

پیدا کردن رابطه‌هایی که در الگوها وجود دارند، گاهی بسیار دشوار است. با به‌خاطر سپردن چند رابطه‌ی ساده، می‌توان تعدادی از مسائل الگویابی را حل کرد.

رابطه‌ی (۱): تعداد اعداد متوالی:

$$\text{تعداد اعداد متوالی} = \left(\frac{\text{بزرگ‌ترین عدد} - \text{کوچک‌ترین عدد}}{\text{فاصله‌ی اعداد}}\right) + ۱$$

****

مثال ۱: تعداد اعداد متوالی صحیح از ۷ تا ۵۰ را حساب کنید.

*فاصله‌ی اعداد صحیح، ۱ است.

$$\left(\frac{۵۰ - ۷}{۱}\right) + ۱ = ۴۴$$

****

مثال ۲: تعداد اعداد فرد متوالی از ۱۰ تا ۵۰ را به‌دست آورید.

*فاصله‌ی اعداد فرد متوالی، ۲ است.

*بزرگ‌ترین عدد فرد بین ۱۰ و ۵۰، عدد ۴۹ است.

*کوچک‌ترین عدد فرد بین ۱۰ و ۵۰، عدد ۱۱ است.

$$\left(\frac{۴۹ - ۱۱}{۲}\right) + ۱ = ۲۰$$

****

مثال ۳: تعداد اعداد مضرب ۶، بین ۲۰ و ۱۰۰ را به‌دست آورید.

*فاصله‌ی اعداد مضرب ۶، ۶ است.

*بزرگ‌ترین عدد مضرب ۶ بین ۲۰ و ۱۰۰، عدد ۹۶ است.

*کوچک‌ترین عدد مضرب ۶ بین ۲۰ و ۱۰۰، عدد ۲۴ است.

$$\left(\frac{۹۶ - ۲۴}{۶}\right) + ۱ = ۱۳$$

مثال ۴: اگر مجموعه‌ای، از ۱۵ عدد مضرب ۳ تشکیل شده باشد و کوچک‌ترین عدد این مجموعه، ۶ باشد، بزرگ‌ترین عدد این مجموعه چه عددی است؟

*تعداد اعداد: ۱۵

*بزرگ‌ترین عدد: ؟

*کوچک‌ترین عدد: ۶

*فاصله‌ی اعداد: ۳

طبق رابطه‌ی (۱) داریم: $\left(\frac{؟-۶}{۳}\right)=۱۵-۱=۱۴ \Rightarrow \left(\frac{؟-۶}{۳}\right)+۱=۱۵$

$\Rightarrow \frac{؟-۶}{۳}=۱۴ \Rightarrow ؟-۶=۱۴\times۳=۴۲ \Rightarrow ؟=۴۲+۶=۴۸$

پس، بزرگ‌ترین عدد این مجموعه، ۴۸ است.

****

رابطه‌ی (۲): مجموع اعداد متوالی:

$$\text{مجموع اعداد متوالی} = \frac{\text{تعداد اعداد} \times (\text{کوچک‌ترین عدد} + \text{بزرگ‌ترین عدد})}{۲}$$

*تعداد اعداد را از رابطه‌ی (۱) محاسبه می‌کنیم.

****

مثال ۵: مجموع اعداد متوالی صحیح، از ۳۲ تا ۱۰۰ را حساب کنید.

*ابتدا تعداد اعداد متوالی صحیح بین ۳۲ و ۱۰۰ را از رابطه‌ی (۱) به دست می‌آوریم.

تعداد اعداد: $۱۰۰-۳۲+۱=۶۹$

*چون فاصله‌ی اعداد صحیح ۱ است، در محاسبه‌ی تعداد اعداد متوالی صحیح طبق رابطه‌ی (۱)، مخرج ۱ است.

*تعداد اعداد: ۶۹

*بزرگ‌ترین عدد: ۱۰۰

*کوچک‌ترین عدد: ۳۲

طبق رابطه‌ی (۲):

$$\frac{(۱۰۰+۳۲)\times ۶۹}{۲} = \frac{۱۳۲\times ۶۹}{۲} = ۴۵۵۴$$

پس مجموع اعداد صحیح متوالی از ۳۲ تا ۱۰۰، عدد ۴۵۵۴ است.

****

مثال ۶: مجموع اعداد متوالی مضرب ۴، از ۵ تا ۵۰ را حساب کنید.

*بزرگ‌ترین عدد مضرب ۴ بین ۵ و ۵۰: ۴۸

*کوچک‌ترین عدد مضرب ۴ بین ۵ و ۵۰: ۸

*فاصله‌ی اعداد: ۴

* تعداد اعداد را از رابطه‌ی (۱) به دست می‌آوریم.

$$\left(\frac{۴۸-۸}{۴}\right)+۱=۱۱$$

* مجموع اعداد را از رابطه‌ی (۲) به دست می‌آوریم.

$$\frac{(۴۸+۸)\times ۱۱}{۲} = \frac{۵۶\times ۱۱}{۲} = ۳۰۸$$

****

* برای پیدا کردن n اُمین جمله‌ی الگوهای عددی (به عنوان مثال: صدمین شکل) که مقدار افزایش آن‌ها اعداد متوالی باشد، می‌توان مجموع اعداد متوالی خانه‌ها را پیدا کرد و با جمله‌ی اول جمع کرد.

****

مثال ۷: دهمین جمله‌ی دنباله‌ی زیر را پیدا کنید.

۳ ، ۵ ، ۱۰ ، ۱۸ ، ۲۹ ، ...

+۲ +۵ +۸ +۱۱

برای حل چنین الگوهایی، ابتدا باید تعداد خانه‌ها را پیدا کنیم. تعداد خانه‌ها برابر است با تعداد فاصله‌ها؛ و می‌دانیم که همیشه تعداد فاصله‌ها یکی کمتر از تعداد اعداد است. پس اگر این دنباله از ۱۰ عدد (جمله) تشکیل شده باشد، تعداد خانه‌ها (فاصله‌ها) برابر است با: ۱۰-۱=۹

چون روند این الگو افزایشی است، می توانیم حاصل جمع عددهای روی ۹ فلش را به دست آوریم و با جمله اول (۳) جمع کنیم تا جمله‌ی دهم به دست آید.



می بینیم که عددهای روی فلش‌ها، اعداد متوالی هستند با فاصله‌ی ۳ (۵-۲=۳ یا ۸-۵=۳). کوچک‌ترین عدد روی فلش‌ها، عدد ۲ است و باید بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها را هم پیدا کنیم. طبق رابطه‌ی (۱) می توانیم بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها را پیدا کنیم.

*تعداد فلش‌ها: ۱۰-۱=۹

*فاصله‌ی عددهای روی فلش‌ها: ۳

*کوچک‌ترین عدد روی فلش‌ها: ۲

*بزرگ‌ترین روی فلش‌ها: ؟

طبق رابطه‌ی (۱) داریم: $\left(\frac{؟-۲}{۳}\right)+۱=۹ \Rightarrow \left(\frac{؟-۲}{۳}\right)=۹-۱=۸$

$\Rightarrow \frac{؟-۲}{۳}=۸ \Rightarrow ؟-۲=۸\times۳=۲۴ \Rightarrow ؟=۲۴+۲=۲۶$

پس، بزرگ‌ترین روی فلش‌ها، ۲۶ است.

مرحله‌ی بعد، مجموع اعداد روی فلش‌ها را از رابطه‌ی (۲) محاسبه می‌کنیم:

*تعداد فلش‌ها: ۹

*بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها: ۲۶

*کوچک‌ترین عدد روی فلش‌ها: ۲

طبق رابطه‌ی (۲): $\frac{(۲۶+۲)\times۹}{۲}=\frac{\overset{۱۴}{\cancel{۲۸}}\times۹}{\cancel{۲}}=۱۲۶$

در مرحله‌ی آخر، مجموع اعداد روی فلش‌ها را با جمله‌ی اول الگو (۳) جمع می کنیم و جمله‌ی دهم به دست می آید. ۱۲۶+۳=۱۲۹

به طور خلاصه می‌توان مراحل زیر را برای به دست آوردن الگو محاسبه کرد:

۱) تعداد خانه‌های مورد نیاز

۲) فاصله‌ی اعداد روی خانه‌ها

۳) کوچک‌ترین عدد روی خانه‌ها

۴) بزرگ‌ترین عدد روی خانه‌ها

۵) مجموع اعداد روی خانه‌ها

۶) اضافه کردن جمله‌ی اول الگو به مرحله‌ی ۵

****

مثال ۸: صدمین جمله‌ی الگوی زیر را پیدا کنید.

۱۲ ، ۳۶ ، ۹۰ ، ۱۷۴ ، ...

+۲۴ +۵۴ +۸۴

۱) تعداد خانه‌ها: $۱۰۰-۱=۹۹$

۲) فاصله‌ی عددهای روی خانه‌ها: $۵۴-۲۴=۳۰$

۳) کوچک‌ترین عدد روی خانه‌ها: ۲۴

۴) بزرگ‌ترین عدد روی خانه‌ها: ؟

طبق رابطه‌ی (۱) داریم: $\left(\frac{؟-۲۴}{۳۰}\right)+۱=۹۹ \Rightarrow \frac{؟-۲۴}{۳۰}=۹۹-۱=۹۸$

$\Rightarrow \frac{؟-۲۴}{۳۰}=۹۸ \Rightarrow ؟-۲۴=۹۸\times۳۰=۲۹۴۰ \Rightarrow ؟=۲۹۴۰+۲۴=۲۹۶۴$

پس، بزرگ‌ترین عدد روی خانه‌ها، ۲۹۶۴ است.

۵) مجموع اعداد روی خانه‌ها:

$$\frac{(۲۹۶۴+۲۴)\times۹۹}{۲}=\frac{۲۹۸۸\times۹۹}{۲}=۱۴۷۹۰۶$$

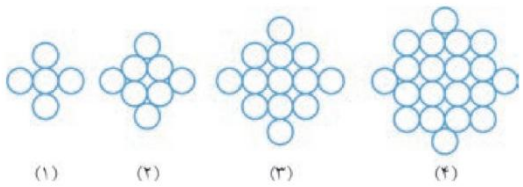
(۱۴۹۴)

۶) الگوی صدم:

$$۱۴۷۹۰۶+۱۲=۱۴۷۹۱۸$$

****

مثال ۹: تعداد دایره‌ها در شکل دهم چند تا است؟



الگوی شکل به صورت زیر است:

۵ ، ۸ ، ۱۳ ، ۲۰ ، ...

+۳ +۵ +۷

۱) تعداد خال‌ها: ۹=۱−۱۰

۲) فاصله‌ی عددهای روی خال‌ها: ۲=۳−۵

۳) کوچک‌ترین عدد روی خال‌ها: ۳

۴) بزرگ‌ترین عدد روی خال‌ها: ؟

طبق رابطه‌ی (۱) داریم: $\left(\frac{؟-۳}{۲}\right)+۱=۹ \Rightarrow \frac{؟-۳}{۲}=۹-۱=۸$

$\Rightarrow \frac{؟-۳}{۲}=۸ \Rightarrow ؟-۳=۸\times۲=۱۶ \Rightarrow ؟=۱۶+۳=۱۹$

پس، بزرگ‌ترین عدد روی خال‌ها، ۱۹ است.

۵) مجموع اعداد روی خال‌ها:

$\frac{(۱۹+۳)\times۹}{۲}=\frac{۲۲\times۹}{۲}=۹۹$

۶) تعداد دایره‌ها در شکل دهم:

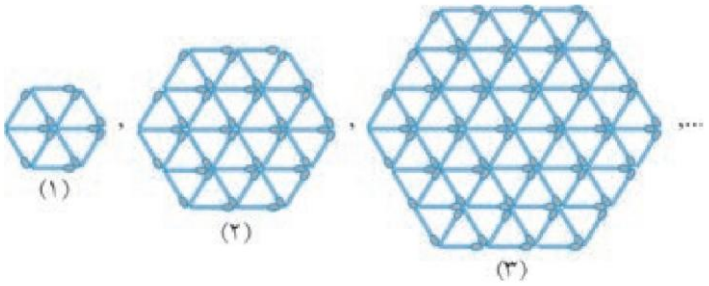
۹۹+۵=۱۰۴

* رابطه‌ی موجود در این الگو: ۴+ شماره‌ی شکل×شماره‌ی شکل

۱۰×۱۰+۴=۱۰۴

****

مثال ۱۰: در الگوی زیر، هر شکل از کنار هم قرار دادن تعدادی چوب کبریت با اندازه‌ی واحد ساخته می‌شود. در شکل دهم، چند چوب کبریت وجود دارد؟



الگوی شکل به صورت زیر است:

۱۲ ، ۴۲ ، ۹۰ ، ...

+۳۰ +۴۸

۱) تعداد خلش‌ها: $۱۰-۱=۹$

۲) فاصله‌ی عددهای روی خلش‌ها: $۴۸-۳۰=۱۸$

۳) کوچک‌ترین عدد روی خلش‌ها: ۳۰

۴) بزرگ‌ترین عدد روی خلش‌ها: ؟

طبق رابطه‌ی (۱) داریم: $\left(\frac{؟-۳۰}{۱۸}\right)+۱=۹ \Rightarrow \frac{؟-۳۰}{۱۸}=۹-۱=۸$

$\Rightarrow \frac{؟-۳۰}{۱۸}=۸ \Rightarrow ؟-۳۰=۸\times۱۸=۱۴۴ \Rightarrow ؟=۱۴۴+۳۰=۱۷۴$

پس، بزرگ‌ترین عدد روی خلش‌ها، ۱۷۴ است.

۵) مجموع اعداد روی خلش‌ها:

$$\frac{(۱۷۴+۳۰)\times۹}{۲}=۹۱۸$$

۶) تعداد چوب کبریت‌ها در شکل دهم:

$۹۱۸+۱۲=۹۳۰$

* رابطه‌ی موجود در این الگو: (شماره‌ی شکل) × (۳×شماره‌ی شکل + ۱)

$(۱۰\times۳)\times(۱۰\times۳+۱)=۹۳۰$