right.$



مثال)اگر $A=\left|\begin{matrix}-۶\\ ٤\end{matrix}\right.$ و $B=\left|\begin{matrix}۲\\ ۱۰\end{matrix}\right.$ مختصات دو سر پاره خط را بدست آورید.

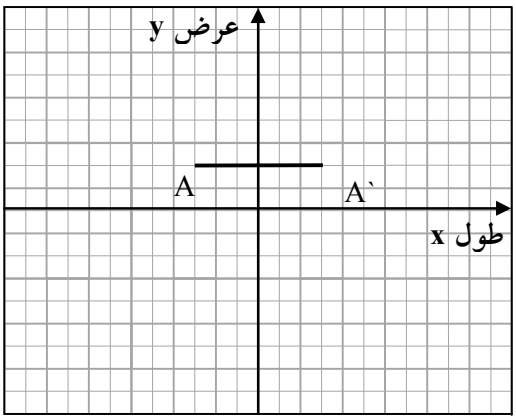
$$M\left|\begin{matrix}\frac{x+x`}{۲}\\ \frac{y+y`}{۲}\end{matrix}\right.=\left|\begin{matrix}-۲\\ ۷\end{matrix}\right.$$

نکته هایی درباره قرینه نقطه :

به طور کلی برای بدست آوردن قرینه هر نقطه در دستگاه مختصات نسبت به یک نقطه و یا یک خط کافی است که از آن نقطه یا خط به محور مورد نظر وصل کنیم و درست به همان اندازه در ادامه ی مسیر امتداد دهیم تا به نقطه انتقال یافته دست یابیم.

برای درک بیشتر به ***مثال*** های زیر دقت کنید.

-قرینه نقطه $A\left|\begin{matrix}-۳\\ ۲\end{matrix}\right.$ را نسبت به محور عرض ها بدست آورید.



از نقطه A بر خط y عمود می کنیم و به همان انداز ه امتداد

می دهیم به نقطه A` می رسیم

$$A=\left|\begin{matrix}-۳\\ ۲\end{matrix}\right.\rightarrow A`=\left|\begin{matrix}۳\\ ۲\end{matrix}\right.$$

می بینیم نسبت به محور عرض ها،عرض ثابت می ماند فقط طول قرینه می شود.

پس: قرینه $\left|\begin{matrix}a\\ b\end{matrix}\right.$ و نسبت به محور عرض ها $\left|\begin{matrix}-a\\ b\end{matrix}\right.$

$$\left|\begin{matrix}٤\\ ۲\end{matrix}\right.\rightarrow\left|\begin{matrix}-٤\\ ۲\end{matrix}\right.$$

- قرینه نقطه $A\left|\begin{matrix}-۳\\ ۲\end{matrix}\right.$ را نسبت به محور طول ها بدست آورید.

$$A`\left|\begin{matrix}-۳\\ -۲\end{matrix}\right.$$

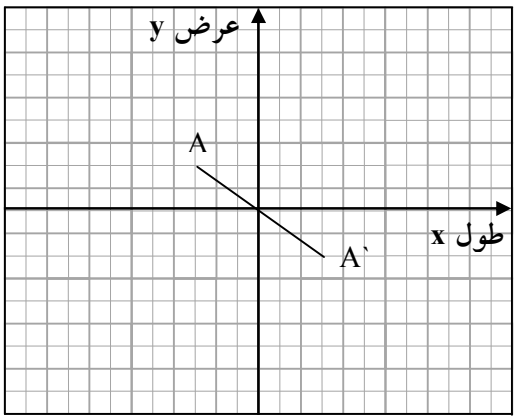
از نقطه A بر خط xها عمود می کنیم و به همان انداز ه امتداد می دهیم به نقطه A` می رسیم

می بینیم نسبت به محور طول ها،طول ثابت می ماند فقط عرض قرینه می شود.

پس: قرینه $\left|\begin{matrix}a\\b\end{matrix}\right.$ و نسبت به محور طول ها $\left|\begin{matrix}\text{٤}\\-\text{٢}\end{matrix}\right. \rightarrow \left|\begin{matrix}\text{٤}\\\text{٢}\end{matrix}\right.$

- قرینه نقطه $A\left|\begin{matrix}-\text{٣}\\\text{٢}\end{matrix}\right.$ را نسبت به مبدا مختصات بدست آورید.

$A`\left|\begin{matrix}\text{٣}\\-\text{٢}\end{matrix}\right.$



از نقطه A به مرکز یا مبدا مختصات وصل کرده به همان اندازه امتداد

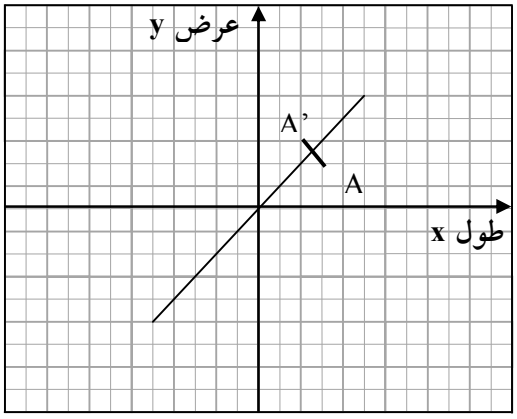
می دهیم به نقطه A` می رسیم

می بینیم نسبت قرینه به مبدا مختصات، طول و عرض قرینه می شود.

پس: قرینه $\left|\begin{matrix}a\\b\end{matrix}\right.$ و نسبت به مبدا مخصات $\left|\begin{matrix}-a\\-b\end{matrix}\right. \rightarrow \left|\begin{matrix}-\text{٤}\\-\text{٢}\end{matrix}\right.$

- قرینه نقطه $A\left|\begin{matrix}\text{٣}\\\text{٢}\end{matrix}\right.$ نسبت به نیم ساز ربع اول و سوم را بدست آورید

$A = \left|\begin{matrix}\text{٣}\\\text{٢}\end{matrix}\right. \rightarrow A`\left|\begin{matrix}\text{٢}\\\text{٣}\end{matrix}\right.$



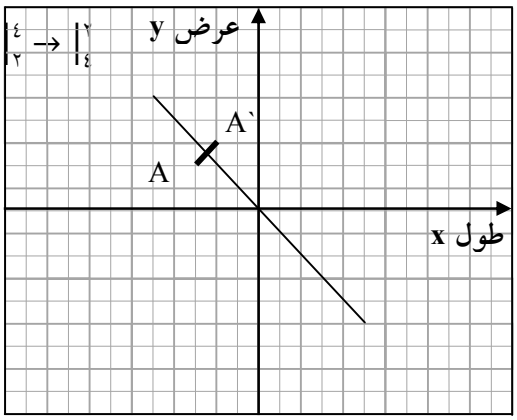
می بینیم نسبت به نیمساز ربع اول و سوم جای طول و عرض

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

عوض می شود.از نقطه A به نیم ساز ربع اول و سوم عمود می کنیم

و ادامه می دهیم تا به A` می رسیم $A = \left|{}^{۳}_{۲}\right. \rightarrow A`\left|{}^{۲}_{۳}\right.$

.



قرینه $\left|{}^{a}_{b}\right.$ نسبت به نیم ساز ربع اول و سوم نقطه $\left|{}^{b}_{a}\right.$ است.

- قرینه نقطه $A\left|{}^{-۳}_{۲}\right.$ نسبت به نیم ساز ربع دوم و چهارم را بدست آورید

می بینیم نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم هم جای طول و عرض عوض می شود هم قرینه می شوند.

$A = \left|{}^{-۳}_{۲}\right. \rightarrow A`\left|{}^{-۲}_{۳}\right.$.

قرینه $\left|{}^{a}_{b}\right.$ نسبت به نیم ساز ربع دوم و چهارم نقطه $\left|{}^{-b}_{-a}\right.$ است.

$\left|{}^{۴}_{۲}\right. \rightarrow \left|{}^{-۲}_{-۴}\right.$

نکته:قرینه نقطه$\left|{}^{a}_{b}\right.$ نسبت به $\left|{}^{X}_{y}\right.$ برابر است با:$\left|{}^{۲x-a}_{۲y-b}\right.$

تمام مطالب بالا که در مورد نقطه گفته شد در مورد بردار ها هم صادق است.

نکته هایی درباره بردار:

۱- بردار $\vec{a} = \left|{}^{x}_{۰}\right.$ چون عرض صفر دارد موازی محور طول هاست. $\vec{a} = \left|{}^{۳}_{۰}\right.$ موازی محور طول هاست.

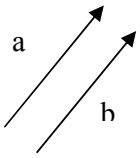
۲- بردار $\vec{a}=\begin{vmatrix}0\\y\end{vmatrix}$ چون طول صفر دارد موازی محور عرض هاست. $\vec{a}=\begin{vmatrix}0\\3\end{vmatrix}$ موازی محور عرض هاست.

۳- بردار $\vec{a}=\begin{vmatrix}x\\x\end{vmatrix}$ چون طول و عرض برابر دارد موازی نیم ساز ربع اول و سوم است. $\vec{a}=\begin{vmatrix}3\\3\end{vmatrix}$ موازی نیم ساز ربع اول و سوم است.

٤- بردار $\vec{a}=\begin{vmatrix}x\\-x\end{vmatrix}$ چون طول و عرض قرینه دارد موازی نیم ساز ربع دوم و چهارم است. $\vec{a}=\begin{vmatrix}3\\-3\end{vmatrix}$ موازی نیم ساز ربع دوم و چهارم است.

دو بردار $\vec{a}=\begin{vmatrix}x\\y\end{vmatrix}$ و $\vec{b}=\begin{vmatrix}x'\\y'\end{vmatrix}$ در صورتی موازی هستند که :

$$\frac{x}{y}=\frac{x'}{y'}$$

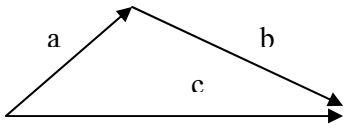


مثال) دو بردار $\vec{a}=\begin{vmatrix}k\\5\end{vmatrix}$ و $\vec{b}=\begin{vmatrix}6\\10\end{vmatrix}$ موازی هستند.مقدر k را بیابید.

$$\frac{k}{5}=\frac{6}{10}\rightarrow k=6\div 2=3$$

*اگر دو یا چند بردار پشت سر هم باشند،یعنی ابتدای بردار دومی به انتهای بردار اول وصل باشد،برای رسم بردار حاصل جمع،ابتدای اولین بردار را به انتهای آخرین بردار وصل می کنیم.این روش را مثلثی گویند.

$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$$



$\vec{a}$ و $\vec{b}$ پشت سر هم هستند.بردار $\vec{c}$ بردار حاصل جمع است.

پاره خط جهت دار بردار های مساوی وقرینه

۱- صحیح غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-بردار یک خط است.

ب-حرکت بر روی یک خط راست یا خط های موازی با آن را هم راستا یی گویند.

پ-دوبردار هم جهت باهم مساویند.

ت- ابتدای برداری ۳- واندازه آن ۷- می باشد.راستای این بردارافقی وجهت آن به سمت چپ می باشد.

۲- در جای خالی عددیا واژه مناسب بنویسید .

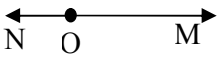
الف- دوبردار که هم راستا وهم اندازه هستند ولی.....عکس یکدیگرند . بردار های قرینه اند.

ب- دوبردار که هم راستا وهم اندازه وهم جهت باشند را بردار های .....گویند.

ب-بردار پاره خطی جهت دار است .که حرکت از یک.....تا .....دیگر را نشان می دهد.

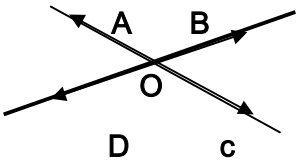
پ-حاصل جمع دوبردار قرینه .....است.

ت- حاصل جمع دوبردار $\overrightarrow{ON}$و$\overrightarrow{OM}$ برابر است با.....آن ها.



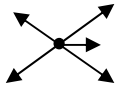
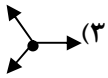
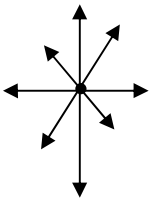
۳)گزینه صحیح را مشخص کنید.

الف- درشکل زیر کدام دوبردار هم راستا نیستند



۱) $\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OB}$ ۲) $\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OD}$ ۳) $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}$ ۴) گزینه های ۲و۳

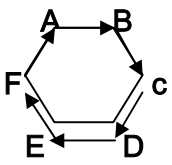
ب-کدام ذره در اثر نیروهای وارد برآن حرکت نمی کند؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

پ-کدام رابطه برای شکل  صحیح می باشد؟

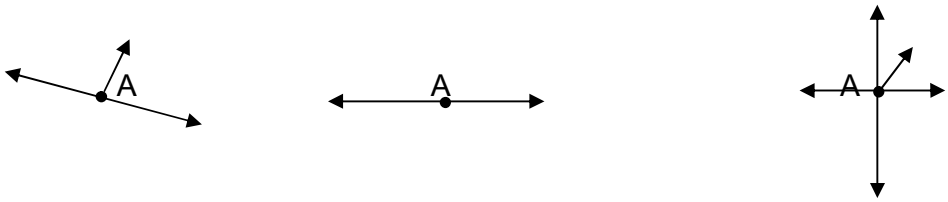
۱) $\vec{a}=\vec{b}$ ۲) $-\vec{a}=\vec{b}$ ۳) $\vec{a}=-\vec{b}$ ۴)گزینه ی ۲و۳

ت-با توجه به شکل کدام گزینه صحیح نیست؟

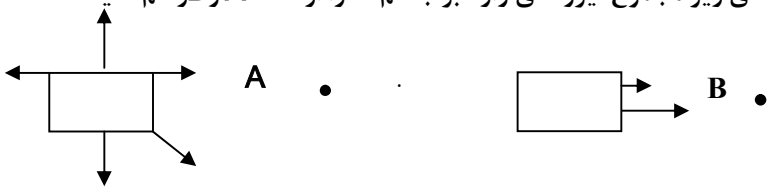


۱) $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{DE}$ ۲) $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{EF}$ ۳) $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AF}$ ۴) $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{FE}$

۴-در هر شکل با توجه به نیروهای وارد بر جسم A ،جسم A به کدام سمت می رود؟



۵-در شکل های زیر مجموع نیروها ی وارد بر جسم هارا از نقاط A وBرسم کنید .



۶-سارا روی نصف النهار ،۴ کیلومتر به سمت جنوب وسپس روی مدار ۶ کیلومتر به سمت غرب ودر آخر روی نصف النهار ۴ کیلوتر به سمت شمال حرکت کرد.و مشاهده نمود به نقطه ی آغاز رسیده است.چگونه این اتفاق روی داده است؟

۷-دریک بازی شطرنج آیدا یکی از مهره های خود را که در خانه ای به مختصات $\begin{bmatrix}۴\\-۳\end{bmatrix}$به این صورت به حرکت در آوردکه در حرکت اول ۵ خانه به چپ و دو خانه پایین ،ودر حرکت دوم ۸ خانه به سمت راست و۷ خانه به سمت بالا آورد.هم اکنون مهره ی او روی کدام نقطه ی صفحه ی شطرنج قرار دارد؟

مختصات نقطه

۱-صحیح-غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-اگر عرض مختصات نقطه ای صفر باشد آن نقطه روی محور عرض ها قرار دارد.

پ-نقطه ی $\begin{bmatrix}\frac{۳}{۵}\\۰\end{bmatrix}$ روی محور عرض منطبق است.

ب-سه نقطه ی $\begin{bmatrix}۶\\۱۲\end{bmatrix}$=A و$\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$=B و$\begin{bmatrix}-۱\\-۲\end{bmatrix}$=C دریک راستا قرار دارند.

ت- قرینه ی نقطه ی $\begin{bmatrix}-۳\\۵\end{bmatrix}$=A نسبت به محور طول ها برابر است با$\begin{bmatrix}-۳\\-۵\end{bmatrix}$است.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ث-هر نقطه که روی نیم ساز ربع اول وسوم باشد از محور های مختصات به یک فاصله است.

ج- در ناحیه ی دوم طول نقاط منفی وعرض نقاط مثبت است.

ح- فاصله ی نقطه ی $B=\begin{bmatrix}-۳\\۶\end{bmatrix}$ از محور طولها نصف فاصله اش از محور عرض هااست.

ج-دردر قرینه ی یک نقطه نسبت به نیم ساز ربع دوم وچهارم جای طول وعرض عوض می شود.

۲-درجای خالی واژه یا عدد مناسب بنویسید.

الف-قرینه ی نقطه ی $A=\begin{bmatrix}m\\n\end{bmatrix}$ نسبت به مبدا مختصات نقطه ی.....است.

ب- درناحیه ی .....طول وعرض نقاط منفی هستند.

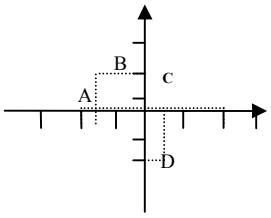
پ-نقطه ی $\begin{bmatrix}-۳۰\\۵۸\end{bmatrix}$در ناحیه ی .....قرار دارد.

ت- قرینه ی نقطه ی $A=\begin{bmatrix}۳\\۵\end{bmatrix}$ نسبت به نیم ساز ربع اول وسوم نقطه ی .....است.

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف- نقطه $E=\begin{bmatrix}۲x-۴\\x+۱\end{bmatrix}$ روی محور عرض ها است.مختصات این نقطه کدام گزینه ست.

۱) $\begin{bmatrix}۰\\۳\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}-۶\\۰\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}۶\\۳\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}۳\\-۶\end{bmatrix}$



ب-مختصات کدام یک از نقاط زیر $\begin{bmatrix}-۲\\\frac{۱}{۲}\end{bmatrix}$ است.

۱) A ۲) B ۳) C ۴) D

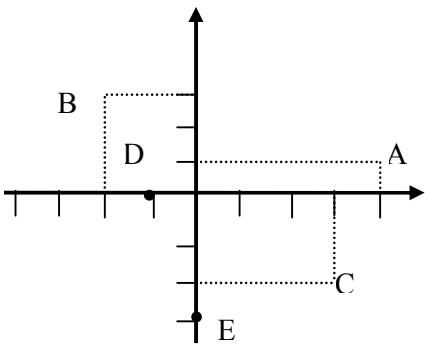
پ-مقدار m را چه قدر باشد، که طول نقطه ی $A=\begin{bmatrix}\frac{۱}{۴}\\-m+۱\end{bmatrix}$ قرینه ی عرض نقطه ی $B=\begin{bmatrix}m+۱\\-m+\frac{۳}{۴}\end{bmatrix}$ باشد.

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

ت-نقطه ی $M=\begin{bmatrix}۴-x\\-۲x+۸\end{bmatrix}$ از محور ها ی مختصات به یک فاصله است،قرینه ی x کدام گزینه است.

۱) -۴ ۲) ۶ ۳) -۶ ۴) +۴

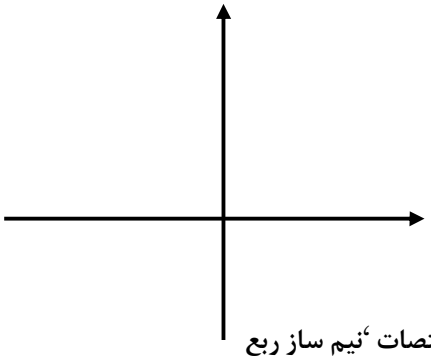
۴- مختصات نقاط زیر را بنویسید.



A=[ ] B=[ ] C=[ ] D=[ ] E=[ ]

۵-هریک از نقاط $A=\begin{bmatrix}۲\\۵\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}-۲\\-۴\end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}۳\\-۳\end{bmatrix}$ $D=\begin{bmatrix}۰\\-۲\end{bmatrix}$

$E=\begin{bmatrix}xx\\yy\end{bmatrix}$ $F=\begin{bmatrix}۰/۰۰۷\\-۱/۲\end{bmatrix}$ در کدام ناحیه قرار درند.



۶-مختصات نقاط زیر را روی دستگاه مشخص کنید.

$A=\begin{bmatrix}-۳\\۲\end{bmatrix}$ $B=\begin{bmatrix}-۱\\-۱\end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}۰/۵\\۲\end{bmatrix}$ $D=\begin{bmatrix}۳\\\frac{۵}{۴}\end{bmatrix}$

۷-قرینه ی نقطه ی $A=\begin{bmatrix}-۵\\-۳\end{bmatrix}$ را نسبت به محور طول ،محور عرض، مبدا مختصات ،نیم ساز ربع اول وسوم را پیدا کنید.

۸-اگر نقطه ی $A=\begin{bmatrix}a-۱\\b\end{bmatrix}$ قرینه ی نقطه ی $B=\begin{bmatrix}-۹\\۲b\end{bmatrix}$ نسبت به محور عرض ها باشد a+b را محاسبه کنید.

۹-نقطه ی $\begin{bmatrix}m-۳\\۳n\end{bmatrix}$ در ناحیه ی دوم مختصات قرار دارد محدوده ی m و n را بنویسید.

۱۰-با حدس آزمایش بگویید، نقطه ی $\begin{bmatrix}a\times a\\-۱-a\times a\end{bmatrix}$ به ازای چه مقدار a عدد صحیح در ناحیه ی چهارم قرار دارد؟

۱۱-مختصات قرینه ی نقطه ی $\begin{bmatrix}۲x-۱\\۳y\end{bmatrix}$ نسبت به محور طول ها $\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}$ شده است.مقدار x,y را حساب کنید.

بردار انتقال

۱- صحیح –غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-قرینه ی بردار $\overrightarrow{a}=\begin{bmatrix}-۲\\۵\end{bmatrix}$ نسبت به مبدا مختصات، بردار $\begin{bmatrix}۵\\-۲\end{bmatrix}$ می باشد.

ب-بردار $\overrightarrow{AB}=\begin{bmatrix}-۳\\۰\end{bmatrix}$ موازی محور طول هاست.

پ-هر برداری که موازی محور عرض ها است .طول صفر دارد.

ت-سه بار انتقال یافته ی نقطه ی $A=\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$ توسط بردار $\overrightarrow{x}=\begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix}$ برابر است با $\begin{bmatrix}a+۶\\b-۹\end{bmatrix}$.

ث-برای اینکه مختصات قرینه ی یک بردار را بنویسیم کافی است طول وعرض آن راقرینه کنیم.

۲- درجای خالی عدد یا واژه مناسب بنویسید.

الف-هر برداری که عرض آن .....است موازی محور طول ها است.

ب- انتقال یافته ی نقطه ی $A=\begin{bmatrix}۳\\-۱\end{bmatrix}$ توسط بردار $\overrightarrow{DE}=\begin{bmatrix}۲۲\\-۳۷\end{bmatrix}$ برابر است با.....

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

پ-انتقال یافته ی نقطه ی $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ توسط دوبردار به مختصات های $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}$ برابر است با.....

ت- قرینه ی بردار $\overrightarrow{AB}=\begin{bmatrix} -۷ \\ ۵ \end{bmatrix}$ نسبت به مبدا مختصات برابر است با.....

۳- گزینه صحیح را مشخص کنید.

الف- یک نقطه به مختصات $\begin{bmatrix} ۴ \\ -۱ \end{bmatrix}$ را با بردار $\begin{bmatrix} x \\ y+۲ \end{bmatrix}$ انتقال می دهیم. اگر مختصات نقطه ی انتقال یافته $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$ باشد.مختصات بردار انتقال کدام گزینه است؟

۱) $\begin{bmatrix} -۷ \\ ۲ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۱ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۴ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$

ب-نقطه ی $A=\begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$ رابا کدام بردار زیر به مبدا مختصات می توان انتقال داد؟

۱) $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$

پ-دوبردار $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{BA}$ با یکدیگر:

۱)مساویند ۲)موازیند ۳)قرینه اند ۴)گزینه های ۲و۳

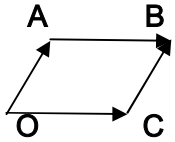
ت-اگر دوبردار $\overrightarrow{a}=\begin{bmatrix} ۴x+۸ \\ -۲ \end{bmatrix}$ و $\overrightarrow{b}=\begin{bmatrix} x-۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$ باهم مساوی باشند.مختصات بردار b کدام گزینه است؟

۱) $\begin{bmatrix} -۴ \\ ۲ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} ۴ \\ -۲ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} -۴ \\ -۲ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix}$

ث-زاویه ی بین راستا های دوبردار $m=\begin{bmatrix} ۸ \\ -۲ \end{bmatrix}$ و $n=\begin{bmatrix} ۲ \\ ۸ \end{bmatrix}$ چند درجه است؟

۱) ۱۳۵° ۲) ۹۰° ۳) ۱۸۰° ۴) -۲۷۰۵°

ج-در شکل مقابل کدام بردار حاصل جمع بقیه ی بردار ها را نشان می دهد؟



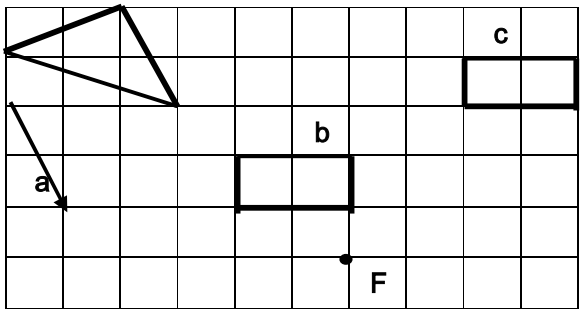
۱) $\overrightarrow{DA}$ ۲) $\overrightarrow{OC}$ ۳) $\overrightarrow{BC}$ ۴) $\overrightarrow{AB}$

چ-مختصات برداری که ابتدای آن $\begin{bmatrix} -۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} ۶ \\ ۴ \end{bmatrix}$ باشد کدام گزینه است؟

۱) $\begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix} -۹ \\ ۶ \end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix} ۹ \\ ۶ \end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix} -۴ \\ -۲ \end{bmatrix}$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۴- نقطه ی A به مختصات $\begin{bmatrix}۵\\۱\end{bmatrix}$را با بردارهای $\begin{bmatrix}۳\\۰\end{bmatrix}$و$\begin{bmatrix}-۱\\-۱\end{bmatrix}$ و$\begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix}$منتقل کرده ایم تا نقطه ی انتقال یافته ی Bبه دست آمد. اگر بخواهیم ، نقطه ی Aرا مستقیما به نقطه ی B منتقل کنیم ،مختصات نقطه ی انتقال این بردار چیست؟

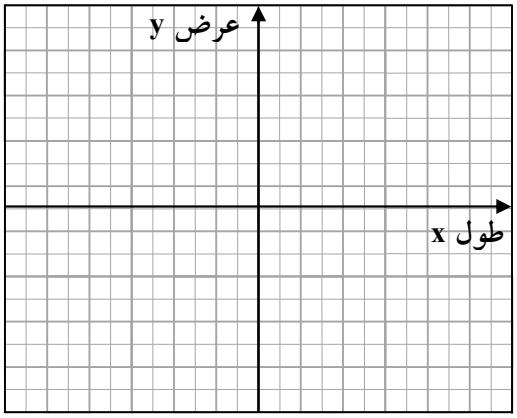


۵-در صفحه ی شطرنجی روبرو ابتدا شکل مثلث را با بردار a انتقال داده سپس بردار انتقال شکل مستطیل (b)را که منتقل شده ی آن مستطیل (c)است را از نقطه F رسم کنید.

۶-مقدار xرا چنان تعیین کنید که بردار $AB=\begin{bmatrix}x+۲\\۴-۲x\end{bmatrix}$

الف- موازی محور طول ها باشد.

ب- موازی محور عرض ها باشد.



۷- هریک از بردار های زیر را رسم کنید.

الف- بردار $\begin{bmatrix}-۳\\۲\end{bmatrix}$ابتدادر $\begin{bmatrix}۱\\۱\end{bmatrix}$.

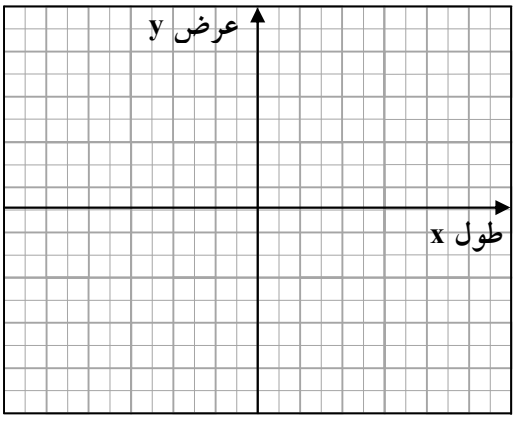
ب-بردار $\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$ابتدا در $\begin{bmatrix}-۴\\-۴\end{bmatrix}$.

پ-بردار $\begin{bmatrix}۰\\۵\end{bmatrix}$ابتدا در $\begin{bmatrix}-۴\\۱\end{bmatrix}$.

ت-بردار $\begin{bmatrix}-۳\\-۲\end{bmatrix}$ابتدا در $\begin{bmatrix}۰\\۰\end{bmatrix}$.

ث-بردار $\begin{bmatrix}-۴\\-۴\end{bmatrix}$ابتدا در $\begin{bmatrix}-۱\\-۱\end{bmatrix}$.

ج-بردار $\begin{bmatrix}۳\\۵\end{bmatrix}$ انتها در $\begin{bmatrix}۲\\-۱\end{bmatrix}$.



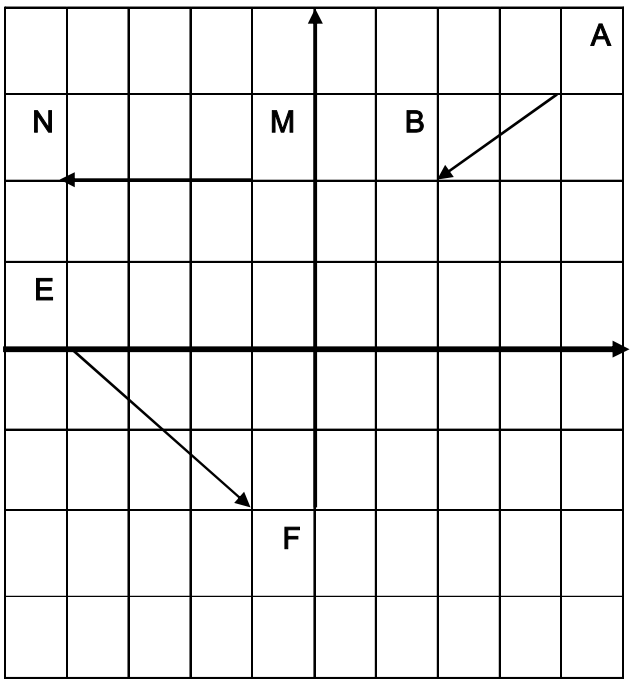
تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۸-مقادیر a,b را چنان تعیین کنید که دو بردار $\begin{bmatrix} a-۲b \\ b+۳ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$ مجموعشان صفر شود؟

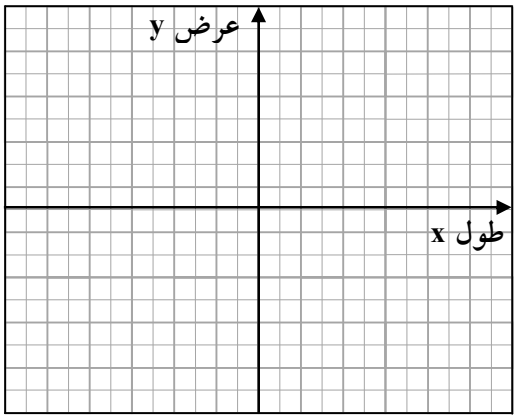
۹-مقادیر x,y راچنان تعیین کنید که ،دو بردار $\begin{bmatrix} x-۲y \\ b+۳ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix}$ مساوی باشند.

۱۰-اگر $A=\begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} -۴ \\ ۳ \end{bmatrix}$ باشد.مختصات بردار $\overrightarrow{BA}$ را پیدا کرده و جمع وتفریق متناظر با آن را بنویسید.

۱۱-جمع متناظر با هریک از بردار های زیر را بنویسید.



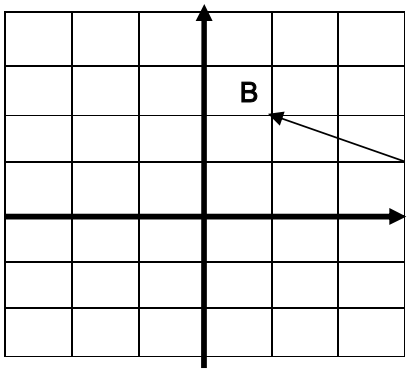
۱۲-با توجه به شکل:



الف- بردار $\overrightarrow{AB}=\begin{bmatrix}-۳\\۴\end{bmatrix}$ را از نقطه ی $A=\begin{bmatrix}۲\\-۵\end{bmatrix}$ رسم کرده

ومتناظر با بردار یک جمع ویک تفریق بنویسید.

۱۳-در شکل زیر :



الف- مختصات بردار $\overrightarrow{AB}$ را بنویسید.

ب- قرینه ی بردار $\overrightarrow{AB}$ را نسبت به محور طول ها به دست آورده
وآن را $\overrightarrow{MN}$ بنامید.

پ-قرینه ی بردار $\overrightarrow{AB}$ را نسبت به محور عرض ها پیدا کرده
وآن را $\overrightarrow{EF}$ بنامید.

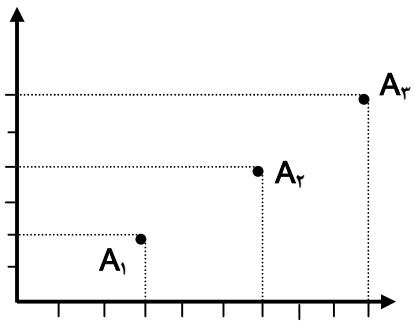
ت- مختصات بردار های $\overrightarrow{MN}$ و$\overrightarrow{EF}$ را بنویسید.

۱۴-جمع و تفریق های مختصاتی زیر را کامل کنید.

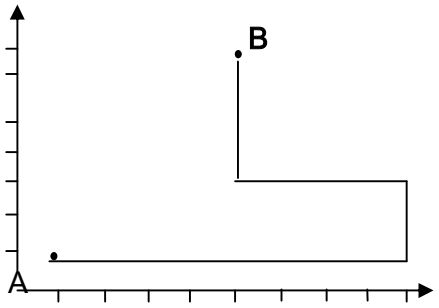
$$\begin{bmatrix}۱\\-۲\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۲\\ \ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\ \\۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷\\۱۰\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}-۳\\۴\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۴\\۷\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}\ \\ \ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۳\\۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۵\\۰\end{bmatrix}$$

۱۵-اگر نقطه ی $M=\begin{bmatrix}-۳\\۲\end{bmatrix}$قرینه ی نقطه ی $P=\begin{bmatrix}۳\\-۲\end{bmatrix}$ نسبت به مبدا مختصات باشد.مختصات بردار $\overrightarrow{MP}$را بنویسید.

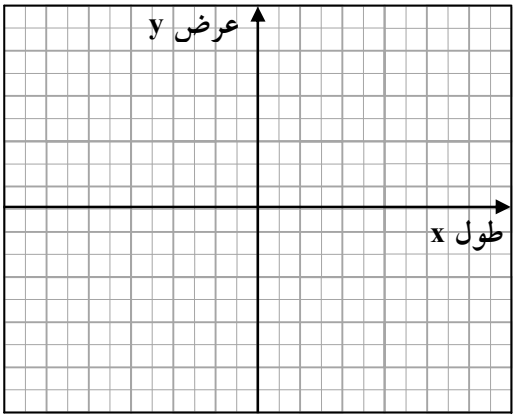
۱۶-با توجه به الگوی زیر مختصات نقطه چهارم و n ام را بنویسید.



۱۷- با توجه به حرکت یک مهره از نقطه A به نقطه B درشکل زیر مسیر مستقیم این حرکت چه مختصاتی دارد؟



۱۸-یک روز صبح آذین از منزل خود که به مختصات $\begin{bmatrix}-۳\\۴\end{bmatrix}$خارج شده وبا بردار $\begin{bmatrix}۶\\-۲\end{bmatrix}$ به مغازه رفته وخودکارمی خردو با بردار انتقال $\begin{bmatrix}-۲\\-۵\end{bmatrix}$حرکت کرده وبه مدرسه می رود اگر منزل آذین را A ومغازه راB و مدرسه را C بنامیم .الف- مختصات BوC را بارسم شکل نشان دهید.ب- آذین با چه برداری مستقیما می تواند از خانه به مدرسه برود؟پ-چه رابطه ای بین سه بردار وجود دارد؟



۱۹-اگر $A=\begin{bmatrix}۲\\-۱\end{bmatrix}$ و$B=\begin{bmatrix}۰\\۵\end{bmatrix}$ $C=\begin{bmatrix}-۲\\-۴\end{bmatrix}$ مختصات رئوس یک مثلث باشند. مختصات رئوس انتقال یافته ی مثلث ABC را تحت بردار $\overrightarrow{a}=\begin{bmatrix}۴\\-۶\end{bmatrix}$ را به دست آورید.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir


فصل نهم
آمار و احتمالات

علمی که به جمع آوری اطلاعات عددی سازماندهی و بررسی آنها می پردازد ،علم آمار نامیده می شود.

به اطلاعات عددی که از این طریق به دست می آید داده می گویند.

وقتی داده های آماری جمع آوری شدند ،اولین گام این است که آنها را در جدول داده ها سازماندهی کنیم .برای اینکه شمارش داده ها راحت تر انجام شود.ابتدا تشخیص می دهیم هر داده در کدام خانه باید قرار بگیرد؟سپس به جای آن داده یک چوب خط رسم می کنیم.وقتی تعداد چوب خط های هر خانه زیاد می شوند،شمارش آنها دشوار می شود.به همین دلیل چوب خط ها را به دسته های ۵ تایی تقسیم می کنیم به این ترتیب که هرگاه تعداد چوب خط ها به ۵ برسد،چوب خط پنجم را به صورت افقی روی ٤ چوب خط قبلی قرار می دهیم.به نمونه های زیر توجه کنید.

تعداد	۱	۲	۳	٤	۵
چوب خط	|	||	|||	||||	𝍸

مثال)میزان بارندگی در دوازده ماه یک سال در شهر رشت،به شرح زیر است.جدول داده ها را برای آن تشکیل دهید.

بهمن:۹۰ میلی متر–فروردین:۱۲۰ میلی متر–خرداد:۵ میلی متر–تیر:۱۰ میلی متر –شهریور:۳۰ میلی متر–اردیبهشت:۵۰ میلی متر–مهر:٤۰ میلی متر–آبان:۲۰ میلی متر–آذر:۷۰ میلی متر–دی:۳۰ میلی متر–اسفند:۱۰۰ میلی متر–مرداد:۸۰ میلی متر

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
میزان بارندگی	۱۲۰	۵۰	۵	۱۰	۸۰	۳۰	٤۰	۲۰	۷۰	۳۰	۹۰	۱۰۰

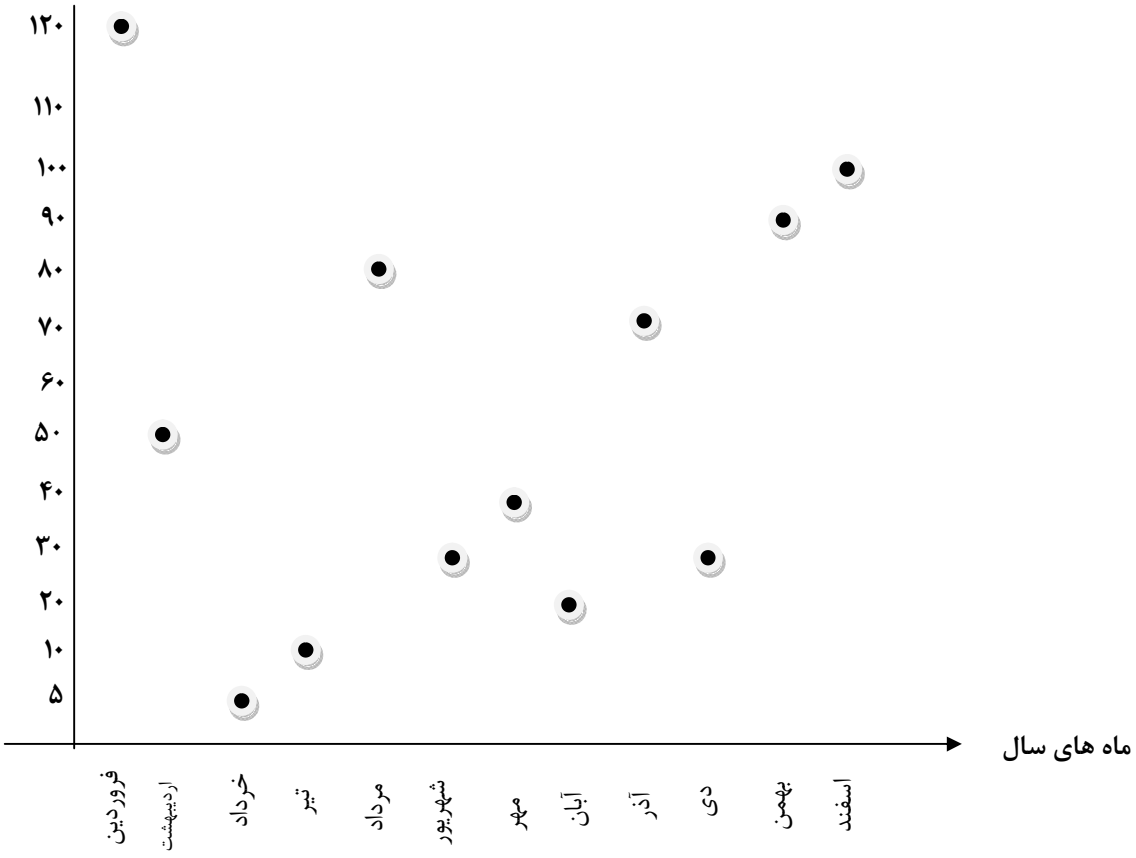
برای مقایسه و بررسی بهتر داده های آماری از انواع نمودار ها استفاده می کنیم.با دیدن یک نمودار دریک نگاه می توانیم به اطلاعات زیادی دست پیدا کنیم.جدول ها نیاز به بررسی و تعمق زیادی برای درک یک موضوع دارند.لذا نمودار های مختلفی در ریاضی طراحی شده اند که ویژگی اصلی آنها این است که علاوه

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

بر آن که مطالب را به صورتی خلاصه ارائه می کنند عمل مقایسه یا استفاده را نیز راحت تر می نمایند.انواع نمودار ها عبارتند از :

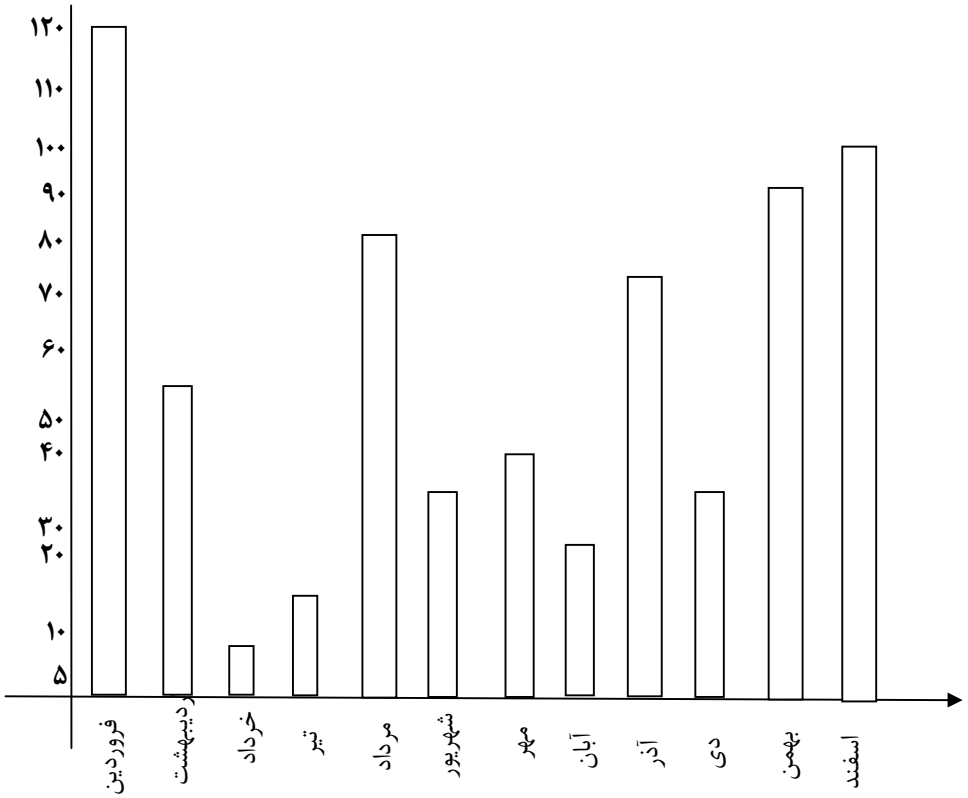
نمودار میله ای ، نمودار تصویری،نمودار خط شکسته،نمودار نقطه ای،نمودار دایره ای

نمودار نقطه ای:در این نمودار دو محور عمود بر هم رسم می نماییم و هر محور را محل قرار گرفتن یکی از عامل ها قرار می دهیم.به طور ***مثال*** در داده های قبلی،یک محور،محور ماه ها و دیگری محور میزان بارندگی.بنابر این بروی محور ماه ها،در نقطه هر ماه خط عمودی بر محور ماه ها رسم و در نقطه عدد بارندگی آن ماه،خطی عمود بر محور میزان بارندگی رسم می کنیم.محل برخورد این دو خط نقطه ای است که میزان بارندگی آن ماه را به خوبی نشان می دهد.



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

نمودار میله ای :اگر در نمودار نقطه ای خطوط قائم تا نقاط را با عرض کمی رسم نماییم،مانند آن خواهد بود که هر مورد به صورت یک میله تا مقابل عدد مربوط به خود بالا رفته است.این نمودار برای مقایسه تعداد و پیدا کردن بیش ترین و کم ترین داده مناسب است.



توزیع نرمال

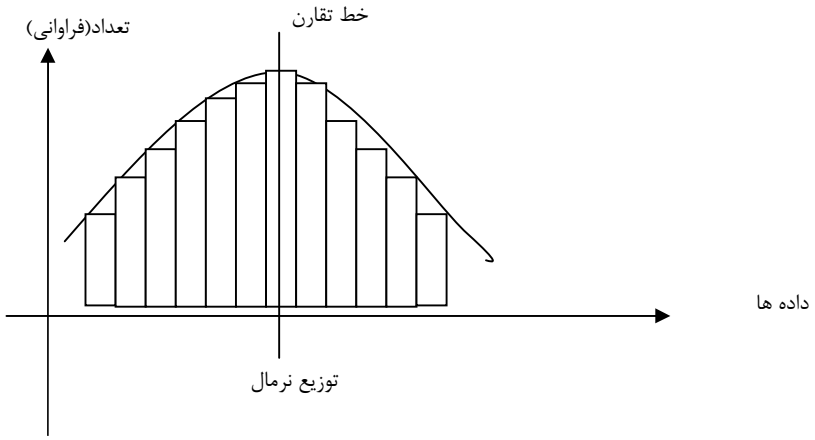
اگر در یک مطالعه آماری ،فراوانی داده ها به صورتی باشد که نمودار ستونی(بلوکی) آن ها متقارن (تقریبا متقارن) شود،میانگین داده ها در دسته ی وسط قرار می گیرد و در اصطلاح می گویند،داده ها به صورت نرمال توزیع شده اند.

۱- در توزیع نرمال ،بیش ترین فراوانی مربوط به دسته میانی است.

۲- دیگر پدیده ها طبیعی مانند قد انسان ها،وزن انسانها،هوش و استعداد انسانها،شدت و بزرگی زلزله،طوفان و ... را بررسی و پس از دسته بندی داده ها و پیدا کردن فراوانی دسته ها نمودار ستونی

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

آنها را رسم کنیم،متوجه می شویم که به صورت نرمال توزیع شده اند و این یکی از ویژگی های آفرینش است.



یادمان باشد

وقتی می خواهیم نمودار ستونی رسم کنیم،اجازه داریم جای ستونها را عوض کنیم.

در نمودار ستونی می تونیم جای محور افقی و عمودی را عوض کنیم و ستون ها رو به صورت افقی بکشیم.

❋**نکته**:موقع رسم نمودار ستونی،باید دقت کنیم در محوری که نشان دهنده ی تعداد،مقیاس رو رعایت کنیم و گرنه نمودار ممکن است گول زننده باشد.

❋**نکته**:در رسم نمودار ستونی، ضخامت ستون ها باید هم اندازه باشد تا بیننده ها رو به اشتباه نیندازد.

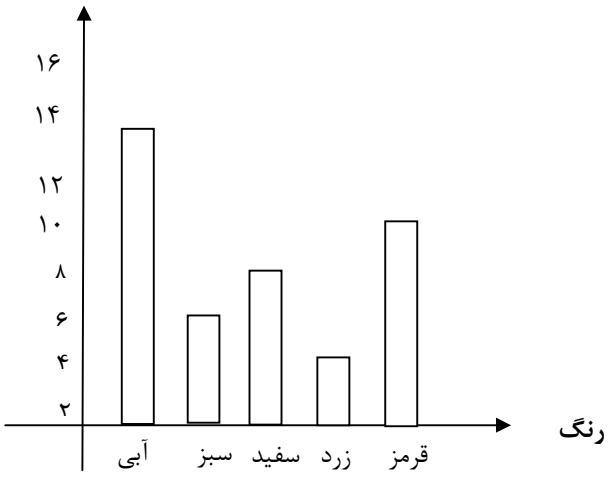
❋**نکته**:همه ی نمودارها از جمله نمودار ستونی،نیاز به عنوان دارند،همون توضیح کوتاهی هست که زیر،بالا یا کنار نمودار نوشته می شد و موضوع مورد مطالعه ور مشخص می کنه.

–از ٤٠ نفر دانش آموزان یک مدرسه پرسیده شد :«کدام رنگ را بیش تر دوست داريد؟»جواب های آنها به صورت زیر بود:

آبی ، سبز ، زرد ، قرمز ، قرمز ، زرد ، سفید ،سفید ، سفید ،آبی ، آبی ، سفید ، سبز ، سبز ، قرمز ،سفید ، زرد ، قرمز ، آبی ، قرمز ،آبی ، آبی ،قرمز ، آبی،سبز ،آبی، قرمز ، آبی ، آبی،قرمز ،سفید ،قرمز ،سفید ،آبی ،آبی ،قرمز،سبز، سفید ، آبی ،زرد –این داده را در یک جدول سازماندهی کنید.

رنگ	چوب خط	تعداد
آبی	𝍸 𝍸 |||	۱۳
سبز	𝍸	۵
سفید	𝍸 |||	۸
زرد	||||	٤
قرمز	𝍸 𝍸	۱۰

مثال)نمودار ستونی مربوط به رنگ مورد علاقه ٤٠ دانش آموز مدرسه (***مثال*** قبل)به صورت زیر است:



با توجه به نمودار بالا به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف)دانش آموزان این مدرسه به کدام رنگ علاقه بیشتری دارند؟

ب)در بین این رنگ ها،کدام رنگ طرفدار کمتری دارد؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ج)تعداد کسانی که به رنگ قرمز علاقه دارند،چند نفر بیشتر از تعداد کسانی است که به رنگ سفید علاقه دارند؟

د)در مجموع چند نفر به رنگ های زرد یا سبز علاقه دارند؟

پاسخ

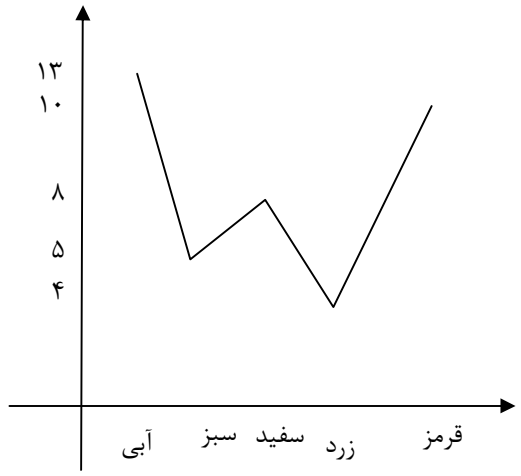
الف)آبی

ب)زرد

ج)قرمز:۱۰ نفر–سفید:۸ نفر– پس ۲=۸–۱۰

د)زرد:٤ نفر–سبز:٥ نفر– در مجموع: ۹=٥+٤

نمودار خط شکسته:اگر در نمودار نقطه ای ،از چپ به راست نقاط بدست آمده را به ترتیب به هم وصل کنیم ،نمودار خط شکسته حاصل می شود.



این نمودار برای بهتر نشان دادن تغییرات در یک مدت مشخص به کار می رود.رسم نمودار خط شکسته موضوع های مهم اقتصادی نظیر تغییرات قیمت طلا و سکه ،نفت،دلار،سهام و .... کمک زیادی به ارزیابی و پیش بینی تغییرات در روزهای آینده خواهد بود.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

هنگام تولد هر کودک برگه ای با عنوان «کارت مراقبت کودک» برای او صادر می شود که در آن چند منحنی برای کنترل وزن،قد و اندازه ی دور سر کودک در ماه های مختلف پس از تولد رسم شده است.به این ترتیب،تبدیل نمودار خط شکسته به منحنی،علاوه بر پیش بینی وزن و قد و اندازه ی دور سر کودک در ماه های آینده می توانیم میزان رشد یا افت آن ها ر ابررسی کنیم.

نکته:اگر از ابتدای نمودار خط شکسته شروع به حرکت کنیم،هر جا که سمت بالا می رویم،یعنی نسبت به قبل افزایش داشتیم و هر جا که به سمت پایین حرکت می کنیم،یعنی نسب به قبل کاهش داشتیم.

نکته:بیش ترین تغییرات (افزایش یا کاهش) در جایی اتفاق می افتد که شیب پاره خط نسبت به قسمت های دیگر بیشتر باشد.

نمودار تصویری:

بعضی از مواقع از جمله در برنامه ریزی های کلان اقتصادی،به عددهای دقیق و واقعی نیاز نداریم و به جای داده های واقعی از مقدار تقریبی آن ها استفاده می کنیم.

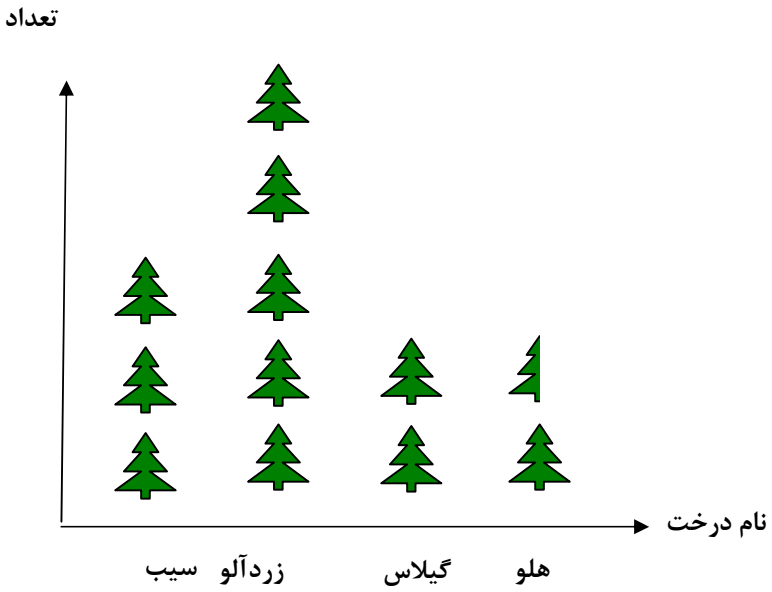
در این نوع از نمودار،معادل بخش معینی از موضوع مورد نظر یک تصویر مناسب انتخاب من نمایند.مثلا برای جمعیت یک آدمک استفاده می کنیم.برای راحتی کار می توانیم از تصاویر ساده تری مثل دایره ،مثلث،مربع یا ... نیز استفاده نماییم.

برای رسم نمودار تصویری ،ابتدا یک تصویر را به عنوان واحد برای نمایش اطلاعات انتخاب می کنیم.سپس اطلاعات را بر اساس واحد انتخاب شده تقریب می زنیم.در پایان موضوعات موجود در جدول را روی یکی از محور ها نوشته و به تعداد لازم مقابل هر کدام،تصویر انتخاب شده را رسم می کنیم.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

مثال)تعداد درخت های میوه در یک باغ به شرح زیر می باشد.

نام درخت	تعداد
سیب	۳۱
زردآلو	٤٨
گیلاس	۲۰
هلو	۱۵



نمودار دایره ای:

اگر بخواهیم نسبت یک مقدار مشخصی به کل داده ها را نشان دهیم و سهم هر بخش را معلوم کنیم از نمودار دایره ای استفاده می کنیم.در نمودار دایره ای ،معمولا سهم هر بخش را به صورت درصد محاسبه کرده و در صورت لزوم درصد بدست آمده را با تقریب کم تر از ۱۰ گرد می کنیم.اگر بخواهیم نمودار دایره ای را دقیق تر رسم کنیم،اول باید به جای درصد ببینیم اگر تعداد کل ۳٦۰ باشد از هر مقدار چقدر داریم؟

$$\frac{\text{تعداد داد ه ها ی مورد نظر}}{\text{داد ه ها}} = \frac{\text{زاویه}}{۳٦۰} = \frac{x}{۱۰۰}$$

در نمودار دایره ای می توان زاویه مرکزی هر قسمت را از رابطه ی زیر بدست آورد:

$$\frac{\text{تعداد داد ه ها ی مورد نظر}}{\text{تعداد کل داد ه ها}} = \frac{\text{زاویه}}{۳٦۰}$$

مثال)در یک باغ در بین ۲۵ درخت ،تعداد ۱۰ درخت میوه وجود دارد.اگر نمودار دایره ای این درختان را رسم کنیم،زاویه قسمت درختان میوه چند درجه است؟

$$\frac{۱۰}{۲۵}=\frac{\text{زاویه}}{۳۶۰}\Rightarrow \text{زاویه}=\frac{۳۶۰\times ۱۰}{۲۵}=۱۴۴$$

درصد مقادیر را می توانیم از رابطه ی زیر بدست آوریم.

$$\frac{\text{تعداد داد ه ها ی مورد نظر}}{\text{تعداد کل داد ه ها}}=\frac{x}{۱۰۰}$$

مثال)در مثال قبل چند درصد کل درختان را درخت های میوه تشکیل می دهند؟

$$\frac{۱۴۴}{۳۶۰}=\frac{x}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{۱۴۴\times ۱۰۰}{۳۶۰}=۴۰٪$$

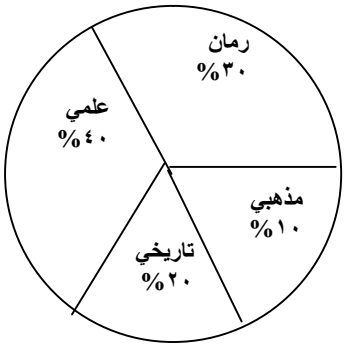
-با داشتن اندازه ی زاویه هر قسمت از نمودار دایره ای نیز می توان درصد داده های مورد نظر را پیدا کنید:

$$\frac{\text{زاویه}}{۳۶۰}=\frac{x}{۱۰۰}$$

مثال)اگر در یک نمودار دایره ای ،زاویه مرکزی یکی از داده ها ۱۴۴ باشد،این داده چند درصد کل داده ها را تشکیل می دهد؟

$$\frac{۱۴۴}{۳۶۰}=\frac{x}{۱۰۰}\Rightarrow\frac{۱۴۴\times ۱۰۰}{۳۶۰}=۴۰٪$$

مثال)در یک کتابخانه ،مدرسه ای ۳۶۰ جلد کتاب موجود است.نمودار دایره ای کتاب های این کتابخانه به صورت مقابل است.اختلاف کتاب ها ی تاریخی و علمی چند تا است؟



تاریخی $\frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۷۲}{۳٦۰}$

اختلاف $\Rightarrow ۱٤٤-۷۲=۷۲$

علمی $\frac{٤۰}{۱۰۰} = \frac{۱٤٤}{۳٦۰}$

احتمال یا اندازه گیری شانس

ما در زندگی روزانه خود از کلمه ی احتمال استفاده می کنیم. مثلا می گوییم «امروز هوا ابری است و احتمال دارد باران ببارد» بعضی از اتفاق هایی که رخ می دهند،تصادفی هستند،زیرا ما در نتیجه آنها نقشی نداریم.مثلا وقتی یک سکه را به هوا پرتاب می کنیم(بدون کنترل) پیش از آنکه به زمین بیاید نمی دانیم «رو» خواهد آمد یا «پشت».

بعضی از اتفاق ها حتما رخ می دهند،مثلا «تولد نوزاد در یکی از روزهای هفته»

بعضی از اتفاق ها امکان ندارد رخ دهند،مثل «تولد یک نوزاد ۹ متری»

اما بسیاری از اتفاق ها ممکن است رخ بدهند،ولی حتمی نیستند،مثل «آمدن عدد ٦ در پرتاب تاس».

مثال)از موارد زیر کدام ها حتما رخ می دهند؟کدام ها ممکن نیست رخ بدهند؟کدام ها ممکن است اتفاق بیفتند ولی حتمی نیستند؟

الف)اگر بذر گندم بکاریم جو سبز می شود. ← غیر ممکن

ب)اگر خوب تمرین کنیم،نمره ریاضی من ۲۰ می شود. ← حتمی نیستند ولی ممکن است

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ج)اگر انسان نیکوکاری باشیم،پاداش نیکو می گیریم . ← حتمی

-وقتی یک سکه را پرتاب می کنیم،دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد:یا سکه رو می آید یا پشت.این دو حالت مشابه هم هستند و شانس رو آمدن سکه یا شانس پشت آمدن آن برابر است.بنابراین در پرتاب سکه دو حالت هم شانس ممکن است اتفاق بیفتد.در یکی از این دو حالت ممکن ،سکه رو می آید.پس احتمال رو آمدن سکه $\frac{۱}{۲}$ است.عدد $\frac{۱}{۲}$ ،اندازه شانس رو آمدن سکه یا احتمال رخ دادن آن را نشان می دهد.

یادمون باشه

برای اینکه احتمال رخ دادن به اتفاق رو پیدا کنیم،اول همه حالت های ممکن را می نویسیم بعد حالت های مورد نظرمون را پیدا می کنیم.به این ترتیب،احتمال رخ دادن آن اتفاق برابر است با نسبت تعداد حالت های مورد نظر به تعداد حالت های ممکن.حالت های مورد نظرما،حالت های مطلوبن،پس:

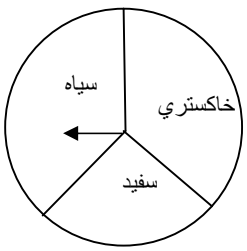
$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت ها ی مطلوب}}{\text{تعداد حالت ها ی ممکن}}$$

*تعداد حالت های ممکن یک اتفاق با اتفاق دیگر متفاوت است.مثلا :

-در پرتاب سکه ،دو حالت هم شانس ممکن است اتفاق بیفتد:سکه یا به رو می افتد یا به پشت

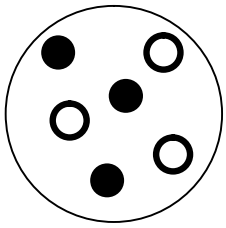
-وقتی یک تاس را پرتاب می کنیم،٦ حالت هم شانس ممکن است اتفاق بیفتند:یکی از عدد های ١،٢،٣،٤،٥،٦ می آید.

-وقتی چرخنده زیر را می چرخانیم،٣ حالت هم شانس اتفاق می افتد:عقربه روی یکی از رنگ های سیاه،سفید یا خاکستری می ایستد.



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

وقتی به طور تصادفی یک مهره از کیسه ی مقابل بر می داریم ۵ حالت هم شانس اتفاق می افتد:



یکی از مهره های سفید۱، سفید۲، سیاه ۱،سیاه ۲ یا سیاه ۳ بیرون می آید.

مثال)احتمال اتفاق افتادن هر اتفاق را با یک کسر بیان کنیدو

الف)وقتی سکه را می اندازیم،پشت بیاید.

ب)وقتی تاس را می اندازیم ،عددی فرد بیاید.

ج)وقتی چرخنده ی بالا را می چرخانیم ،عقربه روی سفید بایستد.

د)وقتی تاس را می اندازیم ،روی یکی از شمارنده های ۵ باشد.

ه)یک نوزاد در روز پنج شنبه متولد شود.

و)در پرتاب تاس،عددی غیر از ۲ بیاید.

پاسخ) الف) $\frac{۱}{۲}$ ب) $\frac{۳}{۶}$ ج) $\frac{۱}{۳}$ د) $\frac{۲}{۶}$ ه) $\frac{۱}{۷}$ و) $\frac{۵}{۶}$

یادمون باشه

*احتمال رخ دادن یه اتفاق همیشه صفر،یک یا عددی بین صفر و یک است.

*وقتی یه اتفاق غیر ممکنه،احتمال رخ دادنش صفره،مثل اومدن عدد ۷ در پرتاب تاس.

*وقتی یه اتفاق حتمی باشه،احتمال رخ دادنش یکه،مثل اومدن یه عدد کوچکتر از ۷ در پرتاب تاس.

*وقتی یه اتفاق ممکنه رخ بده،ولی حتمی نیست،احتمال رخ دادنش بین صفر و یکه،مثل اومدن عدد ۳ در پرتاب تاس.

بیشتر بدانیم

*وقتی در یک اتفاق،احتمال رخ دادن و رخ ندادن برابر باشد ،احتمال رخ دادن برابر با: $\frac{۱}{۲}$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

*وقتی دریک اتفاق،رخ دادن بیش تر از احتمال رخ ندادن باشد،احتمال رخ دادن عددی بین $\frac{۱}{۲}$ و ۱ است.

*وقتی یه اتفاق،احتمال رخ دادنش کمتراز احتمال رخ ندادنش باشه،احتمال رخ دادنش بین صفر و $\frac{۱}{۲}$ هست.

-احتمال رخ دادن هر اتفاق را می توان با قرار دادن یک نقطه روی پاره خط نشان داد.

الف)در پرتاب سکه پشت بیاید.



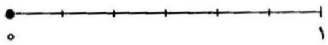
ب)در پرتاب تاس،عدد ۵ بیاید.



ج)در پرتاب تاس،عددی کوچکتر از۵ بیاید.



د)بلافاصله بعد از فصل پاییز ،فصل بهار بیاید.



ه)مجموع دو عدد فرد،عددی زوج شود.



و)معلم ورزش ما،در همین ماه متولد شده باشد.



احتمال و تجربه

وقتی یک سکه را پرتاب می کنیم،احتمال رو یا پشت آمدن با هم برابر است.فرض کنید سکه ای را ٤ بار پرتاب کرده باشیم وهر ٤ بار ،پشت آمده باشد.وقتی سکه را برای بار پنجم پرتاب می کنیم ، باز احتمال رو یا پشت آمدن سکه برابر است.این احتمال تجربی است.

بر اساس احتمال تجربی،هر چه تعداد پرتاب ها را بیشتر کنیم ،تعداد رو آمدن و پشت آمدن ها به هم نزدیک تر می شوند وپشت آن ها به هم،به عدد یک نزدیک می شود.مثلا اگر قرار باشد سکه ای را ۱۰۰ بار پرتاب کنیم،به احتمال زیاد،۵۰ بار رو می آید و ۵۰ بار پشت.البته می دانیم که وقتی این کار را خودمان تجربه کنیم،ممکن است تعداد رو آمدن و پشت آمدن ها برابر نشود،اما به هم نزدیک خواهد بود.

یادمون هست که:

هر چی تعداد آزمایش ها بیش تر باشه،احتمال تجربی به احتمال ریاضی نزدیک تر می شه.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

مثال)کیسه ای را در نظر بگیرید که داخل آن ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه قرار دارد.فرض کنید بدون نگاه کردن به داخل کیسه،یک مهره را خارج کرده و بعد از یاد داشت کردن رنگ آن،مهره را سرجاش بگذاریم.اگر این کار را ۱۰ بار انجام دهیم،با توجه به جدول تناسب زیر انتظار می رود که ٤ بار مهره سفید و ٦ بار مهره سیاه بیرون بیاید.

سفید	۲	٤
سیاه	۳	٦
کل	۵	۱۰

$$\text{نسبت سفید آمدن مهره ها} = \frac{٤}{۱۰} = \frac{۲}{۵}$$

$$\text{نسبت سیاه آمدن مهره ها} = \frac{٦}{۱۰} = \frac{۳}{۵}$$

$$\text{مجموع نسبت ها} = \frac{۲}{۵} + \frac{۳}{۵} = \frac{۵}{۵} = ۱$$

*مجموع همه ی احتمال های ممکن در یک مسئله همیشه برابر یک است.

مثال)در یک کیسه ۲ مهره آبی، ۵ مهره قرمز و یک مهره سبز وجود دارد.هر بار مهره ای را به طور تصادفی بیرون آورده و پس از یادداشت کردن رنگ آن، دوباره به کیسه بر می گردانیم.

الف)در ۳۲ بار انجام این آزمایش ،دقیقا چند بار مهره ی قرمز بیرون می آید؟

ب)اگر پس از چند بار انجام آزمایش،در نیمی از پرتاب ها مهره قرمز و در $\frac{۱}{۳}$ پرتاب ها مهره آبی بیرون آمده باشند،در چه کسری از پرتاب ها مهره سبز بیرون آمده است؟

پاسخ:

الف)نمی توانیم به طور دقیق بگوییم،اما به احتمال زیاد تقریبا ۲۰ بار مهره ی قرمز بیرون می آید.زیرا:

$$\text{احتمال بیرون آمدن مهره ی قرمز} = \frac{۵}{۸} \to \frac{۵}{۸} = \frac{x}{۳۲} \to x = \frac{۳۲ \times ۵}{۸} = ۲۰$$

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ب) $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}=\frac{۳}{۶}+\frac{۲}{۶}=\frac{۵}{۶}$

مجموع نسبت ها باید «یک» شود،پس نسبت بیرون آمدن مهره ی سبز به کل آزمایش ها برابر است با:

$۱-\frac{۵}{۶}=\frac{۱}{۶}$

۱-صحیح –غلط بودن هر عبارت را مشخص کنید.

الف-مدیر مدرسه ای می خواهد رنگ لباس فرم مدرسه را تعیین کند .از دانش آموزان نظر خواهی می کند.تا رنگ انتخاب شده ’رنگ مورد علاقه ی بیشتر دانش آموزان باشد.

ب-علم آمار ’علم بررسی وسازمان دهی اطلاعات است.

پ-جدول داده ها جدولی است که اطلاعات جمع آوری شده در آن قرار می گیرد.

ت-نمودار خط شکسته ’مقدار های تقریبی داده ها را نشان می دهد.

ث-نمودار دایره ای ’مقدار داده ها را نسبت به کل داد ه ها نشان می دهد.

ج-نمودار تصویری مقدار داده ها را به شکل تقریبی نشان داده می دهد.

چ-در نمودار دایره ای اگر ۴۸ درصد را با مخرج ۱۰ نشان دهیم’تقریبا به صورت $\frac{۵}{۱۰}$به دست می آید.

ح-اگر سکه ای را پرتاب کنیم. حتما رو می آید.

خ-در پرتاب سکه دو حالت ممکن است رخ دهد.

د-احتمال آن که در پر تاب یک تاس عدد صفر بیاید ’ برابر یک است .

ذ-تاسی را پر تاب می کنیم ’احتمال آنکه عدد۲ یا سه بیاید برابر $\frac{۱}{۶}$ می باشد.

ر-احتمال رخ دادن یک اتفاق همیشه عددی کسری است که صورت آن از مخرجش کمتر است.

ز-درون کیسه ای سه مهره ی غیر همرنگ وجود دارد .اگر یک مهره به تصادف بیرون بیاوریم سه حالت هم شانس داریم.

ژ-انتظار داریم در ۲۴ بار پرتاب یک تاس ۵ بار عدد یک بیاید.

۲- هریک از جملات زیر را با عدد یا واژه ی مناسب کامل کنید.

الف-در جدول آمار ی اطلاعات عددی .....نامیده می شوند.

ب-از نمودار در آمار برای .....و.....داده ها استفاده می کنیم.

پ-در جدول داده ها خط نشان مربوط به عدد۷ به صورت .....نمایش داده می شود.

پ-اگر بخواهیم اطلاعت دقیق تری از یک نمودار میله ای کسب کنیم .بهتر است ’تعداد ستون ها را.....کنیم.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲

www.ganjinedanesh.ir

ت-نمودار خط شکسته .....نمرات یک دانش اموز' در طول یک سال تحصیلی را بهتر نشان می دهد.

ث-در نمودار تصویری مقدار داده ها به صورت .....نمایش داده می شود.

ج-اتفاق «بعد از چهارشنبه 'پنج شنبه می آید »یک اتفاق .....است.

چ- احتمال آمدن عدد ۷ در پر تاب یک تاس .....است.

ح-احتمال آمدن یک عدد زوج بزرگتر از ۲ در پرتاب یک تاس برابر ..... می باشد.

خ-اگر زیاد تمرین کنیم در آزمون ورودی المپیاد .....است که قبول شویم.

د-شانس رخ دادن یک اتفاق می تواند عددی بین .....و..... باشد.

ذ-سکه ای را ۲۰ بار پرتاب می کنیم .....دارد ۱۰ بار رو بیاید.

ر-می خواهیم تاسی را ۵۰ بار پر تاب کنیم قبل از انجام کار .....گفت چند بار عدد ۶ می آید.

۳-گزینه ی صحیح را مشخص کنید.

الف-بعد از انجام یک سری تحقیقات مشخص شد رنگ بنفش بیشتر از رنگ سیاه طرفدار دارد .پس ستون مربوط به رنگ بنفش در نمودار میله ای .....است.

۱) بلندتر ۲)کوتاه تر ۳)پهن تر ۴)باریک تر

ب-کدام جمله ی زیر نادرست است؟

۱)نمودار ستونی برای مقایسه کردن ومشخص کردن بیشترین وکمترین استفاده می شود.

۲)نمودار خط شکسته برای نشان دادن تغییرات در یک مدت مشخص را نشان می دهد.

۳)نمودار تصویری برای مقایسه ی داده ها با مقدار دقیق آن ها استفاده می شود.

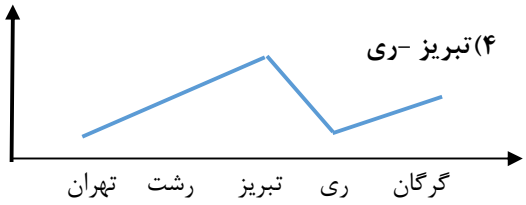
۴)نمودار دایره ای برای نشان دادن نسبت به کل ویا سهم با درصد استفاده می شود.

پ-در یک نمودار دایره ای مر بوط به تعداد کتاب های یک کتابخانه اگر $\frac{۱۷}{۲۵}$قسمت مربوط به کتابهای کمک درسی باشد 'کتاب های کمک درسی چند درصد این کتابخانه را تشکیل می دهند؟

۱)۶۰درصد ۲)۶۸ درصد ۳)۷۸ درصد ۴)۱۰۰ درصد

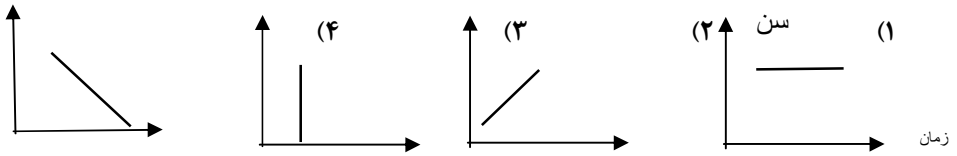
تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ت-نمودار دمای هوای چهار شهر به صورت مقابل کشیده شده است.بیشترین تغییرات دما بین کدام دو شهر است؟



۱)تهران – گرگان ۲)تهران -تبریز ۳)ری –گرگان ۴)تبریز -ری

ث-کدام گزینه زیر رابطه ی بین زمان وسن را به درستی نشان می دهد؟



ج-یک سکه ویک تاس را باهم انداختیم.احتمال آنکه سکه رو بیاید وتاس عدد زوج بیاید کدام است؟

۱)$\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳)$\frac{۱}{۶}$ ۴)$\frac{۱}{۱۲}$

چ-کیسه ای دارای ۲ مهره ی زرد وسه مهره ی بنفش است.مهرهایی به تصادف از کیسه خارج می کنیم احتمال اینکه مهره زرد باشد کدام گزینه است؟

۱)$\frac{۱}{۲}$ ۲)$\frac{۲}{۵}$ ۳)$\frac{۳}{۲}$ ۴)$\frac{۳}{۵}$

ح-سکه ای را ۱۰۰۰بار پرتاب می کنیم انتظارمان این است که تقریبا .....بار سکه پشت بیاید.

۱)۳۰۰بار ۲)۱۰۰۰بار ۳)۵۰۰ بار ۴)۶۰۰ بار

خ- اگر تاسی را ۸۰ بار پرتاب کنیم و۲۵ بار عدد ۴ بیاید ٬پس تاس.....

۱)سالم است ۲)نسبت آمدن عدد ۴ به پرتاب ها $\frac{۵}{۱۶}$است.

۳)نسبت آمدن عدد ۴ به پرتاب ها $\frac{۱}{۸۰}$است. ۴)نسبت آمدن عدد ۴ به پرتاب ها $\frac{۱}{۱۶}$است.

د-بلند ترین قد دانش آموزان یک کلاس ۱۷۷ سانتی متر وکوتاه ترین آن ها یک متر وشصت وپنج سانتی متر است.کدام عدد بر حسب سانتی متر می تواند میانگین طول قد دانش آموزان این کلاس باشد؟

۱)۱۶۵ ۲)۱۶۷ ۳)۱۷۷ ۴)۱۷۸

ذ-میانگین ۵۰ عدد ۶۴ می باشد .اگر کوچکترین وبزرگترین عدد را حذف کنیم میانگین بقیه ی اعداد چه تغییری می کند؟

۱)کم می شود. ۲)زیاد می شود. ۳)تغییر نمی کند. ۴)تغییرات مشخص نیست.

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

ر-میانگین سری اعداد ۹۵و....و۱۵و۱۰و۵ کدام است؟

۱)۵۰ ۲)۴۵ ۳)۴۰ ۴)۵۵

ز-دو تاس را باهم انداختیم احتمال آن که اعداد رو شده ۱۳شود کدام است؟

۱)$\frac{۱۳}{۱۲}$ ۲)$\frac{۲}{۱۲}$ ۳)یک ۴)صفر

س-در پرتاب چهار سکه باهم ٬احتمال این که سه سکه رو یا فقط سه سکه پشت بیاید کدام است؟

۱)$\frac{۵}{۱۶}$ ۲)$\frac{۷}{۱۶}$ ۳)$\frac{۲}{۳}$ ۴)$\frac{۱}{۲}$

ش- خانواده ای دارای ۳ فرزند هستند .احتمال اینکه دوفرزند این خانواده دختر باشند کدام است؟

۱)$\frac{۳}{۸}$ ۲)$\frac{۱}{۲}$ ۳)$\frac{۱}{۶}$ ۴)$\frac{۵}{۸}$

ص-در یک کیسه ۱۲ مهرهی قرمز ۱۰ مهرهی آبی و۲۰ مهرهی سفید و۵ مهره ی زرد وجود دارد.با چشمان بستهحداقل چند مهره را می توانیم از کیسه برداریم که دو تا از مهره ها حتما سفید باشد؟

۱)۳ ۲)۳۲ ۳)۲۹ ۴)۴۹

ض-کدامیک از گزینه های زیر نمی تواند احتمال وقوع یک پیشامد باشد؟

۱)صفر ۲)$\frac{۸}{۹}$ ۳)$\frac{۳}{۲}$ ۴)۱

۴-نمره های مستمر درس هنر دانش آموزی دریک سال تحصیلی به شکل زیر است.

نمودار مناسب مربوطه را رسم کنید.

ب- نام این نمودار چیست؟

پ-میانگین نمرات اورا محاسبه کنید.

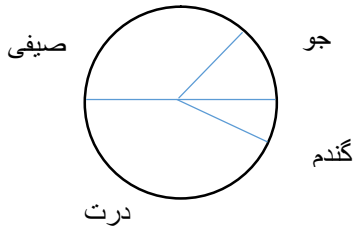
ماه	نمره
مهر	۱۸/۵
آبان	۱۷
آذر	۱۹
دی	۱۶
بهمن	۲۰
اسفند	۱۶/۵
فروردین	۱۹/۵
اردیبهشت	۱۸

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

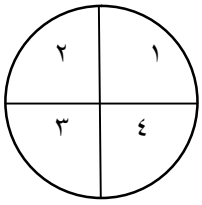
۵-با کامل کردن جدول زیر نمودار دایره ای مناسب را رسم کنید.

نوع محصول	خربزه	هندوانه	طالبی	انگور	خیار
درصد تقریبی					
کسر تقریبی با مخرج۱۰					

۶-نمودار مقابل مربوط به محصولات یک مزرعه است.با توجه به نمودار چند درصد از محصولات این مزرعه شامل گندم می باشد؟



۷-عقربه ی چرخنده ی مقابل را می چرخانیم.



الف-احتمال اینکه عقربه روی عدد ۱ قرار گیرد برابر چیست؟

ب-آیا امکان دارد پس از ۲۰۰ بار چرخش عقربه ۸۰ بار روی عدد یک قرار گیردیا خیر ؟

پ-اگر عقربه را ۲۰۰ بار بچرخانیم انتظار داریم چند بار روی عدد یک قرار گیرد؟

پ-اگر با ۲۰۰ بار چرخش عقربه ۲۸ بار روی عدد ۵ قرار بگیرد نسبت آمدن تعداد ۵ به به کل چرخشها چیست؟

پ-اگر ۲۰۰ بار عقربه را بچرخانیم وعقربه ۲۴ بار روی ۴ بیافتد چه کسری از چرخش ها روی ۴ قرار می گیرد؟

پ-احتمال ایستادن عقربه در ۲۰۰ بار چرخش روی عدد ۳ برابر چند است؟

پ-اگر ۲۰۰ بار عقربه را بچرخانیم انتظار داریم چند بار روی عدد ۲ قرار بگیرد؟

۸-نسبت تعداد ظاهر شدن رو در ۳۵۰ بار پرتاب یک سکه $\frac{۴}{۷}$ است.این سکه چند با رو آمده است؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۹-در هریک از موارد زیر مشخص کنید ٬احتمال رخ دادن دو اتفاق برابر است یا خیر ؟چرا؟

الف-تاسی رامی اندازیم عدد ۳ یا ۴ ظاهر شود.

ب-تاسی را می اندازیم عدد یک ظاهر شود.

الف-عقربه ی مقابل را می چرخانیم روی قرمزبایستد.



ب-عقربه ی مقابل را می چرخانیم روی زرد بایستد.

الف-درون کیسه ای ۴ مهره که دو تای آن قرمز ودو تای آن آبی است ٬مهره ای بیرون آوریم وآن مهره قرمز باشد.

ب-درون کیسه ای ۸ مهره که سه تای آن سبز و۵ تای آن زرد است مهره ای بیرون آوریم وآن مهره زرد باشد.

الف –تاسی را پرتاب کنیم عدد ۶ بیاید.

ب-تاسی را پرتاب کنیم عدد ۳ بیاید.

الف سکه ای را پرتاب کنیم رو بیاید.

ب- سکه ای را پر تاب کنیم .رو یا پشت بیاید.

۱۰-در یک کیسه ۴ مهره آبی و ۲مهره قرمز و ۴ مهره سبز وجود دارد .اگر یک مهره را به تصادف بیرون در آوریم چند حالت هم شانس وجود داردبا توضیح و راه حل بیان کنید.

۱۱-نسبت تعداد رو آمدن در ۳۰۰ بار پرتاب یک سکه $\frac{۲}{۳}$ است.چند بار سکه پشت آمده است؟

سوا لات تکمیلی

فصل اول

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱- در جزیره لاک پشت ها در هفته شنبه ها هوا مه آلود است و دوشنبه و چهارشنبه ها باران می بارد بقیه ی روزهای هفته آفتابی است یک گروه جهانگردی می خواهند به مدت ٤٤ روز به این جزیره سفر کنند اگر بخواهند بیشترین روز آفتابی را در این جزیره داشته باشد بهتر است سفر خود را چه روزی شروع کنند ؟

۲- امروز جمعه است فرهاد شروع به خواندن یک کتاب ۲۹۰ صفحه ای می کند او قرار است هر روز ٤ صفحه از کتاب را بخواند البته بجز روزهای جمعه که ۲۵ صفحه خواهند خواند او چند روز کتاب را تمام می کند ؟

۳- در یک جزیره ۲۰ موجود عجیب زندگی می کنند تعدادی از این موجودات سه سر و دو پا دارند و تعدادی دیگر دو سر و پنج پا اگر مجموع سرها و پاها آن ها ۱۲٦ تا باشد چند تا از آن ها سه سر دارند ؟

٤- سیما ، سارا ، سمیرا ، سهیلا با هم دوست هستند قد سیما از همه بلندتر است سارا وزنش از همه کمتر است سن سمیرا از همه بیشتر است وزن سهیلا از همه بیشتر است سیما از سارا مسن تر است قد سمیرا از سهیلا کوتاهتر است هیچ کدام از آن ها از نظر قد ، وزن و سن دارای مرتبه یکسانی نیستند یعنی اگر کسی از نظر بلندی قد رتبه ی دوم را دارد . نمی تواند از نظر وزن یا سن هم دوم باشد چه کسی از لحاظ قد در رتبه ی دوم قرار دارد ؟

۵- پسر بچه ای هر سه پرتقال را به قیمت ۱۰ تومان می خرد و هر ۵ پرتقال را به قیمت ۲۰ تومان می فروشد چند پرتقال بفروشد تا ۱۰۰ تومان سود ببرد ؟

٦- در مسیر حرکت از شهر A به شهر B هر کدام از پنج حلقه لاستیک اتومبیل (چهار لاستیک و یک زاپاس) به میزان ۱۰۰۰ کیلومتر مسافت پیموده است . مسافت از A به B چند کیلومتر بوده است ؟

۷- نسبت تعداد لیوان های پر به تعداد لیوان های خالی در روی میز ۸ به ۵ است پس از خالی شدن ۱۸ لیوان پر ، تعداد لیوان های خالی و پر مساوی می شوند . چند لیوان روی میز قرار دارد ؟

۸- چهار پسر قایقی را ٦۰۰۰۰ تومان خریدند آنچه پسر اول پرداخت نصف مبلغی بود که سه پسر دیگر روی هم پرداخته بودند دومین پسر ثلث پولی را پرداخت که بقیه روی هم پرداخته بودند پولی را که سومین پسر پرداخت ربع مجموع پولی بود که از طرف بقیه پرداخته شده بود . پسر چهارم چقدر پرداخته است ؟

۹- در یک حرکت نمایشی پرش از ارتفاع چتربازی پس از رها شدن از هواپیما ۲۰٪ از مسیر را با سرعت ۱۵۰ کیلومتر بر ساعت در حالت سقوط پایین می آید . سپس چتر را باز کرده و بقیه مسیر را با سرعت ۸۰ کیلومتر بر ساعت می پیماید . اگر زمان این سقوط ۱۷٪ ساعت باشد ، او از چه ارتفاعی سقوط کرده است ؟

۱۰- مجموع دو عدد ٥٤ و اختلاف سه برابر عدد بزرگتر و دو برابر عدد کوچکتر ۵۲ است . عدد کوچکتر چند مقسوم علیه مثبت دارد ؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱۱- در رودخانه ای یک قایق موتوری در جهت حرکت آب ۸۱ کیلومتر مسافت را در ۳ ساعت و در خلاف جهت حرکت آب ۵۷ کیلومتر را در ۳ ساعت طی می کند سرعت آب رودخانه چقدر است ؟

۱۲- تعدادی دانش آمز وارد باغی می شوند . نفر اول یک سیب نفر دوم ۲ سیب ، نفر سوم ۳ سیب و... بر می دارند اگر کل سیب ها را بین آن ها به نسبت مساوی تقسیم کنیم به هر کدام ۲۰ سیب می رسد . تعداد دانش آموزان چند نفر بوده است ؟

۱۳- شخصی دامنه ، یک بلندی را با سرعت ۳ کیلومتر بر ساعت رفته و با سرعت ۵ کیلومتر بر ساعت برگشته است اگر زمان برگشتن نیم ساعت کوتاه تر از زمان رفتن باشد طول این مسیر چند کیلومتر است ؟

۱٤- در یک مزرعه تعدادی گوسفند و مرغ وجود دارد اگر تعداد سرها را بشماریم جمعا ۲۵ سر و اگر تعداد پاها را بشماریم ۸٦ پا می بینیم تعداد گوسفندان چند تا بیشتر از مرغ ها است ؟

۱۵- دو شمع هم طول با قطرهای متفاوت موجود است شمع اول در مدت ۵ ساعت و شمع دوم در مدت ٤ ساعت کاملا می سوزند پس از چه مدت بعد از روشن کردن هم زمان هر دو شمع ، طول شمع دوم ٦۲/۵٪ طول شمع اول خواهد بود ؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

سوا لات تکمیلی

فصل دوم

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱- داخل هر مربع چه عددی قرار گیرد تا تساوی درست باشد :

$$(-۸\square) + (-۱۰) = \left(-۱۶ \div (+٤)\right)$$

$$\frac{(-۳)\square \times (+۷)}{(-۸) \times (-۹)} = \frac{-۲۸}{۲}$$

۲- میانگین ٤ عدد صحیح ۱۵- و میانگین سه عدد از آن ها ۱۸- می باشد چهارمین عدد را بدست آورید ؟

۳- قرینه ۵+ نسبت به کدام نقطه ۳- خواهد شد ؟

٤- چند عدد صحیح نامنفی کوچکتر از ۱۰۰ را می توان به صورت مجموع ۹ عدد صحیح متوالی نوشت ؟

۵- مقدار عبارت زیر را بدست آورید.

$$(۱ - ۲) - (۳ - ٤) - (۵ - ٦) - (۷ - ۸) - (۹ - ۱۰) - (۱۱ - ۱۲)$$

٦- مجموع سه عدد صحیح که مجموع اولی و دومی ۷- و مجموع اولی و سومی ۱۳+ و مجموع دومی و سومی ۱۸- باشد کدام است ؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱٤ ۷۱۱ ٦۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۷- حاصل عبارت های زیر را بیابید .

$$۱ - ۳ + ۵ - ۷ + ۹ - ۱۱ + \cdots + ۸۱ - ۸۳$$
$$-۱ + ۲ - ۳ + ٤ - ۵ + ٦ + \cdots - ۹۹ + ۱۰۰$$
$$۱۰ - ۱۲ + ۱٤ - ۱٦ + ۱۸ - ۲۰ + \cdots + ۱۹۸ - ۲۰۰$$
$$۵ - ۸ + ٦ - ۹ + ۷ - ۱۰ + \cdots + ٤۷ - ۵۰$$
$$[-۲(-۳ - (-۲)) + ۳][-۵ - ۲(-۲ - ۱)(٤ - ٦)]$$

۸- در بین اعدا صحیح ۱تا ۱۰۰ ، در چند عدد حداقل یک بار رقم ۷ ظاهر می شود .

۹- در مجموع ...+٤+۳+۲+۱ چند جمله انتخاب کنیم تا حاصل آن یک عدد ۳ رقمی با رقم های برابر شود ؟

۱۰- چه تعداد عدد فرد مابین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ وجود دارد که اگر جای رقم های آن ها عوض شود بی تغییر می مانند ؟

۱۱- دستگاهی در یک سردخانه دمای آنجا را در هر ساعت ۵ درجه پایین می برد اگر دمای سردخانه ۲۳ درجه بالای صفر باشد پس از ۸ ساعت درجه سرمای آن چند درجه است ؟

۱۲- سیستم گرمایی یک سالن را در یک ساعت حرارت آن را ۷ درجه بالا می برد و پس از یک ساعت خاموش می ماند که در این یک ساعت سالن ۳ درجه سردتر می شود اگر دمای سالن صفر درجه باشد پس از چند ساعت دمای سالن ۳٦ درجه می شود .

۱۳- اگر قرینه ی a برابر b- و قرینه ی عدد b– عدد c باشد آنگاه قرینه قرینه عدد b کدام است ؟

۱٤- حاصل عبارت $\Big(\big((۱۰۰) - (۹۹) - \cdots - (۳)\big) - (۲)\Big) - ۱$ بدست آورید ؟

۱۵- می خواهیم در ردیف اعداد زیر ، ۲ علامت جمع و ۳ علامت ضرب قرار دهیم به طوری که مقدار A ، حداقل ممکن شود این حداقل چه قدر است ؟

A= ۲ ☐ ۵ ☐ ۷ ☐ ۸ ☐ ۹ ☐ ۱

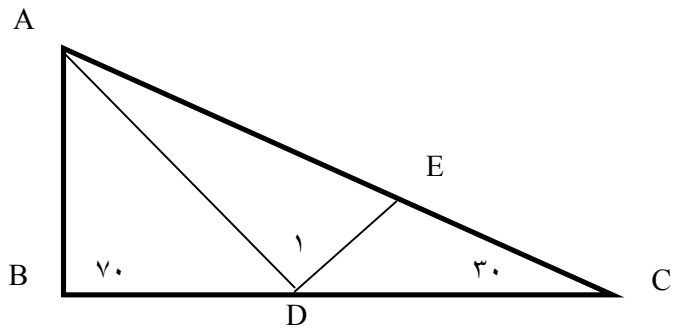
سوا لات تکمیلی

فصل سوم

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱- یک زاویه ی تند رسم می کنیم سپس نیم ساز آن را رسم می کنیم بعد از آن دوباره نیم ساز قسمت های جدید را رسم می کنیم اگر کار را ٤ بار ادامه دهیم چند زاویه ی تند حاصل می شود ؟

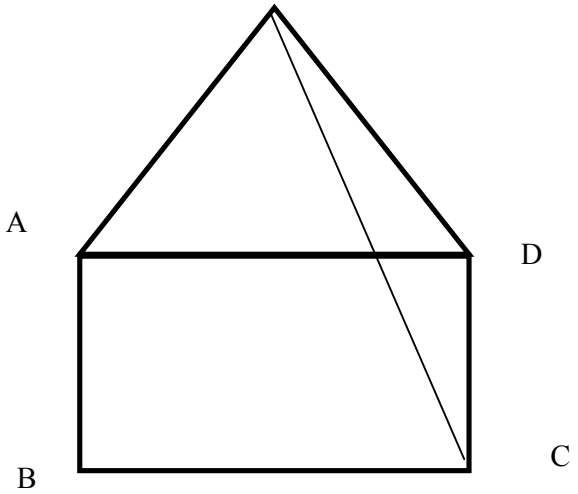
۲- در شکل ، AD نیم ساز زاویه ی DE,A نیم ساز $\widehat{ADC}$ است ، D_1 چند درجه است ؟



۳- با پنج نقطه روی محیط دایره چند مثلث می توان رسم کرد به طوری که این ۵ نقطه راس های آن مثلث ها باشند؟

٤- با چه تعداد چوب کبریت یکسان ، نمی توان مثلث ساخت ؟ (شکستن چوب کبریت ها مجاز نیست)

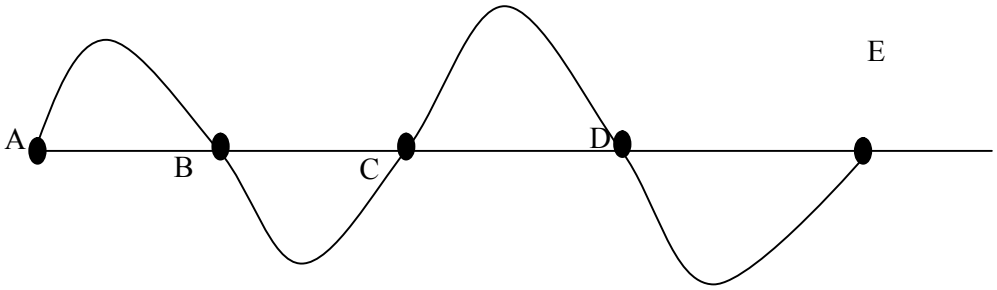
۵- در شکل مقابل چهارضلعی ABCD مربع و مثلث AMD متساوی اضلاع است ؟ اندازه ی $\widehat{DMC}$ برابر است با :



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۶- در صورتی که بدانیم $AB = \frac{۱}{۲}BC$ و $BC = \frac{۲}{۳}CD$ و $CD = \frac{۳}{٤}DE$ و $DE = ۳۰cm$ است $\frac{۵}{۶}$

طول منحنی بدست آورید ؟



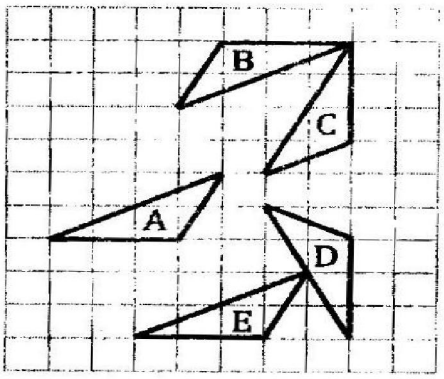
۷- دو خط $C_۱$ و $C_۲$ که بر روی هر کدام ۲۰ نقطه وجود دارد ، کنار هم هستند ، از به هم وصل کردن نقاط دو خط به یکدیگر چند مثلث به وجود می آید که قاعده های آن ها بر روی دو خط باشند ؟



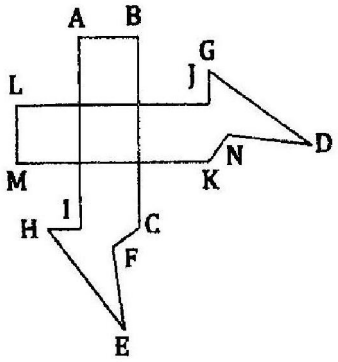


۸- با توجه به شکل روی فلش چه نوع تبدیلی باید نوشته شود؟

A ⟶ B ⟶ C ⟶ D ⟶ E

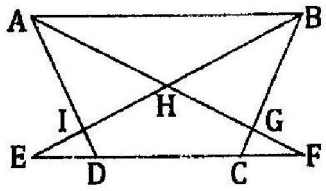


۹- اگر هر دو شکل هم نهشت باشند زاویه F با کدام زاویه برابر است ؟



۱۰- در شکل زیر ABCD ذوزنقه متساوی الساقین است و تمام مثلث های به وجود آمده در شکل دو به دو با هم هم نهشت هستند چند رابطه هم نهشتی برای هر دو مثلث در شکل می توان نوشت ؟

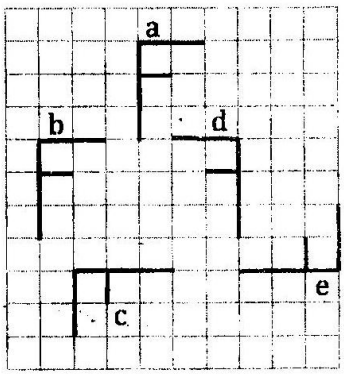
در شکل زیر چند پاره خط مشاهده می شود ؟



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱۱- دو دوران متوالی هم مرکز با زاویه های 50° – و 130°- چه نوع تبدیلی است ؟

۱۲- با توجه با شکل ها تبدیل را بنویسید .

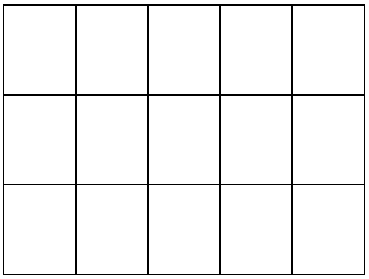


a→c

a→b

a→d

۱۳- در شکل زیر چند پاره خط مشاهده می کنید؟



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

سوا لات تکمیلی

فصل چهارم

۱- حاصل عبارت $\frac{\frac{a+a+a+a}{b+b+b+b}}{\frac{a\times a\times a\times a}{b\times b\times b\times b}}$ را بدست آورید.

۲- اگر $x+\frac{۱}{x}=۳$ باشد حاصل عبارت $\left(x+\frac{۱}{x}\right)^{۲}-۵\left(x+\frac{۱}{x}\right)$ را بدست آورید .

۳- ساده شده ی عبارت $\frac{a-b+۱}{b-a-۱}$ بدست آورید .

٤- اگر $\frac{x}{y}=\frac{۱}{۳},\frac{z}{x}=\frac{۳}{۵}$ باشد معکوس $\left(\frac{y}{z}\right)$ را بدست آورید .

۵- ساده شده ی عبارت $\frac{۱}{۱-\frac{۱}{۱-\frac{۱}{x}}}-۱$ را بدست آورید .

٦- اگر $ab=۱۰, bc=۱۵, ac=٦$ مقدار abc کدام است ؟

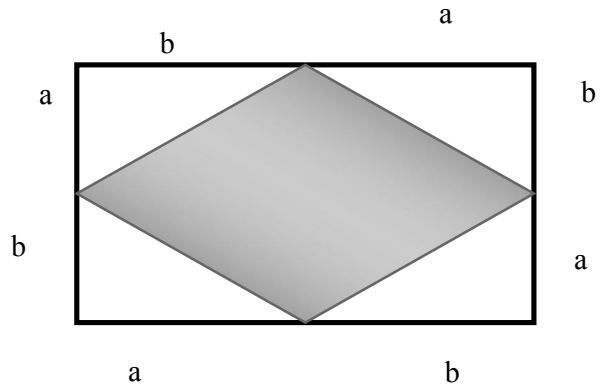
۷ -اگر $p=\frac{a+b+c}{۲}$ باشد $a=۵, b=٤, c=۳$ مقدار $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ برابر است با چه عددی ؟

۸- حاصل عبارت مقابل را بدست آورید .

$$a-\Big(b-\big(c-(a-(b-c))\big)\Big)=$$

۹- اگر $\frac{x}{y}=\frac{٤}{۵}$ و $\frac{x}{z}=\frac{۳}{۱۰}$ باشد $\frac{x}{z}$ را بدست آورید .

۱۰- با توجه به شکل زیر مساحت قسمت هاشور خورده برابر است با :



۱۱- معادله های زیر را حل کنید .

$$(۱۵-۳x)(۶y-۳)\left(-\frac{z}{۲}+۷\right)=۰$$

۱۲- به ازای چه مقدار a دو کسر $\frac{۲}{a-٤}$ و $\frac{a+۱}{۳}$ قرینه معکوس یکدیگرند .

۱۳- مخرج کسری پنج واحد از صورت آن بزرگتر است اگر به صورت و مخرج آن چهار واحد اضافه کنیم معادل $\frac{٤}{۵}$ خواهد شد آن کسر چیست ؟

۱٤ -معادلات زیر را حل کنید :

$$x+۲x+۳x+\cdots+۱۰x+۱۱=٦٦$$

$$\frac{۳(x+۱)}{۳}-\frac{۳(x-۱)}{۲}=\frac{x+۲۵}{۹}$$

$$۲(x+۷)-۳=-(x+۱)$$

۱۵- جمله n ام را بیابید .

۰,۳,۸,۱۵, ...

۲,٦,۱۲,۲۰, ...

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱٤ ۷۱۱ ٦۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

$\frac{۱}{۲}, \frac{۵}{۶}, ۱, \frac{۱۱}{۱۰}, \frac{۷}{۶}, \ldots$

$\frac{۳}{۲}, ۱۲, \frac{۸۱}{۲}, ۹۶, \frac{۳۷۵}{۲}, \ldots$

۱۶- اگر داشته باشیم $\frac{x}{۲} = \frac{y}{۳} = \frac{z}{۵}$ حاصل $\frac{xyz}{x+y+z}$ را بدست آورید .

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

سوا لات تکمیلی

فصل پنجم

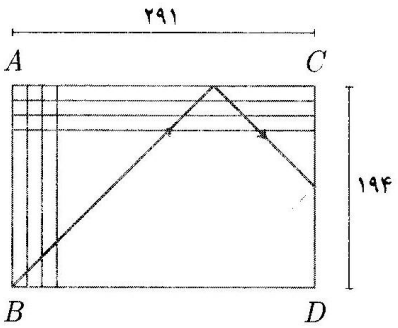
۱. با توجه به عبارت مقابل مقدار x را بیابید ؟ $\big((۱۸,x)=٦,[۱۸,x]=۹۰\big)$

۲. حاصل عبارت روبرو چیست ؟

$$\frac{[۱,۲,۳,\ldots.,۱۰]}{(۱,۲,۳,\ldots.,۱۰)}$$

۳. یک زنبور با زاویه ٤٥ درجه از گوشه ی B وارد صفحه شطرنجی ۲۹۱×۱۹٤ خانه ای زیر می شود زنبور دنبال راه خروج می گردد و فقط از گوشه ها می تواند خارج شود با برخورد به دیواره های تغییر مسیر می دهد با زاویه ٤٥ درجه برمی گردد

زنبور در نهایت از کدام گوشه خارج می شود ؟



٤. دانش آموزان کلاس هفتم مدرسه ای را برای بازدید از یک آزمایشگاه سه تا سه تا ، هفت تا هفتا ، پنج تا پنج تا و هشت تا هشت تا گروه بندی کرده ایم . در هر مرحله یک دانش آموز باقی می ماند حداقل چند دانش آموز هفتم در این مدرسه است ؟

۵. ک.م.م دو عدد با حاصل ضرب آن دو عدد برابر است حاصل عبارت روبه رو چیست ؟

$$\frac{[a,b]}{(a,b)}=?$$

٦. اگر $b=۵a$ باشد حاصل $\frac{[(a,b),b]}{[a,b]}$ را بدست آورید.

۷. اگر y,x دو عدد طبیعی باشند حاصل عبارت رو به رو چیست ؟

$$\frac{[(x.x.x,x),(x,y)]}{[x,y],(y.y.y,y)}$$

۸. اگر $[A,B] = ۲^{۷} \times ۵^{۳} \times ۷^{۲}$ و $A = ۲^{۷} \times ۵^{۳}$ باشد B حداقل چند است ؟

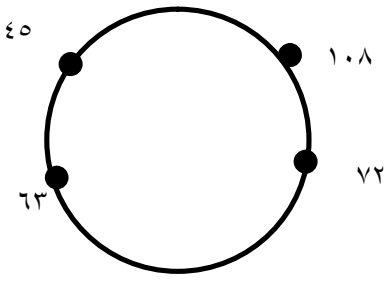
۹. مریم و ستاره بازی را به ترتیب زیر انجام می دهند مریم از ۷ شروع می کند و هفت تا هفت تا جلو می رود (۷,۱٤,۲۱, ...) و ستاره از ۵ شروع می کند و پنج تا پنج تا جلو می رود .... ۱۵و۱۰و۵ اولین عدد مشترکی که هر دو نفر نام بردند چیست ؟ وقتی بر دهمین عدد مشترک می رسند ، مریم چند عدد را شمرده است ؟

۱۰. گل فروشی تعدادی شاخه گل دارد وقتی گل هایش را در دسته های ۵ تایی دسته بندی می کند ٤ گل اضافه می آید و وقتی در دسته های ۱۲ تایی دسته بندی می کند ۱۱ گل اضافه می آید . تعداد این گل ها حداقل چقدر است ؟

۱۱. داریوش ۵ تیر به هدف زیر شلیک کرد و همه ی آن ها به هدف خوردند اگر بدانیم حاصل ضرب امتیازات او $۵^{۲} \times ۲^{۲} \times ۳^{۸}$ است . حاصل جمع امتیازات او چند است ؟

۹	۵	
	۷۷	۲۷
	۳٦	

۱۲. روی یک دایره ٤ عدد وجود دارد هر بار ۲ عدد را به دلخواه انتخاب می کنیم و به جای آن ها ب.م.م آن ها را می نویسیم اگر این کار را ۱۳۹۲ بار انجام دهیم و بدانیم همه ی اعداد حداقل ۵ بار انتخاب شده اند در نهایت جمع ٤ عددی که روی دایره باقی می ماند چقدر است ؟



تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۱٤ ۷۱۱ ٦۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱۳. فردی چهار دوست صمیمی دارد که یکی از آن ها هر شب پیش او بوده ، دیگری یک شب در میان پیش اوست ، نفر سوم هفته ای یک بار پیش او می آید و در نهایت نفر چهارم هر ده روز یک بار پش او خواهد بود . این دوستان در سال چند بار همگی با هم پیش این فرد می روند ؟

۱٤. اگر ٤ بهمن چهارشنبه باشد ، ۳ خرداد چند شنبه بوده است ؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

سوا لات تکمیلی

فصل ششم

۱. شخصی آکواریومی دارد که دقیقا گنجایش ۳ ماهی را دارد دوست او سه ماهی دیگر به او می دهد او اکنون آکواریومی با ظرفیت دو برابر نیاز دارد پس آکواریوم جدید :

۱- عرض آن دو برابر و طول قبلی را داشته باشد .

۲- عرض آن دو برابر ، طول و ارتفاع قبلی را داشته باشد .

۳- طول آن نصف عرض دو برابر و ارتفاع قبلی را داشته باشد .

٤- طول آن نصف و عمق آن دو برابر باشد

۲. دو استوانه حجم مساوی دارند و مساحت قاعده ی یکی ٤ برابر مساحت قاعده دیگری است نسبت سطح جانبی دو استوانه را بدست آورید ؟

۳. یک قوطی خمیر دندان به شکل استوانه با طول ۱۲cm و قطر ٤cm داریم دهانه ی لوله یک استوانه کوچک به قطر ٥cm است طول تمام خمیر دندانی که از لوله خارج می شود را بدست آورید ؟

٤. در مکعب مستطیلی به ابعاد ۱و۲و۳ تا ارتفاع ۲/٥ آب ریخته ایم ، اگر سطحی از مکعب را که روی زمین قرار دارد تغییر دهیم ارتفاع آب را بدست آورید .

٥. سعید با ۱۰۰ مکعب کوچک هم اندازه به ابعاد ۱×۱×۱ ، بزرگ ترین مکعب ممکن را می سازد ، چند مکعب اضافه می آورد ؟

٦. مکعبی به ضلع ۱۰cm را از چوب ساخته ایم و تمام سطوح آن را رنگ می زنیم ، سپس آن را به مکعب های به اندازه ضلع ۱cm برش می زنیم چند تا از این مکعب های کوچک دارای یک وجه رنگی اند ؟

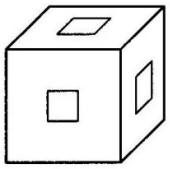
تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۷. مساحت سه وجه مختلف مستطیلی برابر است با ۲۰و۳۰و۲٤ سانتی متر مربع حجم این مکعب را بدست آورید.

۸. با n×n×n مکعب به ابعاد ۱×۱×۱ مکعبی بزرگ تر ساخته ایم سپس تمام وجوه مکعب بزرگ تر را رنگ می زنیم ، چند مکعب حداقل دارای یک وجه رنگی اند ؟

۹. محیط یک بادکنک از ۲۰ سانتی متر به ۲٤ سانتی متر افزایش یافته است . افزایش شعاع آن چند سانتی متر است ؟

۱۰. از مکعبی به ابعاد ۵×۵×۵ سه سوراخ به ابعاد ۱×۱×۵ مطابق شکل در وسط وجه ها ایجاد می کنیم حجم شکل باقی مانده چند سانتی متر مکعب است ؟



۱۱. مستطیلی به ابعاد ۲۰و۶۰ سانتی متر را حول خطی که وسط های مستطیل را به هم وصل می کند ۹۰ دوران میدهید حجم جسم حاصل را بدست آورید ؟

۱۲. قاعده منشور قائمی به شکل متوازی الاضلاعی با اضلاع ٤و ٦ سانتی متر است که یک زاویه آن ۳۰ و ارتفاعش ۱۰cm است حجم و مساحت کل این منشور را بدست آورید ؟

سوا لات تکمیلی

فصل هفتم

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱. یک دانش آموز هر روز ۲ برابر روز قبل درس می خواند او در روز پنجم ، چند برابر روز اول درس می خواند ؟

۲. حاصل عبارت مقابل را بدست آورید ؟

$$\frac{۷^{۳} - ۷ \times (۶^{۲} - ۶) - (۴^{۲} - ۴)}{۲۵^{۲} - ۲۰^{۲}}$$

۳. حاصل عبارت مقابل کدام است ؟

$$۹۰^{۲۰} \times ۲۷^{۳} \times ۱۶^{۴} \times ۲^{۳۳} \times ۱۱^{۴۹}$$

۴. حاصل عبارت مقابل به صورت توان دار بنویسید ؟

$$۴۹^{۳۳} \times ۷^{۲۲۳} \times ۷^{۴۲} \times \left(۷^{۲۳}\right)^{۲۲}$$

۵. نصف نصف ربع ربع عدد $۵۱۲^{۱۰}$ کدام گزینه است ؟

۶. حاصل عبارت مقابل برابر است با :

$$\frac{۵^{۵} \times ۶^{۶} \times ۷^{۷} \times ۸^{۸} \times ۹^{۹} \times ۱۰^{۱۰}}{۹^{۱۲} \times ۱۶^{۱۰} \times ۱۲۵^{۵}}$$

$$(۴^{۸} + ۴^{۸} + ۴^{۸}) \times (۳^{۱۷} + ۳^{۱۷} + ۳^{۱۷} + ۳^{۱۷})$$

$$۷ \times ۵^{۶} + ۳۴ \times ۵^{۶} + ۸۰ \times ۵^{۶} + ۴ \times ۵^{۶}$$

$$۳^{۸} + ۳^{۸} + ۳^{۸} + ۳^{۹} + ۳^{۹} + ۳^{۱۰} + ۳^{۱۰} + ۳^{۱۱} + ۳^{۱۱} + \cdots + ۳^{۴۰} + ۳^{۴۰} =$$

$$۲^{۱۷} + ۲^{۱۷} + ۲^{۱۸} + ۲^{۱۹} + \cdots + ۲^{۱۰۰} =$$

۷. فردی تصمیم دارد به مدت ده روز ، درخت بکارد او روز اول یک درخت ، روز دوم ۲ درخت ، روز سوم ٤ درخت ، روز چهارم ۸ درخت و..... کاشت در پایان او چند درخت کاشته است ؟

۸. حاصل عبارت $۱۲۵^{۱۳} \times ۵۱۲^{۱٤}$ چند رقمی است ؟

۹. حاصل عبارت $۲۷ \times ۲۵^{۳٤} \times ٦٤^{۱۱}$ دارای چند رقم است ؟

۱۰. اگر $۳^{x} = ۷$ باشد حاصل عبارت $\left(((((۳^{x} - ٤)^{x}) - ٤)^{x} - ٤)^{x} - ٦\right)^{۱۰۰}$ کدام است ؟

۱۱. اگر $۱۰^{x} = ۷$ باشد حاصل عبارت $۱۰۰^{۲x+۱}$ چند است ؟

۱۲. عبارت $۳۳^{۳} \times ۹^{۱۱} \times ۵^{۷}$ را حداقل در چند ضرب کنیم تا حاصل مکعب کامل شود ؟

۱۳. عبارت $۱۲۵^{۷} \times ۸^{۹} \times ۵^{۷}$ را حداقل در چند ضرب کنیم تا حاصل مجذر کامل شود ؟

۱٤. در تساوی مقابل مقدار x چقدر است ؟

$$۳^{۷x+٤} = ۳^{٦۰}$$

۱۵. حاصل کسر مقابل را پیدا کنید ؟

$$\frac{۵^{٦} - ۵^{۵} - ۵^{٤} - ۵^{۳}}{۵^{۳}} =$$

۱٦. حاصل عبارت مقابل را بدست آورید .

$$\sqrt{۸۱} - \left(-\sqrt{٦٤}\right) + \left(-\sqrt{۱۲۱}\right) =$$

۱۷. حاصل عبارت های مقابل را بدست آورید .

$$\sqrt{۲\frac{۳۱}{۲۵}}$$

$$\frac{۱}{۶}-\sqrt{\frac{۷}{۹}-\frac{۳}{۴}}=$$

$$\sqrt{۵\times ۳^{۲}+۳\times ۲^{۲}+۷}=$$

$$\sqrt{۲+\sqrt{۲۴}+\sqrt{۶۲۰}+\sqrt{۲۷}-\sqrt{۴}}=$$

$$\sqrt{۴۵+\sqrt{۱۳}+\sqrt{۴}+\sqrt{۳^{۲}+۴^{۲}}}=$$

۱۸. درنا مساوی زیر به جای x چند عدد صحیح می توان قرار داد ؟

$$۶۴<x^{۲}<۴۰۰$$
$$۷<\sqrt{x}<۱۳$$
$$-۵<\sqrt{x}<-۳$$

۱۹. حاصل عبارات مقابل را بیابید .

$$\frac{\sqrt{۳۵}\times\sqrt{۸}}{\sqrt{۱۰}\times\sqrt{۶۳}}=$$

$$\frac{\sqrt{۳۶}}{\sqrt{۷۵}}\times\frac{\sqrt{۲۷}\times\sqrt{۱۴}}{\sqrt{۶}\times\sqrt{۳۵}}\div\frac{\sqrt{۴۸}}{\sqrt{۴۵}}=$$

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{۳^{۳۲}}}}$$

۲۰. اگر x=۱/۵ باشد حاصل عبارت مقابل را بیابید ؟ $=\sqrt{۸۱\left(x^{۲}+\frac{۷}{۴}\right)}$

۲۱. چند عدد طبیعی کوچکتر از ۲۰۰۰۰ وجود دارد که هم مجذور کامل باشد و هم مکعب کامل ؟

۲۲. اگر داشته باشیم $A = ۱ \times ۲ \times ۳ \times \ldots \times ۱۰۰$, $B = ۱ \times ۲ \times \ldots \times ۵۰$ حاصل $\frac{۲\times۴\times\ldots\times۱۰۰}{۳\times۵\times\ldots\times۱۰۱}$ چیست ؟

۲۳. اگر $X^۲Y = ۷۵ , XZ^۲ = ۱۸ , X^۲Z = ۲۰$ باشد حاصل $x^۲y^۲z^۲$ برابر است ؟

۲۴. مشخص کنید که هر یک از عبارت های زیر بین کدام عدد صحیح قرار دارد ؟

$-۳ - \sqrt{۵۱}$
$۱ + \sqrt{۴۲}$
$-۱۰ + \sqrt{۹۷}$

۲۵. اعداد زیر را مقایسه کنید .

$\sqrt{۹^۴} \square \sqrt{۳^۸}$

$\sqrt{(-۲)^۴} \square \sqrt{۲^۴}$

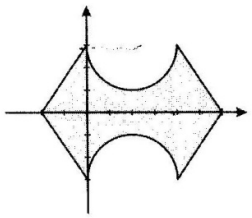
$\frac{۵}{۸} \square \sqrt{\frac{۵}{۸}}$

$۱۰\sqrt{۲} \square ۷\sqrt{۵}$

سوا لات تکمیلی

فصل هشتم

۱. مساحت قسمت رنگی چقدر است؟



۲. به جای x چه عددی بگذاریم تا نقطه ی $\begin{bmatrix} -۲x+٤ \\ ٥ \end{bmatrix}$ در ناحیه اول مختصاتی قرار بگیرد .

۳. M چقدر باشد تا نقطه ی $A=\begin{bmatrix} ۲m-٤ \\ ۳m-٦ \end{bmatrix}$ روی محور افقی قرار داشته باشد ؟

٤. به ازای کدام مقدار y نقطه ی $C=\begin{bmatrix} -۳x-۷ \\ -۱۱x-۲۱ \end{bmatrix}$ روی نیم ساز ربع دوم و چهارم قرار می گیرد؟

۵. مقدار a چقدر باشد تا نقطه ی $H=\begin{bmatrix} ۳ \\ ٥ \quad -٤a \end{bmatrix}$ و $R=\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲a-۳ \end{bmatrix}$ نسبت به محور طول ها قرینه باشند ؟

٦. از دو نقطه ی $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$ خط راستی عبور می کند مختصات قرینه ی نقطه $\begin{bmatrix} ٥ \\ ۱ \end{bmatrix}$ نسبت به این خط کدام است ؟

۷. قرینه نقطه $\begin{bmatrix} ٤ \\ ۱ \end{bmatrix}$ نسبت به خط راستی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} -۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -۳ \\ ٥ \end{bmatrix}$ می گذرد را بدست آورید ؟

۸. دو ذوزنقه $A=\begin{bmatrix} ۳ \\ ٥ \end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix} ٤ \\ ۷ \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید اگر پاره خط AM را از سمت M به اندازه خودش امتداد دهیم به کدام نقطه می رسیم ؟

۹. قرینه نقطه ی $\begin{bmatrix} -۲ \\ ٤ \end{bmatrix}$ نسبت به نقطه ی $\begin{bmatrix} ٤ \\ -٤ \end{bmatrix}$ کدام است ؟

۱۰. مقدار n چقدر باشد تا بردار $\begin{bmatrix} -n+۵ \\ -۹+۳n \end{bmatrix}$ عمودی باشد ؟

۱۱. مقدار p چقدر باشد تا بردار $\begin{bmatrix} ۲p-۱ \\ ۲-p \end{bmatrix}$ موازی نیم ساز ربع اول و سوم باشد ؟

۱۲. زاویه بین دو بردار $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix}$ چند درجه است ؟

۱۳. زاویه بین دو بردار $\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix}$ چند درجه است ؟

۱٤. زاویه بین دو بردار $\begin{bmatrix} -۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -٤ \\ -٤ \end{bmatrix}$ برابر است با :

۱۵. اگر دو بردار $\begin{bmatrix} n-۲ \\ ۳m-۵ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۳n-۲ \\ ۲m-۱ \end{bmatrix}$ هم سنگ باشند مقدارm+n کدام است ؟

۱٦. اگر دو بردار $\vec{a}\begin{bmatrix} m+۱ \\ ۲n-۱ \end{bmatrix}$و $\vec{b}\begin{bmatrix} m-۳ \\ -۳n+۲ \end{bmatrix}$ قرینه باشند بردار b کدام است ؟

۱۷. اگر دو بردار $\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} ۲x+٤ \\ ۱-۲y \end{bmatrix}$ موازی و هم اندازه باشند x+y کدام است ؟

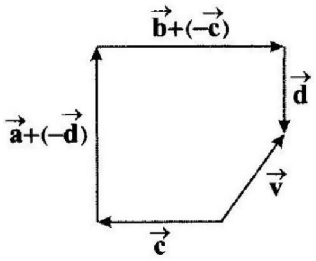
۱۸. شخصی روی نقطه $\begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix}$ ایستاده است ابتدا ٤ واحد در جهت منفی محور عرض ها سپس ۵ واحد در جهت مثبت محور طول ها حرکت می کند این شخص در آخر با چه برداری به محل اول خود بر می گردد ؟

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

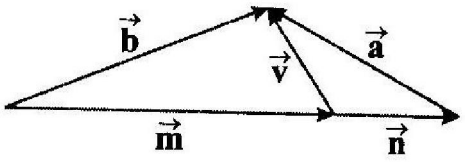
۱۹. اگر سه نقطه $N=\begin{bmatrix}-۲\\ ٤\end{bmatrix}$ و $P=\begin{bmatrix}٤\\ -٥\end{bmatrix}$ و $Q=\begin{bmatrix}۲\\ ۲\end{bmatrix}$ مختصات سه راس مثلث NPQ باشند ، مختصات برداری که راس P را به وسط ضلع NQ وصل می کند کدام است ؟

۲۰. اگر انتقال یافته ی نقطه $A=\begin{bmatrix}۳-b\\ a-۲b\end{bmatrix}$ تحت بردار $\overrightarrow{m}=\begin{bmatrix}-۳\\ -۲\end{bmatrix}$ نقطه $\begin{bmatrix}-۹\\ -۳a\end{bmatrix}$ باشد حاصل b+a کدام است ؟

۲۱. با توجه به شکل $\vec{v}$ را بدست آورید:



۲۲. اگر $\overrightarrow{m}=\vec{b}-\vec{x}$ باشند ، با توجه به شکل ، بردار x محاسبه کنید ؟



۲۳. معادله مختصاتی مقابل ، مختصات $\vec{x}$ بدست آوْرید ؟

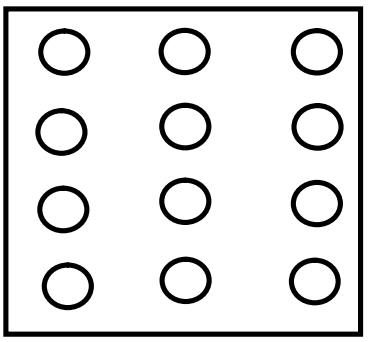
$$-۲x+٥\left(\begin{bmatrix}٤\\ ۳\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۲\\ ٦\end{bmatrix}\right)=\overrightarrow{۲x}+\begin{bmatrix}-٦\\ +۱\end{bmatrix}$$

سوا لات تکمیلی

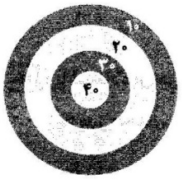
فصل نهم

جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۱. دانش آموزان مدرسه ی مصباح در اردوی تابستانی با تفنگ بادی به صفحه ای به شکل زیر تیراندازی می کنند اگر شعاع خال های سفید ۳ سانتی متر باشد ، چه قدر احتمال دارد دانش آموزی که تیر خود را به صفحه می زند ، به یکی از خال های سفید بزند ؟



۲. در مسابقه تیر و کمان شرکت کنندگان به یک صفحه ی هدف به شکل مقابل نیز می اندازند اگر شعاع دایره ای وسطی ۱۰ سانتی متر بوده و شعاع هر دایره ، ۱/۵ برابر شعاع دایره ی داخلی خود باشد ، احتمال این که در برخورد تیر به هدف ، تیرانداز بیش از ۲۰ امتیاز کسب کند ، تقریبا چقدر است ؟



۳. یک اسکناس هزار تومانی لای برگه های یک کتاب ۵۲۰ صفحه ای گذاشته ایم چه قدر احتمال دارد این اسکناس بین دو صفحه ای قرار گرفته باشد که شماره صفحه ی آن ، دو رقمی باشد ؟

٤. فردی به سمت صفحه ی زیر ، دارت پرتاب می کند ، به هر خانه که می زند ، به اندازه ی عدد نوشته شده در خانه امتیاز می گیرد چه قدر احتمال دارد که فردی با سه بار پرتاب امتیازی کمتر از ۷ بدست آورد ؟

۹	۲	۳
۷	۵	۱
٤	٦	۸

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۵. در یک کیسه ، ۵ مهره ی سبز ، ٤ مهره صورتی و ۳ مهره قهوه ای وجود دارد چه قدر احتمال دارد که سه مهره ، تک تک از کیسه برداریم ، به طوری که اولی صورتی ، دومی سبز و سومی قهوه ای باشد ؟ (بعد از برداشتن و دیدن ، مهره را به کیسه بر می گردانیم)

٦. در یک کلاس ۲۵ نفره ، ۱۲ نفر در تیم المپیاد ریاضی و ۱۵ نفر در تیم المپیاد فیزیک مدرسه عضو هستند چقدر احتمال دارد اولین فردی که از کلاس خارج می شود عضو هر دو تیم باشد.

۷. در جدول داده شده میانگین داده ها کدام است ؟

تعداد	داده ها
۲	X
٤	۳
۵	٤
٤	

۸. مدیر یک شرکت مدارک تحصیلی کارکنان شرکت را در جدول زیر آورده است نمودار دایره ای مربوط به این جدول را رسم کنید؟

نوع مدرک	چوب خط
دیپلم	𝍸
فوق دیپلم	𝍸
لیسانس	|||
فوق لیسانس	||

تلگرام: @riazishno خانه ریاضی اشنویه
جمال حاجی زاده ۰۹۱۴ ۷۱۱ ۶۰۳۲
www.ganjinedanesh.ir

۹. درصد مواد به کار رفته در یک آلیاژ در جدول زیر آمده است. نمودار دایره ای آن را رسم کنید؟

٪٦۵	طلا
٪۳۲	مس
٪۳	موارد دیگر